МЕТАФИЗИКА
ВЕК XXI

БИНОМ

МЕТАФИЗИКА
ВЕК XXI

*Сборник трудов
под редакцией
Ю. С. Владимирова*

Москва
БИНОМ. Лаборатория знаний
2006

УДК 530.12; 539.12
ББК 22.31
М54

Метафизика. Век XXI. Сборник трудов / Р. Г. Баранцев, С. А. Векшенов, Ю. С. Владимиров и др.; Сост. и ред. Ю. С. Владимиров. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 285 с.: ил.

ISBN 5-94774-327-2

Настоящий сборник посвящен обоснованию матафизики как области научного знания о фундаментальных законах бытия. Рассматриваются основные метафизические принципы и их проявления в различных сферах науки, искусства и социальной практики.

Сборник представляет интерес для научных работников, преподавателей вузов, студентов и широкого круга читателей, интересующихся основами мироздания.

УДК 530.12; 539.12
ББК 22.31

ISBN 5-94774-327-2

Предисловие редактора

Предлагаемый читателю сборник объединяет статьи из разных областей научного знания, которые посвящены выявлению метафизических принципов, способствующих осмыслению и разработке конкретных естественнонаучных и гуманитарных программ[1].

§ 1. Что такое метафизика

Трудно в нескольких словах дать исчерпывающее определение метафизики. Одна эпоха сменяла другую и вносила свои коррективы не только в само понятие, но и в отношение к нему. Мыслители античности и естествоиспытатели средневековья рассматривали метафизику как систему представлений об основах бытия, о первичных понятиях и закономерностях мироздания в целом, которые трактовались в рамках принятых философско-религиозных учений. Последним придавалось первостепенное значение по сравнению с естественнонаучными дисциплинами. Именно в таком ключе была написана «Метафизика» Аристотеля.

Приведем ряд высказываний известных философов о сущности и значении метафизики. Д'Аламбер писал: «Строго говоря, нет науки, которая не имела бы своей метафизики, если под этим понимать всеобщие принципы, на которых строится определенное учение и которые являются зародышами всех истин, содержащихся в этом учении и излагаемых в нем» (Цит. по [1, с. 368]). У Юма можно найти такие слова: «Метафизика и мораль — суть важнейшие отрасли науки; математика и естествоведение не имеют и половины такого значения» (Цит. по [2, с. 8]). И. Кант подчеркивал необходимость метафизики: «Всегда и у каждого мыслящего человека будет метафизика, и при недостатке общего мерила у каждого на свой лад» [3, !с. 159]. Оставшись не удовлетворенным имеющимися метафизическими системами, он пытался сформулировать основы новой метафизики.

В XX веке один из создателей (копенгагенской) интерпретации квантовой физики Макс Борн в лекции, посвященной юбилею Джоуля[2], сказал: «Позвольте процитировать вам определения метафизики, взятые у двух современных философов. Согласно Вильяму Джемсу, «метафизика — это необычайно упорное стремление мыслить ясным образом». Бертран Рассел пишет: «Метафизика, или попытка охватить мир как целое посредством мышления». Эти формулировки подчеркивают

---

[1] Представленные статьи отражают содержание докладов, прочитанных на семинаре «Метафизика», который работает на физическом факультете МГУ.

[2] Содержание лекции опубликовано в статье М. Борна «Физика и метафизика» [4].

две главные стороны метафизики: одна — метод (обязательная ясность мышления), другая — предмет изучения (мир как целое)... Я предлагаю употребить слово «метафизика» в более скромном значении — как в отношении метода, так и предмета, — а именно как «исследование общих черт структуры мира и наших методов проникновения в эту структуру»» [4, с. 190]. Другой классик теоретической физики XX века В. Гейзенберг писал: «Префикс «мета» призван, собственно говоря, означать лишь то, что речь идет о вопросах, которые идут «потом», т. е. о вопросах относительно оснований соответствующей области; почему же никак нельзя исследовать то, что, так сказать, идет за физикой?» [5].

О сущности и назначении метафизики хорошо сказал Г. П. Щедровицкий: «Объекты научного исследования создаются, или, что тоже самое, *конструируются* за счет специально создаваемых видов и вариантов мыслительной работы (слово «мыслительной» можно убрать — просто работы). И традиционно это всегда проделывала философия. А если говорить точнее — особый раздел философской работы, который еще Аристотель (давным-давно, еще в IV веке до н. э.) назвал *метафизикой*. Иначе говоря, именно в метафизике задаются объекты научного изучения» [6, с. 534].

Следовало бы коснуться бытовавшего у нас в стране отрицательного отношения к метафизике, которую противопоставляли диалектической материалистической философии. На самом деле речь шла не о противопоставлении, а лишь о замене одной метафизической парадигмы на другую. Можно привести целый ряд подобных примеров из истории философии и естествознания. Так было в античности при противопоставлении учений Платона, Демокрита, Аристотеля. Известно, что Платон грозился собрать сочинения Демокрита и сжечь. Аристотель противопоставлял свое учение взглядам Платона — своего учителя. То же самое наблюдалось с учениями на заре Нового Времени, которые возводились на основе метафизических систем Декарта, Ньютона, Лейбница или Гюйгенса. Вспомним слова, приписываемые И. Ньютону: «Физика, бойся метафизики!»

Напомним также в более позднее время отрицательное отношение к метафизике П. Дюгема и Э. Маха. Так, в книге «Физическая теория. Ее цель и строение» Дюгем в ходе обсуждения данного вопроса писал: «теоретическая физика не есть наука автономная, а она подчинена метафизике», поскольку пользуется методами, не основанными на непосредственных наблюдениях. И тут же он делает вывод: «Если изложенное мнение верно, то ценность физической теории зависит от метафизической системы, которую человек признает. (...) Но ставить физические теории в зависимость от метафизики вряд ли представляется пригодным средством для того, чтобы обеспечить за ними всеобщее признание. (...) Обозревая области, в которых проявляется и работает дух человеческий, вы ни в одной из них не найдете той ожесточенной борьбы между системами различных эпох или системами одной и той же эпохи, но различных школ, того стремления возможно глубже и резче ограничиться друг от друга, противопоставить себя другим, какая существует в области метафизики. Если бы физика должна была быть подчинена метафизике, то и споры, существующие между различными метафизическими системами, должны были бы быть перенесены и в область физики. Физическая теория, удостоившаяся одобрения всех последователей одной метафизической школы, была бы отвергнута последователями другой школы» [7, с. 13].

Эта точка зрения разделялась Э. Махом, который в Предисловии ко второму изданию «Познания и заблуждения» писал: «Очень обрадовало меня сочинение Дюгема. В такой сильной мере встретить согласие у физиков я еще не надеялся. Дюгем отвергает всякое метафизическое объяснение физических вопросов; он видит цель физики в логически экономном определении действительного; он считает историко-генетическое изложение теории единственно правильным и дидактически целесообразным. Все это — взгляды, которые я по отношению к физике защищаю добрых три десятилетия» [8, с. 34].

Вместе с тем, нельзя не вспомнить известное высказывание И. Канта, полемизирующее с данной точкой зрения: «Но чтобы из опасения ложной метафизики дух человеческий бросил вовсе метафизические исследования — это также невероятно, как и то, чтобы мы когда-нибудь перестали дышать из опасения вдыхать дурной воздух» [3, с. 159].

Более того, великих естествоиспытателей Ньютона, Лейбница, Гюйгенса по праву считают не только физиками, но и виднейшими метафизиками. XX век не составил исключение, и к выдающимся метафизикам следует причислить Э. Маха, А. Эйнштейна, Н. Бора, В. Гейзенберга и других классиков теоретической физики, несмотря на возражения некоторых из них.

Анализ метафизических концепций прошлого показывает, что целесообразно говорить не о множестве различных метафизик, а о единой метафизике, представляющей собой иерархию из нескольких метафизических парадигм, которые не противоречат, а дополняют друг друга, отражая видения одной и той же реальности под различными углами зрения [2].

Данное понимание метафизики разделяется авторами работ, включенных в настоящий сборник. Кратко охарактеризуем основное содержание статей, сгруппированных в следующие разделы: (I) Общие вопросы метафизики, (II) Метафизика и исследовательские программы теоретической физики и (III) Золотая пропорция в естествознании.

§ 2. Общие вопросы метафизики

Первая часть сборника, посвященная истории метафизики и ее пониманий от момента появления до наших дней, открывается статьей А. П. Огурцова «Судьба метафизики в век физики». Как пишет автор, начиная с Аристотеля до первой четверти XX века «под метафизикой понимается философское учение о предельных, сверхопытных основаниях, принципах и началах бытия. Это означало, что метафизика вынуждена восходить за пределы научного опыта, не просто размышлять о нем, а конструировать свои принципы и выдвигать свои начала вне и над научным опытом, эксплицируя принципы научного опыта, но, не сводясь к нему, возвышаясь над ним, нередко придумывая за науку принципы систематизации всего бытия, искать принципы своего знания. Естественно, что так понятая метафизика оказывалась не просто мировой схематикой, но и притязала на подведение итогов, на завершение научного знания». Отмечается, что «метафизика физического знания XX века была полем совместных исследований философов и физиков. Далеко не все метафизические допущения физиков оправдались и далеко не все обращения философов к квантовой физике оказались релевантными неклассической науке».

В статье проанализированы исследования в области метафизики наиболее известных философов XX века: В. Вундта, Г. Зиммеля, В. Дильтея, представителей Венского кружка (М. Шлика, Р. Карнапа и др.), Б. Рассела, М. Хайдеггера, М. Коллингвуда, К. Поппера, Т. Куна, П. Фейербенда и ряда других, охватывающие период до середины 90-х годов. Представлены различные подходы к метафизике, в частности, охарактеризованы попытки Хайдеггера заменить традиционную метафизику сущего на метафизику бытия, отрицающую принципы рационального отношения к миру и предлагающую опереться на фундаментальное настроение человека, обнаруживающее Ничто в состоянии ужаса. Здесь же отмечены и попытки неопозитивистов провести демаркационную линию между метафизикой и наукой, и стремление свести метафизику к логическому анализу языка, и другие точки зрения.

Характеризуя концепцию К. Поппера, вернувшего отношение к метафизике как имеющей дело с теми фундаментальными допущениями, которыми руководствуется каждый ученый в своих гипотезах и теориях, А. П. Огурцов пишет: «Если в 30-е годы Поппер проводил демаркацию между метафизикой и наукой на основе методологии фальсификационизма, то позднее он ослабил свою критику метафизики, стал подчеркивать важную роль метафизических допущений в процессе поиска и выдвижения новых научных гипотез и теорий и даже допускать существование метафизических исследовательских программ». Именно такой подход принят при составлении данного сборника.

Статья В. Д. Захарова «Метафизика в борьбе с кантианством» посвящена критике философии И. Канта с позиций современной науки. Устанавливая демаркационную линию между метафизикой, с одной стороны, и физикой и математикой, с другой стороны, Кант ввел ноумены, которые, как пишет автор, «дождались своего часа. Они в конце концов перешли кантианскую трансцендентальную границу, которою математика отделялась от метафизики. Первая попытка — с помощью эксперимента — нарушить эту границу была неудачной: геометрия оказалась не верифицируемой опытом. Однако само физическое знание в своем умозрительном развитии разрушило возведенную Кантом перегородку между образами и ноуменами. Квантовая механика дерзко вторглась в область ноуменов: ее основное уравнение записано для принципиально ненаблюдаемого и несозерцаемого объекта — ψ-функции. (...) Ноумены вошли в область научного знания!».

Следующие две статьи этой части сборника посвящены обсуждению тринитарности — занимающей чрезвычайно важное место в метафизике. Поскольку метафизика определяет онтологию мировоззрения и методологию, то принципиальное значение приобретает вопрос о количестве необходимых начал, закладываемых в ее основание. В статье Т. Е. Владимировой «Метафизические корни диалога культур» вскрываются предпосылки и движущие причины перехода от исходной двоичной онтологии к тринитарности, в которой выделяется редукционистская парадигма и холистическая (монистическая) парадигма, основанная на принципе триединства сторон единого нераздельного целого.

Отмечается, что в древней культуре доминировали дуалистические представления, что нашло свое отражение в структуре языка и в мифопоэтическом сознании различных народов мира. Однако опора на два начала неизбежно ведет к их противопоставлению, что негативно сказывается в социальной сфере. Как пишет автор: «Разрушительное воздействие дуализма привело к утверждению в сознании общающихся бинарных оппозиций (свой — чужой; Я — другой; «Я для себя» — «другой для меня»; субъект — объект и т. п.), превращающих различия в конфликтующие противоположности. Акцентируемая разделенность обусловливает и определенную напряженность во взаимодействии, которая лишает общающиеся стороны необходимой свободы в организации продуктивной совместной деятельности и значительно сужает возможности творческой активности и самореализации, что неизбежно приводит к доминированию авторитарно-командного (директивного) стиля общения». Анализ мифологических сюжетов позволил автору выделить среди образов и космологических представлений древних такие, в которых «нашли отражение различные типы перехода от двоицы к троице как способу преодоления границ дуального мира и выражения более сложных понятий». Отмечается, что идеи троичности и триединства способствовали преодолению негативных последствий дуалистического мышления и установлению взаимопонимания и позитивного взаимодействия. «Будучи позднее отнесенным к архетипам, принцип триединства в совокупности с троичностью и процессуальной трехстадиальностью обусловил общность различных культур, способствуя их внутреннему единению. Более того, метафизический принцип триединства, выражающий нераздельную сущность целого, по нашему глубокому убеждению, не только обусловил создание более совершенной языковой картины мира, но и стал основанием культуры общения. Поэтому данный принцип, обозначив важнейший переход от языка («дома бытия») к культуре («хранителю бытия»), определенным образом упорядочивающей общение, может рассматриваться в качестве содержательно-смысловой доминанты диалога культур и — шире — гуманитарного мышления».

Первая часть сборника завершается статьей Р. Г. Баранцева «Семиодинамика как предтеча синергетики», в которой раскрывается предмет семиодинамики как «общих закономерностей возникновения развития и отмирания естественных систем в знаковом представлении», что родственно синергетике, изучающей возникновение, жизнь и гибель структур. В работе показано, что семиодинамика диктует использование тернарных (троичных) структур. Как пишет автор, «элементарная структура анализа, диада, позволяет осуществить операцию дихотомии, т. е. расщеплять объект на две части. Но бинарными актами невозможно описать коллективные взаимодействия и объяснить механизм синтеза. Для этого нужна по меньшей мере тройная связка, триада, причем не одномерная, которая структурно не богаче диады, и не переходная, которая только заявляет о возможности синтеза, а системная, состоящая из трех равноправных элементов одного уровня общности. В ней каждый элемент может служить мерообразующим фактором при разрешении спора между двумя другими, опосредуя процесс формирования синтеза». В статье названы сферы, в которых проявляется трихотомия понятий, и приводится ряд триад раскрывающих эти понятия: интуицио — рацио — эмоцио, бытие — познание — действие, элементарность — связность — целостность, точность — локальность — простота, нелинейность — когерентность — открытость и т. д.

По мнению Р. Г. Баранцева, «проблема Восток—Запад — это проблема сближения, единения, синтеза двух культур, роль России здесь чрезвычайно велика. *Интуицио* Востока и *рацио* Запада могут быть совместимы лишь через *эмоцио* России». Автор завершает статью словами: «Создавая новую парадигму в облике синергетики, семиодинамика принадлежит не столько прошлому, сколько будущему, являясь методологической опорой для решения имманентных проблем теории саморазвития. Будучи предтечей, она все больше раскрывается и как перспектива».

§ 3. Метафизика и исследовательские программы теоретической физики

В статье Ю. С. Владимирова «Метафизический принцип фрактальности в физике» на основе достижений фундаментальной теоретической физики XX века показано, что метафизику следует рассматривать как иерархию из 8 метафизических парадигм: (редукционистской) триалистической, трех пар дуалистических и одной монистической (холистической), которые представляют собой взгляд на единое мироздание под разными углами зрения. Продемонстрированы конкретные разработки и программы теоретической физики, соответствующие названным парадигмам. В физике XX века доминировали теории в рамках трех дуалистических миропониманий.

Произведен сравнительный анализ физических теорий и программ на основе метафизического принципа фрактальности, согласно которому *в представлениях о каждой из категорий редукционистской парадигмы отражено наличие всех иных категорий*. Предложено различать три вида фрактальности: по сущности, по качеству и по количеству. Приведены таблицы, иллюстрирующие названные виды фрактальности в триалистическом и дуалистических миропониманиях. Проведенный анализ выявил тенденцию перехода от триалистической к монистической парадигме, согласно которой физика предшествующего столетия представляет собой промежуточную стадию на пути к холистической парадигме, и позволил сформулировать ряд важных следствий, которые предлагается возвести в ранг принципов:

1) принцип фрактальности, справедливый не только для триалистической, но и для дуалистических парадигм;
2) принцип консонанса (созвучия) дуалистических парадигм;
3) принцип дополнительности метафизических парадигм;
4) принцип целостности фундаментальных уравнений.

Данный анализ произведен с целью выявления и обоснования в рамках монистической парадигмы основ новой физической теории — бинарной геометрофизики, — разрабатываемой автором статьи. В этой теории используется математический аппарат бинарных физических структур, открытых в работах Ю. И. Кулакова.

В статье С. А. Векшенова и Ю. С. Владимирова «Об основаниях математики и физики» констатируется принципиальной важности факт: основания современной физики вошли в непосредственное «зацепление» с основаниями современной математики. Это означает, что метафизика и метаматематика образуют единый контекст дальнейшего развития как физики, так и математики. «Пробным камнем» этого взаимодействия является теоретико-множественная модель континуума, которая одновременно составляет основу современных представлений о физическом пространстве-времени. Эта концепция вызывает серьезные возражения, как со стороны математики, так и со стороны физики. Исходные посылки, формирующие эти возражения, для физики и для математики, разумеется, различны. Примечательным является совпадение основных выводов. Модель теоретико-множественного континуума в области «очень малого» перестает «работать».

Теория множеств, сформулированная Г. Кантором, обладает уникальными качествами: исключительной ясностью исходных посылок и совершенно обескураживающими результатами их разработки. Ее положительные достоинства соответствуют общефилософским устремлениям XX века. Она конструктивна и представляет собой идеальное «игровое пространство» для введения всевозможных (полезных и бесполезных) структур в соответствии с методологией Бурбаки.

«Что касается второго качества теории множеств, то долгое время оно оставалось прерогативой специальной области «оснований математики», которая выработала ряд рецептов преодоления парадоксов и несообразностей этой теории. При этом удовлетворительного решения не получила практически ни одна из возникших проблем». Суть проблем кроется в том, что для теории множеств характерно восприятие мира «всего и сразу», т. е. как законченного статического многообразия. Однако дозволенный этой теорией так называемый «диагональный процесс», показывает как для любого, казалось бы замкнутого, множества можно построить новый элемент, не принадлежащий ему, что оказалось фатальным для всей теории, не позволяющим собрать элементы в одно целое. Это самый существенный дефект теории множеств, который перечеркивает идейные устремления ее автора — полностью заменить потенциальную бесконечность актуальной, завершенной бесконечностью.

«Следует сказать, что эта позиция с самого начала вызывала резкие возражения. В частности, Я. Бауэр еще в 20-х годах прошлого века обосновал и развил подход, названный им «интуиционизмом», который в противовес теории множеств развивал интуицию времени. В теории Бауэра допускалась только потенциальная бесконечность, а континуум виделся средой свободного становления. Эта идея приняла впоследствии разнообразные формы конструктивизма, которые всесторонне изучались на продолжении более чем полувека. Однако достаточно содержательной математики построить не удалось.» В статье предлагается новый путь решения данной математической проблемы.

Современная физика существенно опирается на геометрические представления о пространстве и времени, которое мыслится на основе сформированного математиками понятия непрерывного множества. Пространство-время охватывает сразу весь физический мир, включая в себя все места и все моменты времени. Понятие пространственно-временного континуума дало физике огромные блага, позволило описывать физическую реальность при помощи дифференциальных уравнений, но одновременно явилось источником многих трудностей в виде расходимостей (бесконечных выражений) в теории поля и появления ряда парадигмальных проблем.

В статье обсужден ряд соображений, заставляющих усомниться в необходимости опоры физики будущего, особенно физики микромира, на непрерывный пространственно-временной континуум. Отмечается, что он необходим в рамках ныне господствующей теории поля, основанной на концепции близкодействия. Однако, в физике представлена и альтернативная ей концепция дальнодействия, в которой отсутствует понятие поля. В работе обращается внимание на возможность построения теории микромира, опирающейся на систему представлений, независимую от классических понятий и не нуждающейся в наличии пространственно-временного фона. Эта теория, развиваемая одним из авторов статьи, названа «бинарной геометрофизикой». В ней ставится задача вывода (обоснования) классического пространства-времени, исходя из неких более элементарных понятий, присущих физике микромира.

«Бинарная геометрофизика непосредственно описывает элементарное звено всякого микропроцесса — перехода системы из одного в другое состояние. Более сложные процессы трактуются как цепочки элементарных звеньев. Классическая теория с понятием эволюции возникает только для случая достаточно сложных макросистем, обладающих памятью о реально осуществившихся событиях.» В исходных понятиях этой теории отсутствует континуальное множество, а есть лишь дискретная совокупность элементов (состояний частиц). Непрерывное множество возникает лишь как эффективное средство описания достаточно большого количества осуществившихся событий.

В статье Ю. И. Кулакова «Теория физических структур — математическое основание фундаментальной физики» представлены исходные принципы математического аппарата теории физических структур и взгляд автора на их роль в формулировке оснований физики. Как известно, во всякой физической теории всегда присутствуют три неразрывно связанные начала: математический аппарат, описание конкретной физической реальности и философское, точнее, метафизическое осмысление содержания теории. Выделим в позиции Ю. И. Кулакова метафизическую составляющую, которая выражена автором следующим образом: «Математику, как единое целое, можно представить себе состоящей из двух частей — из наглядной (модельной) и абстрактной (сакральной) математики. В свою очередь физику также можно рассматривать как состоящую из двух частей — из наглядной (антропной) и абстрактной (сакральной) физики. Сакральная (абстрактная) физика является частью сакральной математики, в основании которой лежит специальная, неизвестная ранее, математическая структура, названная мной физической структурой. (...) Дело в том, что наряду с макромиром и с невидимым макромиром существует, не менее важный для нас, еще один невидимый мир — Мир Высшей реальности. О необычной физике этого Мира и идет речь в Теории физических структур».

Как видно из приведенного высказывания и других работ Ю. И. Кулакова, он придерживается дуалистического подхода (парадигмы), т. е. его взгляды близки неоплатоновской философии. Это и определяет постановку и методику решения физических задач. Согласно нашей классификации, программа Ю. И. Кулакова должна быть отнесена к дуалистическому реляционному миропониманию (парадигме), чрезвычайно интересному и малоразработанному в физике подходу.

Поскольку наш подход к рамках бинарной геометрофизики (протофизики) опирается на монистическую парадигму, а позиция Ю. И. Кулакова — на дуалистическую парадигму, то это определяет существенное различие как в понимании самих бинарных структур, так и в постановке физических задач. В работах Кулакова два множества бинарной структуры трактуются в дуалистическом духе как аналог двух гендерных начал (мужского и женского) — неизменного свойства в мире высшей реальности, — тогда как в бинарной геометрофизике два множества бинарной структуры понимаются как две стороны триединого целого в элементарном звене процесса — начальных и конечных возможных состояний системы, связанных отношением, как третьей стороной, определяющей в аристотелевском смысле переход от возможности к действительности. Это различие отражено в изображениях двух множеств бинарной структуры. У Кулакова два множества элементов, как правило, изображаются на одном уровне справа и слева, тогда как в наших работах при пояснении бинарной геометрофизики два множества элементов помещаются одно над другим. Подход Кулакова отображает статику, тогда как бинарная геометрофизика нацелена на описание процессов, т. е. кинематики и динамики.

Различие проявляется и в постановке физических задач. Главная цель Кулакова — поиск представлений физических законов через физические структуры одного из возможных рангов (из мира высшей реальности). В бинарной геометрофизике ставится задача вывода всех закономерностей микромира (и далее макромира) из *единой бинарной системы комплексных отношений ранга* $(6,6)$.

В статье В. В. Кассандрова «Алгебродинамика: кватернионный код Вселенной» формулируется исследовательская программа в рамках иной метафизической парадигмы. Она также нацелена на поиск «*сверхзакона* — единого Принципа, *Кода Природы*, предопределяющего структуру физической Вселенной, возникновение «наблюдателя» и даже все дарованные нам «степени свободы», согласованные со сверхзаконом. Все без исключения первичные сущности — пространство, время, движение, развитие, сознание и др. — должны иметь свое представление, соответствующую кодировку на языке первичного Принципа».

Развиваемая теория получила в работах автора название алгебродинамики. «В «алгебродинамике» физические поля рассматриваются как дифференцируемые функции B-переменного (бикватерниона — Ю. В.), а в качестве первичных уравнений поля выступают ранее сформулированные нами условия B-дифференцируемости. Необычным и интересным свойством предложенного обобщения уравнений Коши-Римана является их *нелинейность*, являющаяся прямым следствием *некоммутативности* алгебры B и приводящая, с другой стороны, к теории полей с «самодействием» и к феномену *взаимодействующих частицеподобных образований*, сопоставляемых с особыми точками этих полей — их *сингулярностями*. (...) На таком языке частицы предстают как фокальные точки конгруэнций, т. е. как известные из геометрии *каустики*. Этот первичный светоподобный поток, порождающий, с точки зрения алгебродинамики, всю материю Вселенной (включая и частицы «видимого» света) и получивший название *Предсвета*, может рассматриваться как уникальная релятивистски инвариантная теория *эфира*».

Согласно данной в [2] классификации метафизических парадигм, алгебродинамика должна быть отнесена к дуалистической геометрической парадигме, отличной от эйнштейновской и опирающейся на две обобщенные категории: бикватернионной структуры В и единого поля, определенного на структуре В и подчиняющегося условиям Коши-Римана. Третью известную категорию частиц предлагается искать в виде особенностей первичного поля. Алгебродинамика представляет собой развитие ряда ранее предлагавшихся программ типа геометродинамики Дж. Уилера, теорий частиц в виде солитонных решений тех или иных нелинейных полевых уравнений. Упрощенные варианты теорий такого рода обсуждались в работах Я. П. Терлецкого, Д. Д. Иваненко, К. П. Станюковича и их школ.

Следует особо подчеркнуть, что теории из разных метафизических парадигм не следует воспринимать как противоречащие друг другу, а скорее как дополняющие друг друга, поскольку достаточно полное представление о физической реальности можно достичь только на основе достижений (видений мира) в рамках всей совокупности метафизических парадигм.

Еще одна исследовательская программа предложена в статье Д. Г. Павлова «Число и геометрия пространства-времени». Как пишет ее автор, «когда речь заходит о возможности построения так называемой ЕДИНОЙ теории, те же физики часто высказывают мысль, что базироваться она должна на минимальном количестве наиболее простых и красивых истин, правда при этом, как правило, не уточняют каких».

Основная идея (гипотеза) автора состоит в том, «что реальной ареной физического мира является не столько пространство Минковского, сколько одно из полилинейных финслеровых пространств, имеющих связь с числами. (...) Примеров финслеровых пространств бесконечно много, однако если ограничиться: a) четырехмерными пространствами; b) минимальной степенью метрической формы; c) связью с коммутативно-ассоциативными числами; d) наличием предельного перехода к геометрии пространства Минковского, — в конце концов остается один единственный вариант. Это пространство, с одной стороны, связано с черырехкомпонентной алгеброй, образованной прямой суммой четырех действительных чисел, а с другой, — порождается финслеровой метрической функцией, получившей название Бервальд-Мооровской».

Другими словами, предлагается использовать финслерову метрику в виде функции четвертой степени, подчиняющейся ряду специальных свойств. В статье рассматриваются свойства плоской финслеровой геометрии предложенного вида и указан ряд отличий от пространства Минковского, в частности, анизотропия 3-мерных пространственных сечений.

Далее предлагается перейти от «плоского» финслерова пространства к искривленному по образу и подобию перехода от специальной к общей теории относительности, осуществленному Эйнштейном. Подчеркивается, что «в четырехмерном римановом пространстве метрический тензор имеет десять независимых компонент, тогда как соответствующий тензор финслерова пространства той же размерности содержит их уже тридцать пять. (...) При переходе к искривленным финслеровым пространствам вполне реально ожидать возможности сведения к чисто геометрическим эффектам не только гравитационного, но и некоторых других фундаментальных взаимодействий, не выходя за рамки четырех измерений. Следует признать, что наиболее удивительным обстоятельством, приведшим нас к столь поразительному выводу, были соображения сугубо метафизического характера».

Таким образом, предложенную программу следует трактовать либо как попытку обобщения дуалистической геометрической парадигмы, соответствующей общей теории относительности Эйнштейна, либо даже как попытку выхода на монистическую парадигму со стороны геометрического миропонимания. Более точно пока сказать трудно, поскольку на данной стадии развития программ внимание сосредоточено на свойствах плоского финслерова пространства-времени.

§ 4. «Золотая пропорция» в естествознании

Третья часть сборника посвящена осмыслению многочисленных примеров проявления «золотой пропорции» в искусстве, биологии и в окружающей нас действительности. Однако, как это ни парадоксально, в современной теоретической физике «золотая пропорция» никак не отражена. Чтобы убедиться в этом, достаточно пролистать 10-томник теоретической физики Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица. Назрело время заполнить этот пробел в физике, тем более, что «золотая пропорция» тесно связана с метафизикой, с тринитарностью.

Единое 4-мерное пространственно-временное многообразие расщепляется монадным методом (описания систем отсчета) на 3-мерное (тринитарное) пространственное сечение и 1-мерное время. При этом временная компонента также имеет свойство тринитарности: она содержит в себе представления о прошлом, настоящем и будущем. Все законы классической физики отражают этот факт в виде уравнений движения (поля) — дифференциальных уравнений второго порядка, позволяющих определить ускорение системы через положение (координаты) и скорости системы в начальный момент. Известно, что скорость является двухточечным понятием, являясь отношением разности координат в два момента времени к интервалу времени. Ускорение же является трехточечным понятием. Таким образом, уравнения движения связывают трехточечное понятие (ускорение) с двухточечным (скоростью) и одноточечным (координатой) понятиями, т. е. имеют тринитарный характер.

Эволюция сложных систем, в частности, развитие организмов, где доминируют внутренние процессы, оказывается, также имеет тринитарный характер, который моделируется посредством рядов Фибоначчи. Напомним, ряд Фибоначчи строится по принципу, что каждый элемент этого ряда определяется суммой двух предыдущих слагаемых ряда. Так, если в качестве первых двух элементов выбрать 0 и 1, то следующими слагаемыми ряда будут: 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Важным свойством ряда Фибоначчи является тот факт, что отношение двух последующих слагаемых ряда (большего к меньшему) стремится к «золотому сечению» (к «золотой пропорции») $\Phi = 1{,}618\ldots$. Имеется множество свидетельств тому, что эволюция в живой природе определяется именно «золотой пропорцией».

Эта часть сборника открывается статьей А. П. Стахова «Золотое сечение, священная геометрия и математика гармонии», в которой кратко изложена история «золотой пропорции», названы важнейшие ее проявления и отношение к ней на протяжении веков. ««Золотое сечение» и связанные с ним числа Фибоначчи пронизывают всю историю искусства. Пирамида Хеопса, самая известная из Египетских пирамид, знаменитый греческий храм Парфенон, большинство греческих скульптурных памятников, непревзойденная «Джоконда» Леонардо да Винчи, картины Рафаэля, Шишкина (...) — вот далеко не полный перечень выдающихся произведений искусства, наполненных чудесной гармонией, основанной на «золотом сечении». Иоганн Кеплер назвал «золотое сечение» одним из сокровищ геометрии, поставив его в один ряд с теоремой Пифагора».

Числа Фибоначчи, с которыми связано «золотое сечение», были открыты в 13-м веке итальянским математиком Фибоначчи при решении задачи о размножении кроликов. В 1509 году Лука Пачиоли в своем сочинении сравнивал свойства «золотой пропорции» со свойствами Самого Бога, а саму пропорцию назвал «божественной».

В статье изложены основы новой теории гиперболических функций Фибоначчи и Люка, которые строятся на основе формул, соответствующих известным формулам тригонометрии и гиперболических функций. В них вместо числа e — основания натуральных логарифмов — входит значение «золотого сечения» Φ. Вводятся так называемые фибоначчиевы синусы, косинусы, тангенсы, для которых имеют место прямые аналоги сумм (разностей) синусов и косинусов. Показано, что на основе нового класса функций естественным образом описывается ряд закономерностей в эволюции растений и животных, в частности, явления филотаксиса. Указаны другие приложения этой теории в компьютерной технологии, в задачах кодирования информации, цифровой обработки сигналов и т. д.

Чрезвычайно интересный оригинальный материал содержится в статье С. В. Петухова «Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение». Эта статья «посвящена предлагаемой и развиваемой автором когнитивной форме представления данных о системе генетического кодирования, а также первым содержательным результатам ее использования. Эта форма представления основана на символьных и числовых матрицах генетических мультиплетов. Данные матрицы, условно называемые геноматрицами, составляют особые семейства, образуемые и исследуемые на основе классического матричного исчисления. Числовые геноматрицы порождаются из символьных геноматриц в результате замены символов генетических элементов их реальными количественными параметрами. Эта когнитивная форма представления уже привела к обнаружению новых феноменологических правил эволюции генетического кода, выявлению скрытых связей физико-химических параметров системы генетического кода с «золотым сечением», обоснованию новых подходов (в частности, хронобиологических) к вопросам генетического кодирования и пр.».

Введенные С. В. Петуховым геноматрицы обладают рядом свойств симметрии. «Автор с удивлением обнаружил, что эти бисимметрические геноматрицы $P^{(n)}$ связаны с «золотым сечением», которое, по крайней мере, со времен Возрождения (Леонардо да Винчи, Иоганн Кеплер и др.) служит в математике символом самовоспроизведения. Десятки авторов в разных странах публикуют статьи о проявлении «золотого сечения» в различных физиологических системах и процессах: сердечно-сосудистых, дыхательных, локомоторных, психофизиологических и пр. В свете этого «золотое сечение» выступает кандидатом на роль одного из базовых элементов в феномене наследуемой сопряженности физиологических подсистем, обеспечивающей единство организма».

Чрезвычайно интересен следующий факт: введенные В. С. Петуховым геноматрицы представляются в виде квадрата от соответствующих им «золотых матриц», элементами которых являются степени «золотого сечения». Это напоминает известную закономерность в соотношении величин (понятий) классической и квантовой физики. Квантовомеханические понятия предстают как «корень квадратный» из соответствующих им классических величин: квантовомеханическая амплитуда вероятности представляет собой «корень квадратный» из классической вероятности, спинор в квантовой механике можно понимать как «корень квадратный» из классического вектора, уравнения Дирака обычно вводятся как «корень квадратный» из классического волнового уравнения и т. д. К этому следует добавить, что ранее упомянутые бинарные геометрии можно понимать как своеобразный «корень квадратный» из общепринятых (унарных) геометрий.

В статье А. С. Харитонова «Золотая пропорция как критерий универсального равновесия и оптимальной связности частей в целое» рассматривается обобщение статистической механики, пригодное для описания процессов развития динамических систем, в том числе и живых организмов. Как пишет автор, «живое достигает и поддерживает свое равновесие преимущественно за счет изменения структуры своих элементов. А именно изменением структуры элементов пренебрегают сильные гипотезы статистической механики и термодинамики, поэтому они и не могут отличать живое тело от неживого. (...) Кроме движения по пространству (распределения Больцмана) и изменения скоростей (распределение Максвелла), для макромолекул еще имеет место распределение по изменению структуры динамических элементов (ускорениям). Если в статистической механике распределения по координатам и импульсам являются независимыми и энтропия термодинамической системы рассматривается как функция двух независимых классов переменных, то для макромолекул ее энтропия является функцией трех классов зависимых переменных. При этом приращения энтропии для каждого класса переменных описывается правилом «золотой пропорции» и само каноническое распределение также оказалось упрощенной записью «золотой пропорции».

Все это позволяет высказать предположение, что истинное равновесие описывается «золотой пропорцией» при рассмотрении рекуррентных связей в системе. Тогда живая природа возникла в результате стремления к истинному равновесию потоков энергии в определенных условиях. Подтверждением этому предположению служит сам человек, его здоровому (равновесному) состоянию соответствует метаболизм клеток, постоянное изменение структуры его элементов. А он описывается, начиная с генома и кончая формой тела, правилом «золотой пропорции»».

Оригинальный подход к пониманию сущности и значения «золотой пропорции» в естествознании предложен в статье В. В. Очинского «К концепции золотой пропорции в естествознании». Автор предлагает относиться к «золотой пропорции» как к пределу, идеалу, к которому стремятся реальные величины, но его никогда не достигают. «Многовековая практика показывает, что в природных системах «золотая пропорция» в ее иррациональном смысле не обнаружена, что дает основания выдвинуть гипотезу о ее отсутствии в природных системах. Это ставит на первое место приближения к Ф, сама же «золотая пропорция» определяется как предел развития сущего. Приближения к «золотой пропорции» отождествляются с процессом развития. Проблема «золотой пропорции» связывается не с представлениями о гармонии, а с понятиями оптимума (лучшего), к чему есть достаточно оснований».

В статье приведен ряд примеров, подтверждающих позицию автора, и представлены необходимые расчеты и графики. В частности рассматриваются: 1) соотношение площади суши и водной поверхности на Земле, 2) соотношения площадей земных материков, 3) соотношения планетарных орбит в Солнечной системе (установлена связь закона Тициуса-Боде с закономерностями ряда Фибоначчи), 4) пропорции в структуре системы музыкальных звуков.

Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что вопросы метафизики актуальны не только для дальнейшего развития естествознания, но и для других сфер культуры, включая социальную. В заключение позволим себе напомнить высказывание Г. П. Щедровицкого: «Когда народ, страна упускают из вида значимость онтологической работы и в силу тех или иных обстоятельств своего исторического развития перестают ею заниматься, как это было у нас в годы застоя и предшествовавшие им, то страна и народ с железной необходимостью скатываются в разряд последних стран и народов, поскольку они лишены возможности проводить мыслительную работу. Онтологии, или метафизики в смысле Аристотеля, являются основанием всей и всякой мыслительной работы. Они дают возможность проектировать, программировать, планировать. И обратно: если такой работы нет, то проектировать, программировать, планировать ничего нельзя, поскольку для этого нет условий и оснований. (...) По сравнению с отсутствием онтологической работы все остальное — мелочи. Если нет онтологической работы, то современного мышления, современной жизни, современной нации быть не может. В этом смысле то, что произошло у нас, есть классический случай, ибо мы можем наблюдать классический случай разрухи научной работы из-за отсутствия работы онтологической. И это есть поучительный опыт в масштабах истории развития *общечеловеческой*, подчеркиваю, культуры» [6, с. 536].

Литература

1. *Гайденко П. П.* История греческой философии в ее связи с наукой. М.: Изд-во «Университетская книга», 2000.
2. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002.
3. *Кант И.* Пролегомены ко всякой будущей метафизике, могущей возникнуть в качестве науки. М.: Соцэкгиз, 1937.
4. *Борн М.* Физика в жизни моего поколения. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963.
5. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. М.: Наука, 1989.
6. *Щедровицкий Г. П.* Философия. Наука. Методология. М.: Изд-во «Шк. Культ. Политики», 1997.
7. *Дюгем П.* Физическая теория. Ее цель и строение. СПб.: Книгоиз-ство «Образование», 1910.
8. *Мах Э.* Познание и заблуждение. М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.

Ю. С. Владимиров

Профессор физического факультета МГУ
доктор физико-математических наук

Часть I
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТАФИЗИКИ

Судьба метафизики в век физики[1)]

А. П. Огурцов

Отдел философии науки и техники Института Философии РАН

XX век — век физики. Он начался с открытия радиоактивности и завершился попытками построения физики как Теории Всего. Какова же судьба мета-физики? Сохранилась ли она в этот век — век двух мировых войн, германских и советских концлагерей, перемещенных лиц, беженцев и массовых убийств, век, разрушительный для культуры и для философии? Какова судьба метафизики в этот нещадный век? Может ли быть философия после Освенцима и архипелага ГУЛАГа? И если может быть, то какова она?

Традиционно под метафизикой понимается философское учение о предельных, сверхопытных основаниях, принципах и началах бытия. Это означало, что метафизика вынуждена восходить за пределы научного опыта, не просто размышлять о нем, а конструировать свои принципы и выдвигать свои начала вне и над научным опытом, эксплицируя принципы научного опыта, но, не сводясь к нему, возвышаясь над ним, нередко придумывая за науку принципы систематизации всего бытия, искать принципы своего знания. Естественно, что так понятая метафизика оказывалась не просто мировой схематикой, но и притязала на подведение итогов, на завершение научного знания, хотя «Сова Минервы всегда вылетает в полночь», т. е. метафизическая рефлексия возникала и развертывалась post factum, после того, как возникли и были осуществлены научные исследования в новых областях и вставала задача — осмыслить принципы этого нового знания и новых исследовательских областей. Так метафизика понималась, начиная с Аристотеля вплоть до первой четверти XX века, ознаменовавшейся возникновением квантовой механики в двух ее формах — В. Гейзенберга и Э. Шрёдингера. После возникновения и утверждения равномощности и равнозначности двух вариантов квантовой механики — матричной и волновой кардинально изменился и статус метафизики. Поле ее размышлений резко сузилось, хотя новая физика остро нуждалась в осмыслении тех принципов, на которых она строилась — принципов

[1)] Исследование осуществлено по гранту РГНФ 04-03-00031а

мета-физических. Но философия стала обсуждать (иногда взвинченно и даже истерично) свой собственный статус в эпоху «кризиса европейских наук» (так называется книга Э. Гуссерля, написанная как раз в годы утверждения квантовой механики и вместе с тем в годы краха принципов рациональности, всегда значимых в европейской культуре, краха под сапогом тоталитаризма — национал-социалистического и коммунистического). Физики вынуждены были решать мета-физические проблемы сами: и А. Эйнштейн, и В. Гейзенберг, Э. Шрёдингер, Г. Вейль не отворачивались от таких философских проблем, как пространство и время, процедура понимания, принцип причинности, наблюдаемости, соответствия и дополнительности, роль естественного языка в физике и др. Да и философы такие, как А. Н. Уайтхед, М. Шлик, Э. Кассирер, Г. Рейхенбах, Ф. Франк потратили немало усилий, чтобы построить философию физики XX века, осмыслить принципы классической и неклассической физики. Надо сказать, что метафизика физического знания XX века была полем совместных исследований философов и физиков. Далеко не все метафизические допущения физиков оправдались и далеко не все обращения философов к квантовой физике оказались релевантными неклассической науке. У физиков нередко преобладал критико-разрушительный пафос относительно ряда ведущих метафизических принципов физического знания, например, относительно принципа причинности у П. Йордана, В. Гейзенберга, а у философов, например, у М. Шлика, Ф. Франка, налицо была приверженность тем философским принципам, от которых они не могли и не хотели отказываться во имя признания достижений новой физики. И все же физика весь XX век была не только лидером естествознания, но и объектом совместных мета-физических дебатов о ее фундаментальных принципах — от принципа симметрии до принципа причинности, от соответствия между различными теоретическими построениями до обсуждения возможностей и границ физического знания. Эти дебаты между физиками и философами, которые развернулись сначала на Сольвеевских конгрессах, а затем на всех международных симпозиумах и конгрессах, на страницах специальных журналов и популярных еженедельников, задавали тон и сформировали общее настроение ученых относительно метафизики, которое, конечно, уже далеко не совпадало с ньютоновским лозунгом: «Физик, бойся метафизики!», но, будучи, правда, не однозначным, все же было весьма настороженным и критическим.

Сам термин «метафизика» греческого происхождения. Он возник при систематизации произведений Аристотеля Андроником Родосским (1 в. до н. э.): после «Физики» Аристотеля должен был следовать трактат, посвященный исследованию «первых родов сущего». Это и было названо «мета-физикой», то, что следует после физики, то, что посвящено выявлению принципов и оснований физики как учения о становящейся, изменчивой, подвижной природе. Сами эти принципы и основания должны быть устойчивыми, неизменными или, как сказали бы в XX веке, инвариантными. Мета-физика — это знание, стоящее **над** физикой, **сверх**физическое, сверхопытное, неиндуктивное [1]. Это означает, что метафизика с самого своего начала претендовала на привилегированное положение во всей совокупности знаний: она занимала приоритетное место «демиурга» во всей системе знания.

Критика шеллингианской и гегельянской натурфилософии[2], где метафизика выступила в одеянии натурфилософии, свидетельствовало не просто о неприятии фантасмагорических схем этих философов, но и новом отношении к философии. Начало XX века связано с утверждением новых задач и целей философии, которая начинает мыслиться как **учение о мировоззрении**. Иными словами, как бы сохраняется исходный запал метафизики — постичь бытие в целом, осмыслить мир в целом, построить миро-воззрение, но вместе с тем существенно ограничивается объект ее мировоззренческих дистинкций и ориентаций. Метафизика мыслится теперь как тотализация опыта — обыденного и научного. Так, В. Вундт называл метафизикой такое учение о принципах сущего, которое позволяет достичь единства всего знания, построить мировоззрение, строящееся на основе опыта, но выходящее за его пределы. Метафизика им подразделяется на негативную и позитивную. Негативная метафизика критически выявляет скрытые предпосылки нашего знания. Позитивная метафизика, тождественная с построением мировоззрения, всегда гипотетична, поскольку она восполняет научный опыт и на основе общенаучного сознания определенной эпохи непротиворечивым образом строит мировоззрение. Метафизика совпадает с картиной мира, которая охватывает природу, социальный и духовный мир и тождественна мировоззрению.

Эта же линия отождествления метафизики с мировоззрением присуща Г. Зиммелю, В. Дильтею и В. И. Вернадскому. Она присуща и мыслителям Венского кружка (М. Шлику, О. Нейрату, Р. Карнапу) и, как

[1] Мы сейчас не будем обсуждать, насколько точно обозначение онтологии Аристотеля в качестве «мета-физики», поскольку это выходит за пределы темы статьи. Нужно иметь в виду, что борьба с софистами привела Аристотеля к выявлению родов сущего, что и составляло задачу его учения о категориях, которые позволяли не просто фиксировать логические ошибки, но и выдвигать определенные принципы запрета, в том числе «перескакивать» от одной области сущего к другой. Затем категории получили не просто гносеологический, но и онтологический статус и стали характеризовать «департаменты» бытия. Эта «департаментализация бытия» — исток онтологии Аристотеля, которая Андроником Родосским была интерпретирована лишь в одном измерении — ее отношения к физике. (Об этом процессе превращения актов предицирования и категорий в онтологические сущности смотри мою статью «Категории» в «Новой философской энциклопедии», т. 2, М.: 2001, с. 229–233).

[2] Об этой критике см. Огурцов А. П. «Философия природы» Гегеля и ее место в истории философии науки // Гегель. Энциклопедия философских наук. т. II., М.: 1975, с. 595–623

бы ни показалось, странным и марксистам, которые отстаивали «пролетарское мировоззрение» (от Г. Лукача до А. Грамши), новую, «пролетарскую культуру» (А. А. Богданов, А. Луначарский). Борьба за новое мировоззрение, как известно, в СССР закончилась распятием диалектики в сталинских чертах диалектики и материализма, в Австрии — развалом Венского кружка, члены которого вынуждены были эмигрировать в Англию, США, Швейцарию и т. д. Но все-таки основной импульс философии первой четверти XX века — это поиск нового мировоззрения, определение философии через призму мировоззрения.

Яркие, стилистически блестящие эссе Георга Зиммеля, посвященные проблемам философии культуры («Понятие и трагедия культуры», «Изменение форм культуры», «Кризис культуры», «Конфликт современной культуры»), философии истории и социологии религии («Религия. Социально-психологический этюд», «К социологии религии», «Личность Бога»), казалось бы сугубо фрагментарны, по ним вообще невозможно понять целостное мировоззрение Зиммеля, осмыслить истоки и тайну его философии. Но это — фрагменты целостного процесса жизни, ее переживания и имманентного осмысления. Поэтому лишь на первый взгляд Зиммель в своем творчестве крайне разбросан — от религии он переходит к описанию ландшафта, от него к анализу приключения, а от него — к моде, от нее — к социальной дифференциации, затем — к философии денег, а от нее — к конфликту современной культуры. За этой «философской всеядностью» нужно увидеть метафизический импульс, который всегда был характерен для Зиммеля и который позволял ему воспроизвести в каждом фрагменте жизнь в ее целостности и непосредственности, в ее диалектичности и нетождественности. И этот импульс, позволявший Зиммелю в каждом фрагменте увидеть целое, он выразил во вводной лекции об истории философии: «философ отличается от большинства людей тем, что душа его сознательно отвечает на вопросы не о тех или иных частностях, но о существовании в целом... Мы понимаем философа поскольку понимаем его философию. Все эти приключения духа, все эти удивительные святые и миряне обращены к самому глубокому, интимному, но излагают его в *форме объективных картин мира*. Как раз в этом заключается основная притягательность всякой важной философемы, сопрягающей субъективную страсть, в которой переживается отношение души к основе всех вещей, ценность реального и ирреального, — с холодом понятий, с сублимированной абстракцией, В ней чувство обретает форму, а самое личностное требует для себя общезначимого».[1)]

В. Дильтей издает в конце XIX века первый том «Введения в науки о духе». Он завершается разделом «Конец метафизического отношения человека к действительности». Критическое исследование исто-

[1)] Зиммель Г. Избранное. т. 1, Философия культуры. М.: 996, с. 538, 542 рии метафизики, осуществленное Дильтеем, названо им «феноменологией метафизики»[1]. Она исходит из того, что метафизика как наука о сущем в целом, стремится выйти за пределы жизни, взглянуть на жизнь со стороны и интеллектуализировать ее, т. е. исходить из приоритетности познавательного отношения к миру, стремления логически упорядочить первопринципы сущего и объявить познание первичным способом конструирования реальности. Дильтей показывает, что идеалом метафизики предстает логическая взаимосвязь мира, что разрыв между действительностью и этим идеалом составляет исток кризиса метафизики, что разум не может однозначно определить скрепы метафизической взаимосвязи мира, а содержательное представление о взаимосвязи мира не может быть доказательным. Иными словами, Дильтей осуществил громадную историко-критическую разрушительную работу относительно метафизики. «Власть метафизики заключается в том, что она освещает человеку как изменчивой части мироустройства, не могущей обрести в одном лишь преследовании своих интересов постоянное чувство прочности и надежности своего положения в жизни связность целого, устанавливает место человека в нем и определяет его задачи. В этом ее функция совпадает с функцией религии. Но в то время как последняя претендует лишь на субъективную достоверность, основанную на сознании и признании высшей природы человека, метафизика стремится гарантировать общезначимое и необходимое познание[2]. Дильтей выявляет основной изъян метафизики — превратить в учение о реальности то, что характеризует *отношение* человека к реальности, онтологизировать функции и отображения жизненно-практического отношения человека к миру, сделать из них некие трансцендентные сущности.

Он столкнулся с дилеммой в том, на каком пути определить поновому философию — между определением философии как методологии и ее определением как мировоззрения. Дильтей отстаивает позицию, согласно которой исходной точкой философии — тенденция к общеобязательному мировоззрению. «С самого начала в ней была сильна тенденция к общеобязательному воззрению на жизнь и мир... Философское миросозерцание, как оно возникло под влиянием стремления к общеобязательности, должно, по структуре своей, существенно отличаться от миросозерцания религиозного и поэтического. В отличие от религиозного оно универсально и общеобязательно. В отличие от поэтического миросозерцания, оно представляет собой силу, стремящееся преобразующе влиять на жизнь»[3]. Метафизика и есть мировоззрение, вы-

---

[1] Дильтей В. Собр. сочинений. т. 1, М.: 2000, с. 696

[2] Dilthey W. Logik und System der philosophischen Wissenschaften. Vorlesungen zur erkenntnistheretischen Logik und Methodologie (1864–1903). // Gesammelte Schriften. Bd. XX. Gottingen.1990, S. 141

[3] Дильтей В. Сущность философии // Философия в систематическом изложении. СПб., 1909, с. 55–56

раженное в понятиях и возвышенное до общеобязательности. Такого рода существование метафизики представлено в разнообразных формах. Поэтому Дильтей стремится выявить типы мировоззрений, посвящая этому вопросу специальную работу[1]. Тем самым метафизика превращается в учение о мировоззрениях, о структуре и типах мировоззрения, в обоснование общеобязательного мировоззрения. Вместе с тем в работах Дильтея есть еще один мотив — мотив, подчеркивающий универсальную значимость научного метода в конструировании жизненной взаимосвязи: «Научное исследование вносит в эту процедуру метод. Исходя из подвижного, изменчивого Я, научный метод перемещает средоточие системы определений, в которую встроены впечатления, в саму эту систему. Научный метод создает объективное пространство, в рамках которого каждый отдельный интеллект находит свое определенное место, он создает объективное время, имеющие линейный характер, одна из точек которого переживается индивидом как настоящее время, он усматривает также объективную причинную взаимосвязь и прочные элементарные единства, между которыми имеет место эта причинная связь. Вся деятельность науки направлена на то, чтобы на место мгновенных образов ... поставить объективную реальность и объективную взаимосвязь»[2]. Так, именно метод придает мировоззрению объективный, общезначимый смысл. Поэтому не зря при обосновании гуманитарных наук Дильтей обращается к методу понимания в противовес методу «объяснения», характерному для естественных наук. «Природу мы объясняем, душевную жизнь понимаем» — такова исходная позиция Дильтея[3]. Метод понимания как специфическая процедура наук о духе задает критерии как общезначимости суждений в гуманитарных науках, так и целей и мотивов поступков людей, составляющих первичную жизненную общность. В поздних работах Дильтей обращается к герменевтике как методологии гуманитарных наук, которая укореняется им в анализе актов элементарного понимания повседневного общения и распространяется вплоть до более высоких актов понимания и истолкования произведений литературы, искусства и философии.

Отношение между учением о мировоззрении и методологией, между жизневоззрением и методом понимания, ставшим центральным методом в герменевтическом обосновании гуманитарных наук, у самого Дильтея остается не ясным: то ли определенный тип мировоззрения — научное мировоззрение укореняется им в научном методе, обретая с помощью него объективную, общеобязательную форму, то ли, наоборот, методология, и прежде всего герменевтический метод интерпретации жизни и

[1] Дильтей В. Типы мировоззрений и обнаружение их в метафизических системах // Новые идеи в философии. Сб. 1. Философия и ее проблемы. СПб., 1912, с. 119–181

[2] Дильтей В. Собр. сочинений. т. 1, с. 693

[3] Dilthey W. Gesammelte Schriften. Bd. Y, Stuttgart,Gottingen. 1957, S. 144

произведений культуры, составляет ядро его философии. Одни из его последователей делали акцент на учении о мировоззрении, усматривая именно в нем средоточие философии Дильтея, другие подчеркивали герменевтический характер его учения о методе понимания. Эти два разноречивых момента в его философии были альтернативными движущими мотивами его философии: с одной стороны, исходные посылки его философии жизни вынуждали принять трактовку исторического мира как текста, подлежащего расшифровке. Тем самым предлагалась не только герменевтическая интерпретация наук о духе, или гуманитарного знания, но и определенное истолкование исторических наук, где история свелась бы к истории духа и историческое знание релятивизировалось. Однако, с другой стороны, Дильтей занят поисками метода гуманитарных наук — метода универсального, объективизирующего и позволяющего преодолеть возможность «впадения в релятивизм».

Х.-Г. Гадамер, анализируя апории историзма, в которые был вовлечен Дильтей, отметил: «Бесконечные размышления Дильтея над упреком в релятивизме все же показывают, что он не сумел в действительности провести свой связанный с философией жизни подход вопреки рефлексивной философии идеализма. В противном случае он должен был бы распознать в упреке в релятивизме «интеллектуализм», у которого он хотел выбить почву из-под ног своим исходным тезисом об имманентности знания самой жизни. Последней причиной этой двусмысленности было отсутствие внутренней цельности в мышлении Дильтея, непреодоленное картезианство, из которого он исходит. Его теоретико-познавательные размышления об основоположении наук о духе в действительности не смыкаются с исходными посылками его философии жизни»[1)].

Исток трудностей и апорий Дильтея — теоретико-познавательная постановка проблемы, ограничение метафизики методологией гуманитарных наук в противовес естественным наукам, апеллирующим к методу объяснения. Поэтому и возникли перед Дильтеем трудности в осмыслении того опыта, который практикуется в гуманитарных науках, и той объективности, которая достигается с помощью метода понимания. Столкнувшись с этим кругом проблем и оставив большое рукописное наследие, свидетельствующее о его постоянных размышлениях о том, как же построить новую критику — критику исторического разума, он все же не смог выйти из этой дилеммы — дилеммы между укоренением исторического опыта и разума в имманентном потоке жизни, с одной стороны, и способом объективации этого опыта и разума с помощью методов герменевтики, с другой.

В. И. Вернадский в начале XX века читал лекции в Московском университете, посвященные истории научного мировоззрения. В центре его

[1)] Гадамер Х.-Г. Истина и метод. Основы философской герменевтики. М.: 1988, с. 288

внимания — становление и развитие того, что он назвал научным мировоззрением, а не просто история дисциплинарного знания. В его состав он включал не только общенаучные и общезначимые результаты научного поиска, но и научные методы, развитые и признанные в сообществе ученых, и в обществе, критику понятий науки, критический анализ гипотез, теорий науки, противоборство научного мировоззрения с противоположными взглядами. По словам Вернадского, он в своих лекциях стремится дать картину основных проблем современного точного описания природы, выделить в составе различных наук те проблемы, которые оказали громадное влияние на рост и выяснение научного мировоззрения — осмысления мира как целого, построения единой картины Вселенной[1]. «В основе этого мировоззрения лежит *метод* научной работы, известное определенное *отношение* человека к подлежащему научному изучению явлению»[2]. Итак, согласно Вернадскому, в основе научного мировоззрения лежит научная методология, но состав научного мировоззрения не тождественен просто совокупности или системе научных методов. Он — гораздо шире, включая в себя и достижения научного знания, и технические нововведения, оказавшие громадное влияние и на науку, и на культуру (одним из наиболее ярких примеров этого может служить открытие и распространение книгопечатания).

Представители Венского кружка — объединения философов, естественников, математиков, логиков, которое сложилось в начале 20-х годов в Вене и просуществовало вплоть до аншлюса Австрии фашистской Германией, выступили с критикой метафизики и усматривали свою основную задачу в построении научного миропонимания.

Исходным пунктом программы логического эмпиризма Венского кружка было решительное размежевание науки и философии. Научное знание всегда эмпирично и основывается на методах наблюдения. Его результаты представлены в системах предложений (пропозиций). Не существует особых философских истин: «Философия не является системой утверждений; это не наука. Но тогда что же это? .. Поворот, происходящий сегодня, характеризуется тем, что мы видим в философии не систему познаваний, но систему *действий*; философия — такая деятельность, которая позволяет обнаруживать или определять значение предложений. С помощью философии предложения объясняются, с помощью науки они верифицируются. Наука занимается истинностью предложений, а философия — тем, что они на самом деле означают»[3]. Задача философии — наделение смыслом предложений науки. Это на-

---

[1] Вернадский В. И. Избранные труды по истории науки. М.: 1981, с. 43

[2] Там же, с. 44. Подробнее о понимании Вернадским научного мировоззрения см.: Огурцов А. П. История науки как путь к ноосфере: концепция В. И. Вернадского // Принципы историографии естествознания.М.: 1993, с. 331–342

[3] Шлик М. Поворот в философии // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993, с. 30–31

деление смыслом не может быть осуществлено, по Шлику, в пропозициональных рамках, т. е. в рамках предложений некоей (пусть даже самой критической) гносеологии или методологии, претендующих на выявление последних, предельных, самоочевидных, фундаментальных слоев опыта и знания. Для Шлика выяснение смысла слов и предложений языка науки — это деятельность, которая не может быть отложена в каких-либо пропозициях. Крах метафизики и состоит в том, что она неправильно поставила перед собой задачу — найти последние, фундаментальные слои знания, в том числе и научного знания (самоочевидные истины, предельные аксиомы, индуктивные обобщения и пр.). По словам Шлика, «философия вообще не состоит из предложений»[1]. Это — деятельность по критическому анализу языка науки, по выявлению его уровней и поиска соответствий между его уровнями. Поэтому поворот к анализу языка науки, осуществленный представителями Венского кружка, привел к вычленению протокольных предложений как «абсолютно несомненных отправных точек знания», как «твердого базиса, которому все наши познания обязаны присущей им степенью правдоподобия»[2], как начал науки. Надо сказать, что существо «протокольных предложений» понималось даже внутри Венского кружка по-разному. Так, для Р. Карнапа «протокольные предложения» обладают определенной логической структурой и своим местом в логической структуре науки, а для О. Нейрата «протокольные предложения» — это фиксация реального наблюдения, осуществляемая в реальном пространстве и времени — «здесь» и «теперь» и предполагающая фиксацию времени наблюдения. Иными словами, Карнап делал акцент на логической стороне предложений, а Нейрат — на эмпирической. Вопрос о том, в какой мере может быть объединены два подхода к структуре и статусу «протокольных предложений» — логический и эмпирический и найден адекватный подход к ним, внутри «логического эмпиризма» так и остался не проясненным.

Подчеркнем несколько следствий из программы Венского кружка. Прежде всего речь идет не о фактах, а о протокольных предложениях как первичном базисе языка науки. Конечно, уже при фиксации «протокольных предложений» возникает целый ряд так и не проясненных неопозитивистами проблем: в какой мере факт, репрезентируемый «протокольными предложениями» зафиксирован правильно, не вкралась в эти «протоколы» ошибки, как проверить такого рода «протокольные предложения» и т. д. В ходе споров относительно «протокольных предложений», развернувшихся уже в первые годы существования Венского кружка, сама их интерпретация претерпела существенные изменения: «протокольными предложениями» стали называть не просто написан-

[1] Там же // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993, с. 33

[2] Шлик М. О фундаменте познания // Там же, с. 34

ные или напечатанные предложения, фиксирующие данные эмпирического и проверяемого опыта, а любые предложения, произвольно выбранные исследователем в качестве «протокольных», хотя на деле они представляют собой предложения-гипотезы. Критерий их произвольного выбора — критерий удобства. При таком весьма расплывчатом понимании и «протокольных предложений», и критериев их отбора все здание «научного мировоззрения» строится на зыбкой почве.

Вторым следствием из программы Венского кружка является перевод проблемы «протокольных предложений» в проблему истинного описания фактов. Этот перевод уже был осуществлен М. Шликом. Он предполагает, что все научное знание состоит из множества предложений и лишь часть из них должна быть согласована с той частью, которая произвольно принята исследователем в качестве «протокольных предложений». Тем самым проблема истинного описания фактов переводится в другой план — план взаимного соответствия или согласования предложений науки. По словам Шлика, «истинность предложения состоит в его согласии с системой других предложений»[1]. Поэтому представители Венского кружка отстаивали когерентную концепцию истины в противовес прежней корреспондентной теории, усматривающей истинность в соответствии знания фактам, реальности и т. д. Таков итог, последовавший из ограничения философии логическим анализом языка науки. Здесь, правда, возникает не меньшее число вопросов: Что имеется в виду под согласием различных предложений науки? Каковы критерии соответствия между «протокольными предложениями» и другими предложениями науки? Что имеется в виду под другими предложениями науки? И существуют ли они?

Вначале неопозитивисты полагали, что критерием согласия предложений может быть критерий их совместимости, тождественный отсутствию логических противоречий между ними. Однако, оказалось, что такого рода критерий вполне эффективный в логико-математических науках, построенных с помощью аксиоматико-дедуктивного метода, весьма не эффективен в эмпирических науках. Поэтому представители Венского кружка не просто вернулись к прежнему различению формальных и материальных истин, известного еще со времен Лейбница, но и к утверждению приоритетности «протокольных предложений» как фиксаций данных непосредственного наблюдения. После этого — нужен еще один маленький шаг к оправданию старого доброго выражения «согласие с реальностью». Этот шажок и делает М. Шлик[2]. Но этот маленький шажок повлек за собой громадные последствия — разрушение исходной установки Венского кружка на ограничение философского анализа логическим анализом языка науки, ведь реальность

[1] Там же // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993, с. 38
[2] Там же // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993, с. 39

выходит за границы языка и включение ее в качестве точки отсчета метафизики означало отказ от когерентной концепции истины в пользу корреспондентной концепции. Этот вывод и делает Шлик: «когерентная теория логически невозможна; она совершенно неспособна дать недвусмысленный критерий истины, ибо с ее помощью я могу придти к любому числу согласованных систем предложений, которые будут несовместимы друг с другом»[1]. Надо сказать, что неопозитивисты ряд лет искали правила согласования протокольных предложений и других предложений языка науки, определяли их по-разному. Шлик предложил переименовать «протокольные предложения» в «базисные». Критерий отбора этих «базисных предложений» ряд позитивистов видели в принципе экономии: мы выбираем в качестве «базисных предложений» те, сохранение которых требует минимума изменений во всей системе предложений и необходимо для недопущения логических противоречий внутри этой системы. Иными словами, они неявно вводили методологические правила, выполняющие регулятивную роль в познании, в частности, принцип простоты, выступавший в виде принципа экономии. Для Шлика применение этого принципа невозможно без осмысления происхождения различных предложений науки. Речь идет не просто о различении предложений по рангу (здесь он вычленяет метафизические псевдоутверждения, которые сами по себе ничего не выражают и не могут служить базисом чего бы то ни было, и осмысленные предложения), а о предложениях, выражающих «непосредственно наблюдаемое». При чем для него протокольные предложения всегда гипотетичны. Обсуждая непосредственность и достоверность этих предложений, Шлик проводит различие между констатациями и «базисными предложениями».В качестве примера констатаций Шлик приводит описание восприятия — «здесь теперь синее». В качестве протокольного предложения — «М. Ш. констатировал такого-то апреля 1934 г. в такое-то время и в таком-то месте: «Здесь теперь синее».. В это протокольное предложение входит в качестве составной части констатация, но они не тождественны между собой. Констатации не могут быть записаны, поскольку их фиксация в определенном месте и в определенном времени переводит их в другие предложения. В констатации входят демонстративные термины и жесты, направляющие внимание и опыт на наблюдаемое. Тем самым в картину науки как системы предложений «вторгается» иной мир — мир речи, соединенный с указаниями, демонстрациями, жестами и демонстративными терминами («это вот» и т. д.). Пропозициональный подход к языку науки в конечном счете основывается на опыте, который не выразим в предложениях и вообще не выразим и по сути дела ограничивается указанием на реальность («вот это»). Такова первая граница пропозиционального подхода к языку науки, вводящая в него иную

[1] Там же // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993, с. 40

размерность — размерность речи, обращенной к Иному — к реальности и к Другому — к собеседнику. Кроме того, существует еще одна граница пропозиционального подхода к языку науки: констатации так же, как и аналитические предложения математики, основываются на том, что понимание их смысла тождественно пониманию их истинности, их понимание и есть верификация. Тем самым вся сложная и иерархическая система языка науки базируется на индивидуальных констатациях. Неявной предпосылкой протокольных предложений является тождество личности воспринимающего и идентичность восприятий разных людей. Но тем самым вместе с неявными предпосылками в обсуждение различий между констатациями и протокольными предложениями вторгается вся совокупность метафизических проблем идентичности личности, самоидентификации, отношения к чужому сознанию и к другому. Конечным итогом обсуждения Шликом протокольных предложений является введение критерия произвольного выбора определенных предложений в качестве «базисных», «ибо мы свободны определять базис так, как нам захочется»[1]. Гипотетичность предложений науки как коллективных, так и индивидуальных в еще большей степени ставило под вопрос правильность и тем более истинность предложений науки. Единственный способ укоренить «базисные предложения» в чем-то достоверном и обоснованном Шлик усматривал в несомненном пункте встречи познания с реальностью — в том, что он назвал констатациями. Правда, сам Шлик подчеркивал, что «они никоим образом не лежат в основе науки», но «весь свет познания идет от них»[2]. Ведь каждая констатация индивидуальна и невыразима в предложениях, хотя и входит в них.

Как осуществляется переход от индивидуальных констатаций к общезначимым и тем более универсальным предложениям, представляющих научные законы — этот трудный вопрос для представителей Венского кружка и для всех неопозитивистов. Каково взаимоотношение между индивидуальным восприятием и общеобязательными коллективными или социально признанными предложениями? Существуют ли какие-то промежуточные уровни такого рода перехода? Это все трудности, которые уже обсуждались в метафизике и о которые «ломали» себе голову неопозитивисты.

То различение знания по знакомству и знания по описанию, которое проводит Б. Рассел, основывается на том же подходе, который выразил М. Шлик, — различении констатаций и «базисных предложений».

Гораздо более последовательна позиция Р. Карнапа, выраженная в статье « Преодоление метафизики логическим анализом языка». Более последовательна именно потому, что он делает акцент на логическом анализе, на анализе логической структуры предложений, а не их ста-

[1] Там же // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993, с. 50
[2] Там же // Аналитическая философия. Избранные тексты. М.: 1993

туса эмпирического базиса науки. Метафизику он считает, аналогично М. Шлику, совокупностью мнимых, бессмысленных предложений. Задача логического анализа языка науки разоблачить предложения метафизики как псевдопредложения и логически правильно построить язык науки. В таком случае места для псевдопредложений метафизики не останется места. Она просто невыразима на логически правильном языке науки. В качестве примера Карнап анализирует предложения, представленные в работе М. Хайдеггера «Что такое метафизика?» (1929). Анализируя на ее материале виды и их происхождение бессмысленных метафизических предложений, Карнап приходит к выводу о бессмысленности всей метафизики, подчеркивая, что она возникает вследствие логических ошибок (например, двусмысленности слова «быть» как связки и как обозначение существования). По его словам, метафизика «хочет найти и представить знание, которое недоступно эмпирической науке»[1].

Сведение неопозитивистами задач философии к логическому анализу языка науки означало, что большинство традиционных философских проблем исключалось из «научной философии» объявлялись метафизическими и псевдопроблемами. Критика метафизики и программа ее элиминации шли по разным направлениям, но в центре этой программы объявление предложений метафизики — псевдопредложениями, бессмысленными предложениями в силу того, что они не поддаются верификации или в силу того, что они по ту сторону научных «базисных или протокольных предложений» В свете принципа верификации представители Венского кружка утверждали, что метафизика является попыткой выйти за пределы науки, за пределы опыта и потому неизбежно является выходом за пределы осмысленного. Внутри всей сферы осмысленного просто не остается места для метафизических суждений. В неопозитивизме отвергались традиционные трактовки метафизики как онтологии. Онтологические проблемы переводились в плоскость анализа языковых структур, «концептуальных каркасов», выбор между которыми осуществляется в соответствии с прагматическими критериями. Впоследствии вместе с переходом от логического синтаксиса к логической семантике отношение к онтологии изменилось: она уже допускалась как онтология определенного языка. Возникла не только теория «лингвистической относительности» (Э. Сепир, Б. Уорф), но и осознание онтологической относительности различных языков (У. Куайн).

Отношение к метафизике в аналитической философии Англии и США претерпело сложную эволюцию — от неприятия до признания ценности метафизики в анализе естественного языка. В работах Б. Рассела 20–30-х годов, раннего Л. Витгенштейна налицо негативное отношение

[1] Карнап Р. Преодоление метафизики логическим анализом языка // Аналитическая философия: становление и развитие. М.: 1998, с. 84

к прежней метафизике, при чем сохранялось убеждение, что определенный узкий круг ее значимых проблем может быть решен с помощью новых логических средств — средств математической логики и логического анализа языка науки. Поэтому философия мыслилась как анализ значения слов и предложений. Фактуальное содержательное знание о мире понималось как знание, достижимое с помощью эмпирических научных средств. Философия имеет дело с аналитическими истинами, которые фактуально бессодержательны. Такого рода подход к философии, ограничивший ее теорией познания и логикой, ставил под вопрос существование метафизики и метафизических вопросов. С 60-х годов аналитическая философия отходит от такого узкого понимания философии и возвращается к многим философским вопросам, ранее относившихся к метафизическим. Так, Д. Уиздом, подвергнув критике принцип верификации, усматривал в метафизике — способ проницательных предположений, которые, хотя и могут оказаться заблуждениями, являются эвристическими средствами использования языка. П. Стросон, продолжая исследования семантической концепции истины А. Тарского, в своих работах «Индивиды» (1959) и «Границы смысла» (1966) строит «дескриптивную метафизику», задача которой описать концептуальные схемы нашего знания о мире, так как они представлены в естественном языке и обыденном опыте. Важнейшие элементы этих схем — индивиды, среди которых первичными или базисными являются материальные тела и личности. Без них было бы невозможно идентифицировать единичные объекты и различные состояния сознания человека. Дескриптивная метафизика дополняется им «ревизующей» метафизикой, цель которой изменить взаимоотношения между элементами концептуальной схемы и тем самым конструировать новые языковые и логические средства. С. Кернер подчеркивал важную роль категориальных каркасов — систем категорий в концептуализации исследуемых объектов, в формулировке интерсубъективных критериев принятия научных утверждений или отказа от них. В своих работах «Категориальные системы» (1970) и «Метафизика. Ее структура и функции» (1984) он выделяет среди этих категориальных каркасов метафизические принципы. Итак, представители аналитической философии в анализе естественного языка перешли от отказа от метафизики к осмыслению не только языковых универсалий, но и метафизических принципов обыденного и научного опыта. Поворот к анализу естественного языка существенно трансформировал метафизические проблемы: язык стал тем онтологическим каркасом, который так долго искали физики, в языке стали искать ту почву, на которой вырастают как специфические расчленения бытия, так и картины мира. Иными словами, работа философов, казалось бы сугубо логико-аналитическая и методологическая, позволила выявить истоки моделей и категорий, которые использует научная мысль. Язык стал тем онтологическим оселком, который увязывал и научные построения, и обыденное знание в один узел.

Но в это время существовал еще один вариант построения метафизики — фундаментальная онтология М. Хайдеггера, которая в начале была далека от проблем языка.

М. Хайдеггер развертывает свою критику прежней метафизики и свое понимание ее как фундаментальной онтологии. В 1929 г. он прочитал лекцию «Что такое метафизика?» Это та самая лекция, которую критиковал Р. Карнап. Специфика задавания метафизических вопросов состоит в том, что это всегда вопросы о целом. Они всегда идут от самого целого. Спрашивающий не исключен из поставленного вопроса, а включен в него. Для характеристики спрашивающего, включенного в само бытие, Хайдеггер использует понятие «Dasein», которое обычно переводят как «здесь-бытие», «присутствие». По интерпретации Хайдеггера, наука имеет дело с бытием как сущим. Научное отношение к миру всегда есть отношение к нему как к чему-то сущему. Человек также есть момент этого сущего. Вся прежняя метафизика, по мнению Хайдеггера, обосновывала это мироотношение, т. е. была метафизикой сущего. Она строилась по образу и подобию отношения науки к миру, которая вычленяла из сущего какую-то одну область, отчуждала ее из всего целого, делала ее своим предметом и противопоставляла исследующему сознанию. Новая метафизика, которая предлагается Хайдеггером, имеет дело не с сущим, а с Ничто. С такого рода «объектом» не имеет дела наука и научное отношение к миру. Метафизика обращена к отрицанию всей совокупности сущего, к абсолютно не-сущему[1]. Поэтому все категориальные и методологические средства, развитые в логике и методологии, не релевантны для метафизики, обращенной к Ничто. Более того, рассудок вообще не является господином в этой сфере Ничто. Что же это за область, где не действует ни ум, ни рациональные средства, достигнутые в логике, теории познания и методологии за 2000 лет их существования? Хайдеггер «открывает» ту область, которая лежит по ту сторону рациональности, по ту сторону «физики», это — область «настроений», которые могут закрывать или приоткрывать Ничто. Если человек направляет свое настроение на исследование различных сторон сущего или размышляет о всем сущем в целом, то он закрывает перед собой область Ничто. Открывается же эта область при определенной «настроенности» — при фундаментальном настроении ужаса. Хайдеггер проводит различие между ужасом и боязнью. Боязнь всегда связана с определенным сущим. Она всегда эмпирична: мы боимся грабителей, угроз и пр. Страх же экзистенциален. Он охватывает все человеческое существо. «Не остается ничего для опоры... Ужасом приоткрывается Ничто... В фундаментальном настроении ужаса мы достигли того со-

[1] Хайдеггер М. Что такое метафизика? // Время и бытие. М.: 1993, с. 18

бытия в нашем бытии, благодаря которому открывается Ничто и исходя из которого должен ставиться вопрос о нем»[1]. Итак, по-новому понятая метафизика, или фундаментальная онтология, основана не на принципах рациональности или рационального отношения к миру, а на фундаментальном настроении человека («присутствия»), в котором обнаруживается Ничто. Это настроение — Ужас перед Ничто. «Ужас — с нами. Он только спит. Его сквозное дыхание веет в нашем бытии... уверенней всего в потрясенном и дерзновенном человеческом бытии»[2]. Охватывая всего человека, Ужас не продуктивен, заставляет его цепенеть, терять дар речи и способность размышлять. И вместе с тем Ничто позволяет, по Хайдеггеру, осуществить перешагивание за сущее в целом, скачок в область трансценденции. Для Хайдеггера проблема Ничто есть по сути дела вопрос о Боге, а философия мыслится как онто-теологическое размышление, где область онтологии связана с фундаментальными слоями человеческого бытия, прорывающегося к божественному бытию, тождественному Ничто монотеистических религий. Хайдеггер завершает свою лекцию словами, исполненными пафосом религиозной проповеди: человек должен посвятить собственную экзистенцию «сущностным возможностям человеческого бытия в целом». Это означает, что он должен «предоставить пространство для сущего в целом», «свободно отпустить себя в Ничто», «избавиться от божков, которые у каждого есть и у которых каждый имеет обыкновение прятаться» и исходить из универсальной безопорности своего существования.

В Послесловии к 4 изданию этой лекции, написанном в 1943 г., Хайдеггер критикует те неадекватные ее интерпретации, которые отождествляли его метафизику Ничто или с нигилистическим настроением («все — ничто, так что не имеет смысла ни жить, ни умирать»), с проповедью бездействия и отказа от воли к действию, с разрушением логики. Основное внимание в этом Послесловии он уделил тому, что он позднее назовет «преодолением метафизики» как учения, забывающего бытие во имя сущего, превращающего сущностное мышление в калькулирующий, рассчитывающий интеллект, а самого человека — в один из элементов сущего. Прежней метафизике сущего он противопоставляет «мышление бытия», которое не ищет никакой опоры в сущем, «внимательно к истине бытия и тем помогает бытию истины найти свое место в историческом человечестве»[3]. Эти мотивы с большей силой выписаны во Введении к лекции «Что такое метафизика?» (1949). По его словам, прежняя метафизика заменила бытие сущим и тем самым подменила центральный вопрос философии — вопрос о бытии вопросом о сущем. Хотя метафизика всегда мыслилась как первая философия, она

[1] Там же, с. 21
[2] Там же, с. 24
[3] Там же, с. 40

не достигает бытия. Постановка вопроса об истине бытия предполагает обозначение пути преодоления метафизики, который мыслится как возвращение к почве метафизики, как поиск ее последнего, непоколебимого фундамента — бытия. При такой онтологической постановке вопроса метафизика отождествляется с фундаментальной онтологией, в центре которой «стоит человек как человек», понятый как существование, как «Dasein», как «присутствие», т. е. как место истины бытия. Именно в этом Введении Хайдеггер подчеркивает двуединый способ существования метафизики — онтологический и теологический, а точнее онто-теологический ее характер. Фундаментальная онтология стремится мыслить истину бытия, а не истину сущего, остается все же онтологией, хотя, по замыслу Хайдеггера, должна оставить всякую сферу онтологии, коль скоро она возвращается к основаниям всякой метафизики.

Новый взгляд на бытие предполагает и иное понимание мышления. Это одна из важных тем «Преодоления метафизики» — рукописи, писавшейся на протяжении всех военных лет и опубликованной в 1954 г. Прежняя метафизика исходила из отождествления мышления с репрезентирующим познанием сущего, с планирующе-рассчитывающей способностью человека. Такое понимание мышления обусловлено отношением к сущему как re-praesentatio, как пред-ставлению. Экзистенциальное мышление не противопоставляет себя сущему, не замещает бытие какими-либо репрезентантами — знаками, а, будучи включено в бытие, мыслит его не в категориях, а в экзистенциалах. Не касаясь всех тем этой работы Хайдеггера (его интерпретации воли, нигилизма, этапов развития метафизики и др.), отметим, что он исходит из убеждения, что метафизика присуща природе человека, что несмотря на призыв — преодолеть метафизику он имеет в виду прежнюю метафизику, совпадающую с учением о сущем, и выявляет те скрытые и забытые в ней мотивы, ведущие к новой метафизике — «метафизике присутствия», в которой раскрывались бы не категории, а экзистенциалы бытия (забота, бытие-в-мире, Встреча, со-бытие, бытие-с-другими и пр.) и выявлялась бы фундаментальные характеристики «присутствия» — его временность («Zeitlichkeit») и историчность («Geschichtlichkeit»), не совпадающие ни с физическим временем, ни с историческим временем. Итак, фундаментальная онтология Хайдеггера выступила с претензией на преодоление метафизики, разрушить ее и одновременно построить новую метафизику — метафизику бытия. Фундаментальная онтология как бы лежит по ту сторону всех прежних дистинкций и категориальных средств: она вводит не категории, а экзистенциалы, противопоставляет сущее и бытие, репрезентирующее и рефлектирующее мышление мышлению, включенному в бытие и постигающее бытие. Иными словами, фундаментальная онтология притязает на полный разрыв с прежней метафизикой. Более того, «преодоление метафизики мыслится бытийно-исторически»[1], т. е. преодоление метафизики предполагает и преодоление специфического отношения человека к миру, проективно-рассчитывающего и технически-калькулятивного отношения, приобретшего планетарный, глобальный характер. Кроется ли за этой посылкой Хайдеггера определенная философия истории, предполагающая критику цивилизации, забывшей бытие во имя сущего, и настаивающая на возвращении к до-сократической Греции, т. е. определенная социальная утопия, — вопрос, который вставал и встает перед каждым читателем. Трудно дать однозначный ответ на этот вопрос, но следует отметить, что в своих эссе и лекциях Хайдеггер не избежал ни пророческих интонаций, ни оракульского глубокомыслия (не зря его ученик — К. Левит назвал его «пророком смутного времени»). Что кроется за историко-философской концепцией Хайдеггера — определенная философия истории, пессимистическая по своему существу, не принявшая ни технического, ни научного прогресса, или же романтическая утопия, принимавшая то образ Эллады, то патриархальный уклад в качестве образца? На этот вопрос невозможно ответить, поскольку сам Хайдеггер стремился уйти от ответа на него, уйти в метафизическую проблему преодоления метафизики, а вместе с нею преодоления техники и науки. То, что такого рода линия — линия критики не только метафизики, но и всей технико-научной цивилизации, основанной на метафизическом отношении к бытию как сущему, в фундаментальной онтологии Хайдеггера существовала свидетельствуют и его продолжатели как немецкие (К. Акселос), так и французские (Ж. Деррида, Ж. Делез), провозгласившие необходимость деконструкции метафизики и построения постсовременной культуры.

В 50–60-е годы Хайдеггер обращается к языку как «дому бытия»[2], как той почве, на которой «произрастают» и забвение, и открытие бытия. Испытывая симпатии к неогумбольдтианству с его изучением естественного языка (Muttersprache), он с помощью постоянных этимологических изысков стремится выявить изначальный смысл слов, скрытую истину бытия. Его усилия, как ни парадоксально, оказались созвучными тем усилиям, которые делали в это время аналитики естественного языка: ведь в естественном языке скрыта та онтология, которую ищут метафизики.

Вместе с критикой метафизики в этот же период развертывались концепции, предлагавшие свое видение и метафизики, и ее судеб, и ее значимости. Так, М. Коллингвуд в книге «Очерк метафизики» (1940) исходил из того, что метафизика — это не бесплодная попытка постичь то, что лежит за пределами любого возможного опыта, но попытка выяснить, что люди определенной эпохи думали об общей природе мира (эти представления оказываются предпосылками их «физик», т. е. конкрет-

---

[1] Там же, с. 181

[2] Там же, с. 192

ных исследований природы), понять, каковы предпосылки этого мышления и как они переходят друг в друга. Метафизика — это не последний ответ на предельные вопросы, а совокупность предпосылок тех вопросов, которые задаются людьми, в том числе и учеными. Их Коллингвуд называет абсолютными предпосылками. Они либо предполагаются (в основном неявно и неосознанно), либо выявляются и анализируются. Задача метафизики и состоит в том, чтобы выявить абсолютные предпосылки человеческого опыта и знания, обнаружить те причины, в силу которых происходит историческое изменение этих предпосылок.

Поставленная неопозитивистами проблема демаркации между метафизикой и наукой стала предметом ожесточенных дискуссий в философии науки XX века. Полемика вокруг этой проблемы позволила по-новому поставить ряд методологических и эпистемологических проблем, в частности, вопрос о критериях научности. Обсуждая вопрос о демаркации между метафизикой и наукой, К. Поппер выдвинул новый критерий научности, который он увидел не в возможности эмпирической подтверждаемости, верифицируемости теорий, а в их опровергаемости, фальсифицируемости. В отличие от научных теорий, которые в принципе фальсифицируемы, т. е. опровергаемы, метафизическое знание не опровергаемо. Метафизика неопровержима. Это обусловлено рядом причин, в том числе неограниченной универсальностью ее экзистенциальных предпосылок. Наука же ограничивает свои экзистенциальные предпосылки определенной конечной пространственно-временной, предметной областью. Крушение метафизики означало крушение притязаний на универсальную предметную область, которое произошло во всех областях знания, в том числе и в логике.

Все же основная линия в постпозитивистской философии науки — построение новой методологии науки, ориентированной на проблемы роста научного знания, а не на осмысление структуры языка науки, создание новой эволюционной теории науки, где модель роста науки мыслилась по образу и подобию теории эволюции Ч. Дарвина: выдвижение избыточных гипотетических по своему статусу догадок, критика и отбор по определенным критериям (прежде всего критерию опровержимости) из этого множества гипотез наиболее адекватных теорий. Концепция науки, разработанная К. Поппером, во-многом новаторская и перспективная, но в немалой степени и банальная, ограничила сферу философии науки гносеологией и методологией науки[1]. Именно начиная с концепции К. Поппера методология науки заняла приоритетное место во всем составе философии науки, причем методология, ориентированная на историю науки, на осмысление проблемных ситуаций и на способы реше-

[1] Подробнее о специфике методологии науки и ее различных программах см.: Огурцов А. П. История методологии науки: реальные и виртуальные трудности // Методология науки: проблемы и история. М.: 2003,с. 221–242

ния научных проблем. Но без обращения к метафизике и здесь было трудно обойтись. Она «выплыла» с совершенно неожиданной стороны — со стороны тех фундаментальных допущений, из которых исходит каждый ученый в своих гипотезах и теориях.

Если в 30-е годы Поппер проводил демаркацию между метафизикой и наукой на основе методологии фальсификационизма не менее жестко, чем неопозитивисты проводили программу верификационизма, то позднее он ослабил свою критику метафизики, стал подчеркивать важную роль метафизических допущений в процессе поиска и выдвижения новых научных гипотез и теорий и даже допускать существование метафизических исследовательских программ. Эта линия на признание важной роли метафизики в науке была продолжена в критическом рационализме и в целом в постпозитивистской философии науки. Так, Д. Агасси усматривает в метафизике координирующий фактор научных исследований. Значимость научных проблем, гипотез и экспериментов он ставит в непосредственную зависимость от их метафизической значимости, от их роли в изменении или создания новой научной картины мира. Если Агасси еще проводит различение между наукой и метафизикой, не включая метафизику в состав самого научного знания, то И. Лакатос включает метафизику в качестве внутринаучного элемента в научные исследовательские программы, где метафизические положения выступают в качестве ядра научно-исследовательской программы.

Аналогично этому по-разному трактуемые метафизические допущения и предпосылки выполняют роль структурнообразующих факторов науки в концепциях Т. Куна, П. Фейерабенда, Д. Холтона. М. Вартофски подчеркивал эвристическую функцию метафизики в научном знании. Научное знание предстает у них тесно связанным с философскими системами и с культурным контекстом, внутри себя наука формирует и артикулирует определенные метафизические основания и представления. Поэтому метафизика предстает важным опосредствующим звеном между культурой и наукой, между миром ценностей и поисками истины, между мировоззрением и конкретным научным исследованием. Именно благодаря метафизике формируются первичные модели изучаемой реальности, космологические модели, на которых строятся научные теории.

Переориентация постпозитивистской философии науки с логического анализа структуры и уровней языка науки на построение моделей роста научного знания, его эволюции заставила кардинально изменить категориальный и методологический аппарат изучения науки. Она вынуждена была обратить внимание на позитивную, эвристическую роль метафизики. Теперь философы науки стали говорить о метафизических исследовательских программах, о метафизических ядрах внутри научных парадигм и исследовательских программ. Но все же философский анализ научного знания ими сводился либо к методологии науки (методологии анализа ее роста), либо к социологии науки (исследованию научного сообщества, принявшего ту или иную теорию в качестве парадигмы). В методе усматривали универсальный способ решения проблем, решающий критерий научности, позволяющий провести демаркацию между наукой и метафизикой. Метод, т. е. совокупность правил, управляющих научной деятельностью, обладает принудительной силой, благодаря нему знание обретает объективный, общеобязательный смысл, становясь из мнения и убеждения обоснованным и достоверным знанием.

Развитие философии науки как методологии науки, включавшей в свое исследование анализ метафизических компонент научных теорий, продолжалось вплоть до середины 70-х годов. В 1975 г. вышли в свет работы П. Фейерабенда «Против метода»[1]. Он представил свою позицию как защиту анархистской теории познания, для которой наука представляет собой анархистское предприятие, в ней не существует единообразных, стандартизированных действий, упорядоченных или согласно методу исследования, или согласно каким-либо гносеологическим приоритетам. На деле же Фейерабенд обратил внимание на значение *риторики в росте науки.* На громадном историко-научном материале (прежде всего работ Галилея) он показал значение тех аргументов, которые использовал Галилей в защите гелиоцентрического учения Коперника и в собственном построении механики. Согласно интерпретации Фейерабенда, Галилей одержал победу благодаря своему стилю и блестящей технике убеждения, с помощью введения гипотез ad hoc и допущений, которые вели к парадоксальным утверждениям. Может быть, это относится только к Галилею и далеко от научной практики тем более современного дня?

Обращение Фейерабенда, М. Фуко, М. Финоньяро к риторике далеко выходит за рамки историко-научной реконструкции идей Галилея. За ним скрывается иное видение научного знания и новый круг проблем философии науки: отказ от идеи истинности научного знания во имя утверждения его правдоподобности и ее различных степеней, отказ от прежнего, ставшего стандартным различения контекстов открытия и оправдания, осмысление процедур аргументирования, а не акта доказательства и др. Иными словами, хотя методология науки сохраняет свой статус в философии науки, приобретая новый круг проблем, но центр внимания все более смещается к теории аргументации в истолковании научного знания и складывается новый подход в философии науки — *риторика науки*, в центре которой не просто приложение логики аргументации к научному знанию, а изучение под этим углом зрения и научных текстов как нарративов (повествований), и процедур объяснения и понимания в аргументации, и уяснение корректных и некорректных

[1] Фейерабенд П. Избранные труды по методологии науки. М.: 1986

форм аргументации, и выдвижение на первый план процедур аргументации, а не доказательства. Поэтому и проблемы метафизики в составе так понимаемого научного знания выглядят иначе, чем ранее. Логикой концептуализации предстает теперь логика аргументации, теорией текста — теория нарративов, концепцией научной коммуникации — риторика, основной единицей анализа — научный дискурс и дискурсивные практики. Таковы лишь некоторые следствия из той переориентации философии науки на логику аргументации и риторику, которая происходит на наших глазах. Знание оказывается убеждением и суждением (judgement), которое использует ради своего общеобязательного статуса аргументацию из разных областей исследования. Так понимаемая философия науки восполняется историко-науными реконструкциями «отдельных случаев» («case studies»), не претендующих на универсальную методологическую значимость и выполняющих роль прецедентов, значимых и признанных в научном сообществе казусов из реальной дискурсивной практики науки.

К сожалению, мы плохо осведомлены о тех изменениях, которые происходят в западной философии науки после смерти Т. Куна, К. Поппера и П. Фейерабенда, т. е. после середины 90-х гг. Можно сказать, что середина 90-х годов — эта та черта, за которую мы не перешли в своем знании зарубежной философии науки. Между тем в зарубежной историографии философии науки существуют попытки осмысления новых средств анализа науки. Естественно, что продолжаются исследования в рамках прежних исследовательских методологических программ. Назову несколько наиболее значительных книг[1]: осмысление методологии исследовательских программ на материале истории математики[2], анализ знания как практики продолжается Решером[3], предпринимаются попытки осмыслить логику истории идей[4]. Альтернатива между различными философскими концепциями науки проходит ныне между *эпистемологическим* и *культурно-историческим подходами к науке, между двумя образами науки или как системы понятий или предложений с*

---

[1] 1) After Popper, Kuhn and Feierabend. Recent Issues in Theories of Scientific Method. Eds. R. Nola, S. Howard, 2000; Recent Themes in the Philosophy of Science:Scientific Realism and Commonsence. Dordrecht. 2002; History of Philosophy of Science: New Trends and Perspectives. Dordrecht. 2002

[2] Appraising Lakatos: Mathematics, Methodology and the Man. Eds. G. Kampis, L. Kvasz, M. Stoltzner. Dordrecht. 2002

[3] N. Resher. Cognitive Pragmatism: the Theory of Knowledge in Pragmatic Perspective. Philadeldelphia. 2002

[4] M. Bevir. The Logic of the History of Ideas. 1999 и Дискуссия об этой книге в журнале «История гуманитарных наук» (History of the Human Sciences. 2002 № 2, p. 99–133). F. Oosterhoff. Ideas Have a History: Perspectives on the Western Seatch for Truth. Lanham. 2001

различными уровнями, или как культуры[1]. Можно зафиксировать альтернативные методологические исследовательские программы, которые базируются на специфических оппозициях. Таковы, например, оппозиции *история ученых/ тематический анализ*, т. е. вычленение некоторых общезначимых тем в истории науки; *анализ историко-научного процесса/ case studies, или «карнавал историй»; история ментальности/социальная история науки; кумулятивизм/антикумулятивизм.*

Общей тенденцией является технологизация научного мышления, его инструментализация[2]. Это находит свое выражение в увеличении «веса» технологических разработок в составе науки, а в философии науки — увеличение «веса» методологии, доминирование ориентации философско-научных разработок на проблемы методологии. Анализ метода осуществляется в конкретно-историческом контексте и на конкретном материале. Инструментализация научного знания означает, что знание рассматривается как форма дискурсивной практики и к ней прилагаются все характеристики практического отношения к действительности. На первый план выдвигается посылка, согласно которой теория выполняет функцию символической репрезентации. Иными словами, теория трактуется как символический проект, а совокупность такого рода символических проектов предстает как исследовательская программа со своим «ядром» репрезентации. Основная ориентация — деконструкция референциального отношения символических репрезентаций: знаковые системы не имеют никакого отношения к действительности. Символические репрезентации оказываются (и не только для постмодернистов) симулякрами, т. е. символическими системами, не имеющими отношения к реальности. В рамках конструктивистской программы символические репрезентации оцениваются лишь в перспективе согласованности, совместимости и эффективности[3].

Основная альтернатива между философскими концепциями науки — это альтернатива между *структурализмом и лингвистическим анализом научного дискурса.* Это две крайние точки на континууме философских концепций науки. Одна из этих концепций обращается к развитым формам научно-теоретического знания, прежде всего к анализу математики и физики. Другая — к тем формам знания, которые не соответствуют идеалам точности и применения математики, не получили своей развитой теоретической формы. Эта альтернатива возникла в середине 90-х годов и начинает все более осознаваться в наши дни. Структура-

[1] Science in Culture. 2001. Ed. P. Galison, S. R. Graubard, E. Mendelson. Журналы: «Science as Culture». «Science in Context». «Science and Society». «Science, Technology and Human Values»

[2] Instrumentalisation between Science, State and Industry. 2001

[3] Inconsistenency in Science. Ed. Meheus J. Dordrecht. 2002. Эти изменения рассматриваются как изменения в образах науки The Changing Image of the Sciences. Eds. I. Stamhuis, T. Koestsier, C. De Pater, A. Van Helden. Dordrecht, London. Boston. 2002

листский подход к науке предполагает обращение к теоретическому знанию. Осуществляется моделирование структуры теоретического знания, а структурализм предстает как программа моделирования теоретического знания. Такова позиция Мулине — автора предисловия к специальному номеру журнала «Синтез» (2002), посвященного структурализму в философии науки.

Другой подход связан с изучением науки как формы дискурса. Научное знание предстает как взаимоотношение дискурсов. Новые понятия: историческое воображение, анализ различных концепций под углом зрения использования в них метонимии, метафор, иронии. Пример — книга Хейдена Уайта «Метаистория. Историческое воображение в Европе XIX века» (Екатеринбург, 2002). Наука трактуется как нарратив, как повествовательный дискурс и к нему прилагаются все средства, ранее использовавшиеся в риторике. Можно сказать, что исследование метафор, метонимий и вообще тропов, ранее оттесненных из поля метанаучного анализа как фигуры речи, теперь возвращаются в качестве средств анализа науки и становятся предметом анализа[1] Можно согласиться с мнением М. Пера и У. Ши о том, что ныне происходит риторический поворот в философии науки («Риторический поворот: изобретение и убеждение в руководстве исследованием[2]. Научное знание рассматривается под этим углом зрения и предстает как дискурс, т. е. как надфразовая целостность, реализующаяся в речевых коммуникациях, и вместе с тем под этим же углом зрения рассматривается и дискурс относительно науки в общественном сознании[3]. Поворот к риторике в философии науки означает поворот к нарративным методам анализа дискурса, осмысление познавательной деятельности как деятельности, осуществляющейся в коммуникациях с другими представителями научного сообщества, в том числе и как речевую коммуникацию с ее тропами и метафорами, с разрывом между знаковыми системами и означающим, с репрезентацией многозначного смысла, а не только однозначного значения научного термина. Конечно, возникает вполне законный вопрос: не превратится ли так понятая философия науки в новую поэтику, аналогичную той имагинативной поэтике Г. Башляра, которая стремилась выявить истоки воображения индивидуальных мыслителей и была далека от общеобязательности методологических и онтологических схем в истории науки, т. е. от геометрической явленности концептуальных схем, характеризу-

[1] Theodore L. Brown. Making Truth. Metaphor in Science. 2002.

[2] The Rhetorical Turn: Invention and Persuasion in the Conduct of Inquiry. Eds. Pera M., Shea W. Canton. Mass. 1991; Cecarelli L. Shapping Science with Rhetoric. 2001.

[3] Kallerud E., Ramberg J. The Order of Discourse in Surveys of Public Understanding of Science // Public Understanding of Science. 2002, Vol. 11, p. 213–224. О понимании дискурса см. С. С. Неретина, А. П. Огурцов «Дискурс» и «Нарративные модели дискурса» в кн.: «Теоретическая культурология» М.: 2005. С. 247–252, 252–255.

ющих пространственно-временные модели исследования мира? Не превратится ли философия науки в новую поэтику, анализирующую явленные и не артикулированные смыслы и образы, выраженные в научных текстах? То, что такого рода опасности существуют, несомненно. Но поворот к риторике в философии науки позволяет выявить новые пласты научного знания, показать деятельность ученого в контексте речевого сообщества, в котором осуществляется эта деятельность. Метафизика при таком подходе тождественна выявлению условий возможности коммуникаций между учеными, фундаментальных предпосылок и допущений, из которых исходят ученые в своих исследованиях и которые лежат в основании их дискурсивных практик, понимания Другого, взаимопонимания и достижения согласия между ними.

Итак, отношение к метафизике в XX веке было неоднозначным. Для мыслящих физиков метафизика — высшая физика (слова А. Зоммерфельда[1)]), осмысляющая фундаментальные понятия своей науки (пространство-время, причинность, вероятность и др.). Наряду с критическим и даже негативным взглядом на метафизику и в философии, и в науке XX века существовало позитивное отношение к метафизике, которое постепенно утвердилось и трансформировалось к концу прошлого столетия

[1)] Зоммерфельд А. Пути познания в физике. М.: 1973. С. 115

Метафизика в борьбе с кантианством

В. Д. Захаров
Московский Государственный Университет Печати

§ 1. Возможна ли метафизика?

Что такое «природа» и откуда мы получаем о ней свидетельство? Уже древние греки отвечали на эти вопросы по-разному. Досократики сумели возвыситься в познании мира над свидетельством наших чувств — они говорили о «природе вещей» как об «архэ», невидимом первоначале, лежащем в основе всего сущего. Лишь Аристотель впервые заговорил о природе как «начале движения и изменения» — таких, какими они проявляются в видимом мире.

В Новое время из античной традиции понимания «природы» возобладало лишь это узкое понимание, вышедшее из узкого понимания самой философии Аристотеля. «Архэ» досократиков было забыто. Со времен сенсуалистов вплоть до возникновения физики микромира в XX в. в качестве свидетельства о природном мире принимались исключительно показания чувств. Природа отождествлялась с «внешним миром» — тем, о чем нам свидетельствуют органы чувств: мир нам «дан в ощущениях». Однако то, что показывают чувства, никак не санкционировалось разумом, и потому на почве этого вопроса в XVII – XVIII вв. назрела обстановка «философского скандала»: оказалось невозможно философски, с помощью мысли, доказать реальность и познаваемость «внешнего мира».

«Скандал» перестал быть актуальным после того, как И. Кант критически проанализировал понятие «опыт». Он указал, что ощущения сами по себе ничего не дают к познанию этого мира, ибо «опыт сам есть вид познания, требующий участия рассудка, правила которого я должен предполагать в себе еще до того, как мне даны предметы, стало быть, a priori» [2, с. 88].

А как нам даются предметы? Не в ощущениях только, как думали до Канта, а в *созерцаниях*. «Посредством чувственности предметы нам даются, и только она доставляет нам созерцания» (Кант); мыслятся же предметы рассудком, в понятиях. Дискурсивное (стало быть, априорное) мышление может соотноситься с созерцанием вследствие присущих нашему восприятию априорных форм нашей чувственности — пространства и времени. Из априорности этих форм чувственности следует, что само созерцание может быть не только эмпирическим (когда оно называется ощущением). Отвлекитесь в вашем восприятии предмета от всего, что рассудок дискурсивно мыслит о нем, и от всего, что принадлежит в нем ощущению: остаются образ и протяженность — то, что Кант называет *чистым созерцанием*, или *интуицией* (Anschaunung).

Как возможно мыслить о предметах созерцания, если рассудок и чувственность — совершенно разнородные вещи? Ведь понятия существуют в нас in abstracto — вне созерцания, а предметы — in concreto, в созерцании.

Кант дает ответ своей теорией познания, построенной как синтез априорных форм чувственности, осуществляемый рассудочным мышлением. Этот чистый, или трансцендентальный, акт познания предметов — объектов созерцания — оказывается возможным потому только, что все познаваемое в предметах создается самим умом, по присущим ему правилам и законам. «Природа», как объект познания, есть лишь совокупность фактов созданного нашим умом научного опыта: «рассудок не черпает свои законы (a priori) из природы, а предписывает их ей» [3, с. 140], обусловливая тем самым всеобщность и необходимость научных суждений.

Своим «трансцендентальным синтезом» Кант провел демаркационную линию между метафизикой и математикой, отнеся последнюю только к области чувственных созерцаний a priori. Все, что измышляет чистый разум вне созерцаний, Кант назвал чистыми (*трансцендентными*, т. е. ноуменальными) идеями; область же применения разума к созерцаниям он назвал рассудком и подчеркивал, что «без такого разграничения метафизика просто невозможна». И. Кант доказал способность рассудка создавать категории, упорядочивающие факты опыта, и, благодаря этому, признал аксиомы и теоремы математики синтетическими суждениями a priori. Но категории рассудка не распространяются на область ноуменов, которые чистый разум, хотя и может мыслить (в тех же категориях), не может созерцать ни в каком опыте.

§ 2. Трансцендентальная иллюзия разума

Интеллектуализм древних греков был формой их веры в познавательную способность разума.

Всякая вера, однако, уязвима для разума, даже вера в самый разум. Вера в разум породила *рационализм*, или рационалистический реализм. «Рационализм XVII — первой половины XVIII вв., — пишет, например, П. П. Гайденко [17, с. 4], — исходил из убеждения, что разум *мыслит бытие* и что в этом и состоит его подлинная сущность, гарантирующая объективность и необходимость научного знания». Именно в таком виде этот рационалистический реализм был подвергнут критике И. Кантом, назвавшим его «трансцендентальной иллюзией» самого разума. Не доказано, что разум мыслит бытие, что мышление тождественно бытию. Напротив, мышление может иллюзорно принимать собственный продукт за объективное бытие. В этой идее — несомненное достижение критической гносеологии Канта, делающее кантианство поистине коперниковским переворотом в философии. Н. Бердяев [19, с. 18–19] дает следующую оценку этого кантианского переворота: «Кант зорко видит смешения мышления и бытия, принятие мышлением собственных продуктов за объективное бытие. Он преодолевает власть объекта над субъектом, раскрывая, что объект порожден субъектом. Великое открытие Канта, разрезывающее всю историю человеческой мысли на две части, заключается в том, что нельзя переносить на вещи в себе, на ноумены, то, что относится лишь к явлениям, к феноменам... Неверно, что Кант приканчивает всякую метафизику, он приканчивает лишь метафизику натуралистического и рационалистического типа, метафизику, исходящую из объекта, из мира. И он раскрывает возможность метафизики из субъекта, метафизики свободы. Различение Кантом порядка природы и порядка свободы заключает в себе вечную истину».

Трансцендентальный синтез Канта означал принципиальный отход от греческой реалистической философской традиции и от греческого Космоса. Правда, большинство естествоиспытателей и после Канта оставались «наивными реалистами», продолжая верить, что живут еще в раю, созданном греками, — познают мир вещей в себе. Кант, отделив математику и «чистое естествознание» от метафизики, показал, что этот их «рай» — иллюзорный, и предложил взамен другой рай, номиналистический. В этом раю разуму присваивалась поистине божественная функция — диктовать природе законы, так что чистая математика могла, как и у греков, претендовать на вечность (абсолютность) своих истин. Ведь «мир», т. е. «опыт», познается умом, лишь поскольку он создается им же. Научный опыт строится самим познающим субъектом путем конструирования понятий в априорном созерцании, так что ученый находит рассудочно в опыте только то, что он сам же в него интуитивно влагает.

Новый рай был, пожалуй, не менее соблазнителен, чем греческий. Но был в нем разительный контраст с раем греков. Там истины относились к Природе как к субстанции, т. е. сущности вещей самих по себе; здесь — лишь к миру феноменов (это и есть пресловутая кантианская «природа»). Там абсолютность математических истин удостоверялась Богом; здесь — человеческим разумом. Здесь истину не с чем сопоставлять, ибо сам научный опыт, творимый субъектом, существует только в его голове. Кантианский рай создавался субъектом: что же это был за особенный, идеальный субъект? К вопросу о нем мы еще вернемся.

§ 3. Неокантианская философия физики

Кантианский рай для математиков закончился с появлением неевклидовых геометрий. Гаусс, один из творцов неевклидовой геометрии, вместо «рая» ощутил в своем открытии трагедию математики.

Факт существования равноправных (одинаково непротиворечивых) геометрий означал, что наша математическая интуиция, содержащая в себе пространственность как форму чистого созерцания, не в состоянии определить ту истинную структуру и свойства пространства, с помощью которых рассудок, согласно Канту, преобразует опыт в познание. Могли ли в таком случае аксиомы геометрии быть отнесены к синтетическим априорным суждениям? «Будь это так, — напишет позднее Пуанкаре [1], — они навязывались бы нам с такой силой, что мы не могли бы вообразить себе положение противоположного содержания... Неевклидовых геометрий не могло бы быть».

Раз интуиция оказалась бессильной разрешить вопрос об истинности той или иной геометрии, то геометрия, если она претендует на роль синтетического знания, не есть априорная форма чувственности. Пространство следовало теперь понимать как более широкое априорное представление, выходящее за рамки кантианской априорной формы чистого созерцания. Сам Кант называл такие представления «*идеями*» чистого разума, которые уже относились не к феноменам, а к ноуменам. Такой «идеей» для Канта было, например, абсолютное пространство Ньютона (см. А. Ю. Грязнов [23, с. 143]).

Как отмечает А. Лосев, в своем критицизме Кант не отнесся критически именно к пространству. «Кант не задается вопросом о том, что такое время или что такое пространство. Он, *уже обладая определенным взглядом* на то и другое, ставит вопрос о том, *откуда происходит* то и другое, из чувственного опыта или из априорных форм субъекта» [9, с. 119].

Кант действительно навязал пространству предвзятые свойства — такие, которые обеспечивали бы возможность априорных синтетических суждений в области интуиции. Это главное методологическое намерение Канта не оправдалось: открытие неевклидовых геометрий показало, что пространство не является формой интуиции разума. Оставалось лишь предположить, что истины геометрии, вышедшие из-под контроля рассудка, должны удостоверяться чем-то иным, лежащим вне области интуиции.

Вне интуиции в опыте лежат ощущения, за которыми стоят ноумены — их метафизический источник, или внешний, лежащий вне субъекта мир. Критерием истинности геометрии должен был стать не внутренний научный опыт субъекта, а *внешний опыт*, как опыт самих ощущений.

Довольно скоро выяснилось, что геометрия вообще не верифицируема опытом. Наш внешний опыт — опыт ощущений — может нечто сообщить нам только о том пространстве, которое Пуанкаре назвал «физическим пространством». Оно не имеет ничего общего с геометрическим пространством, идея которого рождается нашим разумом.

Физическое пространство мы формируем сами на основе опыта наших ощущений — двигательного, тактильного и визуального. Оно возникает в нас вследствие наших психических впечатлений от изменений, происходящих с внешними предметами. Наблюдая эти изменения регулярно, мы привыкаем к мысли, что они могут быть скомпенсированы соответствующими изменениями, вызванными нашими собственными движениями, — изменениями положения нашего тела, пальцевых мышц или глазного яблока. Физическое пространство мы можем себе *представить* — в буквальном смысле ощутить его, ибо элементами («точками») этого пространства являются наши представления, или психические образы. Это и есть подлинное пространство нашего опыта — наших ощущений. Три характерных класса наших мускульных ощущений представляются нами как три измерения физического пространства. Однако это пространство не дается нам в интуиции (чистом созерцании) — оно производится только эмпирическим опытом, и поэтому только оно с этим опытом сопоставимо.

С другой стороны, эти двигательные ощущения создают в нас ассоциацию идей, обозначаемую нами как трехмерное евклидово пространство E^3. Это уже пространство геометрическое, потому что мы его не представляем в психических образах, а мыслим. Ассоциация возникает вследствие того, что пространство параметров движений твердых тел (переносов и вращений) имеет ту же размерность, что и группа движений (изометрий) пространства E^3. Отсюда «наивные реалисты» делали заключение, что идея геометрического пространства формируется в нас опытом ощущений и, тем самым, геометрические объекты могут рассматриваться как абстракции от «вещей реального мира» (ведь они же, в конце концов, источники наших ощущений!). Это, однако, будет уже принципиальной ошибкой, от которой предостерегает Пуанкаре [4].

Прежде всего, физическое пространство не обладает существенными свойствами пространства геометрического, такими как однородность и изотропия. Так, П. Флоренский отмечает [12], что однородность и изотропия евклидова пространства E^3 противоречат нашему каждодневному физическому опыту. Но главное, опыт ощущений не может сформировать понятия непрерывности, каким оно является в геометрическом пространстве. Математическая непрерывность действительных чисел требует введения понятия иррационального числа, которое есть лишь «символ, т. е. нечто, совершенно отличное от представления» (Пуанкаре, [1, с. 23]), как эмпирического, так и интуитивного. «С этой точки зрения математическая непрерывность является чистым созданием разума, в котором опыт совершенно не участвует» [1]. Более того, Пуанкаре демонстрирует, что физическая непрерывность, лежащая в основе представления физического пространства, есть «нестерпимое противоречие для разума». Геометрическое пространство есть полное отрицание физического пространства, так что опыт не может нам дать ни идеи, ни интуиции геометрического пространства.

Отсюда следует, что внешний опыт не более, чем интуиция, способен дать нам ответ на вопрос об истинности геометрии. (Другое объяснение неверифицируемости геометрии опытом дается в работе [14, ч. II, с. 98]. Оно основано на идее Пуанкаре о том, что « в эксперименте мы оперируем с телами, а не с пространством»).

Если использовать терминологию И. Канта, то можно сказать, что геометрическое пространство, находясь вне области чувственных созерцаний, не может контролироваться рассудком. В концепции Канта это означало, что рассудок не может его познавать — не может конструировать в нем свои понятия, точно так же, как он не может познавать ноумены. Тем самым геометрическое пространство уходит вообще из познания, *как оно понималось Кантом.* Оно отодвигается в область метафизики.

В то же время определение метафизики, данное Кантом, вполне удовлетворительно и по сей день: метафизика рассматривает понятия сами по себе, вне их связи с воззрительными образами (кантианской Anschauligkeit). Однако, как мы увидим, разграничительная (демаркационная) линия между математическими символами и метафизикой, проведенная Кантом, ныне отвергается самой физикой.

Бердяев квалифицировал философию Канта как философию «полицейскую»: она строжайше следит, чтобы человеческое познание «оставалось как бы закупоренным в мире феноменов, чтобы человек не мог из него вырваться» [19, с. 22]. Действительно, Кант догматически заклял опыт, заключив его, с помощью навязанных ему рассудочных категорий, как бы в магический круг, внутрь которого не могут проникнуть ноумены. Кантианское трансцендентальное заклятие опыта оставило свой неизгладимый след в миросозерцании физиков в виде крылатой фразы «физика, бойся метафизики».

В результате Кант «не объясняет, почему познание мира явлений есть истинное научное познание, в то время как оно не имеет дела с подлинной реальностью... Выходит, что подлинно-реальный мир (вещи в себе) непознаваем, нереальный же мир (явления) познаваем» [19, с. 22–23]. Из кантианского круга *возможного опыта* можно вырваться лишь с помощью практических постулатов (практического разума). Теоретический же разум, изобретающий идею геометрического пространства, насильственно («полицейски») сужая круг возможного опыта до области созерцаний, оставляет саму геометрию вне сферы опыта.

Между тем, идея геометрического пространства лежит в основе теоретической физики и прежде всего классической механики. Как может физика брать за основу геометрическое пространство, во всем не похожее на пространство представлений, с которым имеет дело физик? *Каким образом геометрия может быть полезна физику?*

Закрадывается мысль, что само использование геометрии в физике чем-то незаконно. Недаром А. Эйнштейн сказал: «Если теоремы математики прилагаются к отражению реального мира, они не точны; они точны до тех пор, пока они не ссылаются на действительность» [5].

Ситуация возникает парадоксальная: физика использует геометрию, несмотря на то что геометрия, как точная наука, принципиально не применима к внешнему миру (иначе что означают слова «теоремы математики не точны»?).

Действительно ли факт множественности геометрий уничтожал *кантианский методологический синтез*? Нет, сам по себе он привел лишь к модификации кантианской методологии физики. Я думаю, Кант, доживи он до открытия неевклидовых геометрий, не испытал бы потрясения, подобного гауссовскому. Его теория познания не исключает множественность геометрий, даже если он сам считал евклидово пространство единственно возможным для различения мест комплексов чувственных созерцаний. Гаусс, как реалист, смотрел на пространство подобно грекам — как на реальный объект разумного познания, как на субстанцию. Кант смотрел на природу иначе: для него научно познаваемой «природой» был его трансцендентальный мир. *Такой* природе разум мог предписывать законы, в том числе законы пространства. Поскольку трансцендентальный мир не субстанция, эти законы пространства не абсолютны: разум свободно, по своему произволу может приписать природе любую геометрию. Но, разумеется, своей свободой разум и распоряжается разумно. Недаром он держит в своем подчинении опыт и даже формирует его. Из всех возможных геометрий он разумно выбирает ту, которая ему самому максимально удобна для упорядочения явлений подчиненного ему опыта.

Кантианский априоризм действительно пережил неевклидовы геометрии, однако пространство потеряло в нем прежний кантианский статус априорно-*необходимой* формы организации опыта. Пуанкаре хорошо разъяснил новое, *неокантианское* понимание пространства, показав, что никакой *истинной* геометрии не существует. Если мы считаем истинной ту геометрию, которая адекватно описывает явления внешнего мира, то, значит, мы признаем за истину бессмыслицу, потому что внешний мир может быть адекватно описан любой геометрией (это подробно разъяснено в [13, 14], а также в монографии [15], гл. 4). Физик ничего не может знать об истинности геометрии, не может иметь никакого критерия ее истинности — его не имеет и геометр.

Физик имеет в своем распоряжении только пространство представлений (созерцаний), рождаемое в нем исключительно его живым опытом — двигательными ощущениями. Если бы мы не умели двигаться, мы бы вообще не поняли, зачем нужна геометрия. Пуанкаре замечает по этому поводу, что если бы мы были не живые существа, обладающие психикой, а всего лишь мыслящие машины, то мы не могли бы изобрести геометрию. Как живые существа, мы изобретаем «физическое пространство» — пространство наших психических образов. Как существа мыслящие, мы изобретаем геометрическое пространство — пространство символов, никак не связанное с пространством созерцаний. Физическое пространство постигается экспериментально, но, замечает Пуанкаре, «было бы ошибкой заключить, что геометрия — хотя бы отчасти — является экспериментальной наукой» [1]. Однако разум, обладающий абстрактным понятием группы, способен выработать изоморфизм нашего физического пространства с одним из абстрактных геометрических пространств — *изоморфизм образов с символами.* Так изобретается геометрия, но одновременно изобретается и способ ее использования для организации представлений в физическом пространстве, стало быть, для познания того, что мы можем представить себе как внешний мир. Такую модифицированную кантианскую методологию в физике я называю *физическим неокантианством.*

§ 4. Познание или тавтология?

Физическое неокантианство выполняло основную задачу Канта — не допустить ноумены в физику, не дать им нарушить демаркационную линию. Посмотрим, однако, на какую участь эта методология обрекала геометрию. Разум, изобретающий геометрическое пространство, вовсе не нуждался бы в рекомендациях опыта, если бы существовала априорно-*необходимая* форма, налагаемая на наши чувственные созерцания (и постулировавшаяся Кантом). Коль скоро такой необходимой формы нет, разуму нечем более руководствоваться, кроме опыта. Казалось бы, разум творит свободно геометрию как ноумен. Зачем он привязывает свои символы к образам? Зачем ищет ту геометрию, которая изоморфна пространству наших созерцаний? Почему он рабски следует *видимому* миру, если сущность математики — именно в ее свободе? Почему он не хочет обличать вещи невидимые?

Н. Бердяев в книге «О рабстве и свободе человека» говорит о многих видах человеческого рабства, в том числе и о «рабстве человека у мира», рабстве человеческого ума, соблазненного видимым миром. Мы *уверовали*, что реален только этот видимый мир, — очевидно потому, что это самая легкая, прагматическая, идолопоклонническая вера. «Поверив» в этот мир, мы стали «знать» его. «Мы видим и знаем то, — пишет Бердяев, — что полюбили и избрали, а то, от чего отпали, что отвергли, то перестаем видеть и знать. Лишь новым актом избрания... можно сделать невидимые вещи видимыми и узнать их» [6, с. 51]. Чтобы представить мир как объект, нашему разуму проще руководствоваться тем, что мы созерцаем, что нам дано в чувственных образах. Труднее уверовать в то, что не дано и невидимо. Поэтому разум выбирает ту геометрию, которую удобно сопоставить с пространством созерцаний. Он выбирает не ту геометрию, которая необходима (ибо *таковой нет*), а ту, которая удобна, т. е. проще для организации представлений. Пуанкаре выражает это следующим образом: разум выбирает *конвенцию* — соглашение о том, какой геометрией пользоваться. Геометрия — не рабыня опыта и могла бы существовать без него; но *полезной* она будет только тогда, когда станет слушать опыт. Опыт в этом смысле определяет конвенцию: он диктует разуму в его выборе геометрии.

Однако в этом случае «истинность» в геометрии определена соглашением, она не существует помимо нашей воли. Теорема истинна потому, что мы этого захотели. Пресловутое «доказательство» теоремы сводится лишь к проверке тождества двух определений, т. е. к переводу предпосылок теоремы на язык принятых соглашений. Мы приходим к тому, что изложение всех теорем геометрии «есть не что иное, как замаскированный прием говорить, что А есть А» (Пуанкаре, [1]). Геометрия превращается в бесконечную тавтологию, и, в сущности, она лишается статуса науки как синтетического знания.

Это есть та цена, которую геометрии приходится платить за то, чтобы быть полезной. Зато, может быть, физика вправе считать себя благополучной: ведь благодаря этой добровольной служанке она добивается соответствия своих истин с опытом. Нам остается убедиться, что это довольство физики собою также основано на иллюзии.

Выбор конвенции означает ограничение, наложенное не только на геометрическое пространство, но и на сам возможный опыт. Опыт теперь ограничен, в нем не может появиться ничего такого, что противоречило бы принятой конвенции. На опыт хоть и не наложено прежнее кантианское заклятие, но и теперь его круг очерчен чем-то ему чуждым и внешним — рациональной конвенцией. Если у Канта, по словам Н. Бердяева, вообще «на живой опыт надет намордник», то и опыт физиков-неокантианцев полностью определен рациональными категориями. Рационалистический подход к опыту привел к искажению сути самого эмпиризма. Бердяев говорит о том, что и опыт самих эмпириков подозрительно рационализирован: «Эмпирики слишком хорошо знают, чту в опыте никогда не может быть дано... Но откуда такая уверенность, из опыта ли она почерпнута? Опыт сам по себе, опыт не конструированнный рационально... не может дать гарантий, что не произойдет чудо, т. е. то, что эмпирикам представляется выходящим за пределы их «опыта»... Ведь опыт, сам по себе взятый... не уполномочивал эмпириков говорить за себя. Вышло же, что не опыт повелевает эмпириками, а эмпирики повелевают опытом и ему навязывают свою рассудочность и ограниченность» [6, с. 46].

Конвенция определяла границы возможного опыта; этим самым определялся и критерий истинности физической теории: ее истинность — это согласованность со всей известной совокупностью допустимых конвенцией феноменов — фактов опыта. Теории, исповедующие такое понимание истинности, можно называть *феноменологическими*. Нетрудно понять, что при таком понимании истинности физическая теория принимала вид тождества $A = A$.

Легче всего проиллюстрировать это на примере классической механики, или, вернее, того, что под нею стали понимать после Ньютона, с утверждением феноменологического критерия истинности. Известные ее фундаментальные теоремы о законах сохранения (в силу которых считается невозможным вечный двигатель) кажутся нетривиальными, лишь пока не обнаружена скрытая за ними конвенция. Этой конвенцией постулирована парадигма пространства, исключающая возможность вечного двигателя. Соответствие классической механики с опытом было достигнуто тем, что сам класс экспериментально измеряемых величин и наблюдаемых явлений был задан в соответствии с первым интегралом движения — гамильтонианом; а этот последний определяется конвенцией о свойствах пространства и времени (вместе с априорно постулируемым принципом наименьшего действия).

Но заклясть опыт в физике (если он догматически не рационализирован, как говорит Бердяев) полностью невозможно. Может наступить момент, когда опыт выйдет из повиновения — нарушит табу, наложенное конвенцией. Природный мир (вещи в себе) как бы сопротивляется наложенной на него принудительной схеме. В этом случае говорят: появляются факты, не объяснимые теорией. Как поступает в этом случае феноменология физики? Честно признает, что теория не верна? Не тут-то было. Ее цель — не истина, а соответствие с фактами; или, точнее, для нее нет иной истины, кроме соответствия фактам. Она готова согнуться перед фактами в три погибели, готова изменить свой лик, лишь бы удержать тавтологию: последняя всегда надежно приводит к соответствию теории с фактами. При появлении нового факта (конечно, допустимого), не объясняемого теорией, последнюю «подправляли», слегка видоизменяя ее постулаты, — ровно настолько, сколько нужно, чтобы восстановить тавтологию, и соответствие теории с опытом приобретало вид $B = B$. Тавтология, сменив кожу, может выжить при любых обстоятельствах.

Можно подумать: если теория всегда умеет объяснять факты, то что же дурного в используемом для этого средстве — тавтологии? Но дело в том, что такого рода теории не просто согласуются с опытом — они не могут не согласовываться с ним, какими бы ни были (допустимые) факты. Утверждение «опыт подтвердил теорию» для феноменологий означает лишь: опытно проверено, что в основе теории лежит правильно сформулированная тавтология $A = A$ (или $B = B$). Если тавтология сформулирована правильно, опыт не будет противоречить теории. В этом (феноменологическом) смысле *всякий* опыт подтверждает теорию. Это вынужден был констатировать Пуанкаре [1, с. 89]: «Опыт дал возможность создать принципы механики, но он никогда не сможет их ниспровергнуть».Эта фраза в устах Пуанкаре совсем не выглядела оптимистической; по его же словам, в этом факте заключалось «признание нашего бессилия».

Теории такого рода Карл Поппер [7] назвал *нефальсифицируемыми*. Главный их порок состоит в том, что они не имеют познавательного значения, так как не могут произвести синтетических суждений. А. Эйнштейн сказал про такие теории, что они годятся лишь для лавочников и инженеров. Из подтверждения опытом не следует правильность исходных посылок: теория не может быть оправдываема одним только соответствием с опытными фактами, потому что с одной и той же совокупностью фактов могут быть согласованы не только различные теории, но и (тем более) заведомо ложные. Поэтому А.Эйнштейн считал бессмысленным путь восхождения от фактов к теории. Неслучайно, кроме первого, необходимого, критерия истинности теории — соответствия ее с опытом, — он говорит о втором, метафизическом критерии, называемом им «общим формальным принципом». Такой свой отказ от методологии неокантианства и позитивизма он называл своим «метафизическим грехом». «Грех» состоял в признании разрыва между опытом и логически упорядоченной теорией. Используемые им метафизические основания физики он называл «свободными творениями разума».

§ 5. Метафизика в физике

Кантианская методология физики делала всякую теорию тотально нефальсифицируемой. Но и методология физического неокантианства, выбирающая конвенцию из подчиненности фактам опыта, снова делает теорию нефальсифицируемой. Однако самим Ньютоном классическая механика создавалась не на основе конвенции: ее исходные постулаты формулировались вообще не на основе фактов — именно из фактов опыта они никогда не могли бы быть получены.

Постулаты Ньютона — принцип инерции, абсолютные пространство и время, мгновенное дальнодействие, концепция материальной точки —

не только не опытные факты, но и никак с опытом не сопоставимы и им не проверяемы (подробнее об этом см. в [8]). Они лежат вне области созерцания и относятся к метафизике. Вследствие этого понятие «сила» не может быть физически определено. Нельзя ли в таком случае избавиться от метафизики, устранив понятие силы из механики? Вариант механики без сил был предложен Г. Герцем. Но и эта попытка не устранила тавтологию — пришлось лишь сменить конвенцию: заменить евклидову геометрию на более сложную геометрию многомерного конфигурационного пространства. И, поскольку с истиной в механике все равно приходилось распрощаться, то выходило, что лучше было оставить конвенцию более простую, евклидову: опыт одинаково соответствовал и той, и другой.

Оправдана ли эта ксенофобия физиков по отношению к метафизике, если она дается ценой отказа от истины и вообще от познавательного смысла механики? Сам Ньютон поставил вопрос иначе. Он не боялся метафизики и ввел силу как метафизический элемент теории. Метафизика позволила Ньютону преодолеть феноменологизм — подчинение одной только истине наблюдаемого факта. Благодаря метафизике механика Ньютона по сей день синтетична, чем и объясняется «непостижимая эффективность» математической физики в предсказании явлений внешней природы. Как ни парадоксально это звучит, планета Нептун была наблюдена на основе непроверяемых наблюдениями постулатов. Поэтому нельзя говорить, что планета была открыта на основе тавтологии: ньютонова теория эффективна потому, что она фальсифицируема.

Физика XX века сохранила ньютонианскую онтологическую ориентацию. Общая теория относительности строилась также не на основе конвенции. Геометрия не выбиралась на основе фактов: теория строилась не феноменологически, а онтологически — *от метафизики к физике*, а отнюдь не путем обобщения фактов опыта. Отказ от метафизических постулатов Ньютона не привел к отказу от метафизики: место ньютоновых абсолютов занял другой абсолют — пространственно-временной мир, в полном смысле метафизичный (не доступный ни глазу, ни прибору). Кривизна этого мира, не доступная наблюдениям, управляет всем наблюдаемым движением тел.

Благодаря этому физика сбросила с себя путы феноменологизма — истинность геометрии перестала быть результатом соглашений. Теория, вследствие этого, стала фальсифицируемой, т. е. принципиально опровержимой на опыте. Но именно вследствие независимости теории от опыта ее соответствие с опытом перестает быть тавтологией — приобретает подлинно доказательный характер.

§ 6. Метафизика в геометрии

Ноумены дождались своего часа. Они в конце концов перешли кантианскую трансцендентальную границу, которою математика отделялась от метафизики. Первая попытка — с помощью эксперимента — нарушить эту границу была неудачной: геометрия оказалась не верифицируемой опытом. Однако само физическое знание в своем *умозрительном* развитии разрушило воздвигнутую Кантом перегородку между образами созерцания и ноуменами [28]. Квантовая механика дерзко вторглась в область ноуменов: ее основное уравнение записано для принципиально ненаблюдаемого и несозерцаемого объекта — *ψ-функции.* 4-мерные пространства общей теории относительности (не говоря уж о многомерных пространствах современных объединенных теорий полей, подробный обзор которых дается в книге Ю. С. Владимирова [22]) прямо используют геометрические пространства как несозерцаемые объекты. Ноумены вошли в область научного знания!

Дальнейшее развитие теоретической физики показало, что ее наибольшие успехи были связаны именно с использованием геометрии, а не образов созерцаний. Ноумены проникли в область физического знания через лазейку, называемую *геометрическим пространством.* В квантовой механике это бесконечномерные линейные пространства, в современных теориях полей — пространства гиперкомплексных алгебр (кватернионных и октонионных), в общей теории относительности — особый тип искривленных пространств: псевдоримановых дифференцируемых многообразий; в современной квантовой теории поля и теории суперструн — многомерные пространства с компактифицированными измерениями. Именно абстрактная геометрия, все более уходящая от языка кантианской «воззрительности» и уже не нуждающаяся в нем, является для физики уже не средством для оформления материала наглядных образов, а самой целью — предметом собственного познания.

В XX веке физика заявила о своем праве говорить не от опыта, а от умозрения, руководствующегося чем-то внешним по отношению к чувственному опыту. Теперь не опыт указывает физической теории, какие наблюдения ей надо объяснять, а наоборот: «Только теория решает, что именно можно наблюдать» (цитирую эти слова Эйнштейна по воспоминаниям В. Гейзенберга из [25], с. 192).

При таком подходе геометрия освобождается от подчинения конвенциям. Чтобы доказать свою полезность, геометрия не обязана более идти в добровольное рабство к опыту. Характерно, что от диктата опыта освободила геометрию современная физика, сама освободившаяся от этого диктата. Самое понятие «природа» теперь совершенно изменилось: для Канта «природа» — это постигаемые рассудком объекты созерцания, для Эйнштейна «природа» — это несозерцаемые 4-мерные (псевдоримановы) миры. По Канту, физическая теория имеет предметом только то, что можно наблюдать. По Эйнштейну, теория, зиждущаяся отнюдь не наблюдениях, сама решает, какие явления возможного опыта суть наблюдаемые в ней.

Геометрия вошла в область несозерцаемых сущностей вместе с физикой и вместе с физикой преодолела кантианский дуализм явлений и вещей в себе. Именно через свою связь с физикой, осознавшей свою суверенность (независимость от опыта), геометрия сама становится суверенной — обретает статус науки как синтетического знания, притом науки о Природе — науки, которая постигает истину в прямом реалистическом смысле.

§ 7. «Синдром» познания и его преодоление

Если теория нефальсифицируема, то она ничего не говорит о мире. Известны слова К. Поппера [7]: «В той степени, в которой научное высказывание говорит о реальности, оно должно быть фальсифицируемо, а в той степени, в которой оно не фальсифицируемо, оно не говорит о реальности». Кантианская методология физики, вследствие своих номиналистических истоков, не претендовала на познание истины, на реальность изучаемых наукой общих понятий. Напротив, Кант разоблачил иллюзии познания, освободил мысль от кажущейся самостоятельности внешних вещей и явлений.

Критика Канта иллюзии разума не прошла бесследно, и в наши дни она носит название «пифагорейского синдрома». «Синдром» [24] состоит в отождествлении возникающих в нашей голове математических образов с природными вещами, рассматриваемыми как объективно данные, — правомерно ли такое отождествление и почему оно делается? И. Кант утвердил факт «синдрома», имевшего быть в сознании ученых, задолго до того, как появилось само обозначение этой болезни.

У математиков Древней Греции, начиная с самого Пифагора, никакого «пифагорейского синдрома» не возникало. Картина греческого Космоса, начиная с пифагорейцев, строилась умозрительно, причем диалектически, и сам их диалектический подход к познаваемому разрешал проблему «синдрома»: сама пифагорейская идея числа рассматривалась не только в своей сущности, но и в своей *инаковости*, коей выражением и были чувственно воспринимаемые вещи. У Платона (диалог «Тимей») была уже оформлена диалектическая конструкция Космоса, органически включавшая в себя и бытие мира вещей, и его становление (становление рассматривалось как *меон*, или инаковость бытия). В современной интерпретации А. Ф. Лосева [11] греческий Космос диалектически конструируется как *тетрактида*: «единое», «бытие», «становление» и, наконец, «имя», фиксирующее реальное существование предметов физического мира.

Развитие физико-математического знания показало, что «пифагорейский синдром» излечивается примерно тем же способом, которым З.Фрейд излечивал неврозы. Врач-психоаналитик изгонял неврозы из подсознания больного — производил в его сознании «сублимацию», обличавшую саму болезнь как иллюзию, порожденную детскими страхами. Излечение состояло в том, что больному тщательно разъяснялся смысл его иллюзии, от которой он тем самым освобождался.

Кант, обнаруживший и диагностировавший «синдром», должен был поступить аналогично Фрейду: разъяснить физикам причину их самообмана и тем самым развеять их иллюзии — излечить их от бесплодных поисков истины. Вл. Соловьев [20, с. 192] пишет по этому поводу: «Для философии (как и для физической науки) нужно было бы удовлетворительно объяснить сам факт обманчивой видимости. Ведь не по одному же невежеству, как полагали древнеиндийские мудрецы, мы различаем в познаваемом реальность от представления, т. е. некоторые представления принимаем за res».

Кант сознавал важность вопроса, и он готовил своего «пациента» (познающего субъекта) к фрейдовской сублимации. Познание субъекта связано с его самосознанием, т. е. с *памятью* (лейбницевской *апперцепцией*). Следуя Лейбницу, Кант определил самосознание как *единство* осознания индивидуумом самого себя. Апперцепция, определяемая по Канту, дает возможность связать в одном сознании наши многообразные представления, приобретенные нами в течение жизни и сохраняющиеся в нашей памяти. Эта единая картина, возникающая в процессе восприятия, есть то, что Кант назвал «синтетическим единством апперцепции».

Синтетическое единство апперцепции рассматривалось как высший принцип *рассудочной* мысли, позволявший абстрагироваться от психологизма и историзма, в силу которых сама апперцепция впадала бы в зависимость от субъективного опыта прошлого различных индивидуумов. Для этой цели Кант вводит понятие *трансцендентального субъекта* — такого идеального субъекта, которому может быть приписано всякое «познание, занимающееся не столько предметами, сколько средствами нашего познания предметов, поскольку это познание должно быть возможным a priori» [2, с. 121]. Это и есть, по Канту, трансцендентальное познание. Процесс сублимации сознания «больного» (эмпирического субъекта) был для Канта подготовкой его к состоянию идеального (трансцендентального) субъекта, способного к трансцендентальному познанию.

Удалась ли Канту фрейдовская сублимация? Вл. Соловьев (если бы он говорил на языке Фрейда) ответил бы: нет. Это главный пункт критики Вл. Соловьевым всего кантианского гносеологического синтеза [20, с. 192 – 194]. Трансцендентальный субъект Канта оказывается внутренне противоречивым. Попробуйте поставить себя на место этого идеального познающего субъекта. Вы, тем самым, выступаете в двух ипостасях: как субъект эмпирический и как субъект трансцендентальный. Как для трансцендентального субъекта, мир для вас – лишь ваше представление. Как субъект эмпирический, вы сами находите и утверждаете себя как одно из явлений этого мира: вы сами – лишь ваше представление. «... А в таком случае, – заключает Вл. Соловьев, – все учение Канта о трансцендентальном единстве сознания необходимо оказывается простым petitio principii» — «предвосхищением основания» [20, с. 193].

Казалось бы, Соловьев и Кант исходят из одного и того же главнейшего гносеологического принципа: «истинное познание, в котором открывается общий смысл и разум вещей» (Вл. Соловьев) основан на принципе *всеединства* познаваемого. Этот принцип Кант соблюдает, положив в основу познания «синтетическое единство апперцепции». «Но именно такой синтез, – считает Вл. Соловьев, – и невозможен для критического рационализма, который утверждает оба фактора познания в безусловной отделенности и отвлеченности» (ib, с.281). «Оба фактора познания», о которых говорит Соловьев, – это разум и опыт. Однако всеединство не дается опытом, потому что в опыте мы никогда не имеем ни «всего», ни «единого»; но оно не дается и разумом, формы которого не имеют никакого собственного содержания, а только придают эмпирическому материалу характер всеобщности и необходимости. «Здесь разумность или всеединство... есть только наша мысль, которой может и ничего не соответствовать во внешнем бытии, так как это бытие нам совершенно неизвестно; то же, что нам известно — мир явлений, — сам по себе не представляет никакого всеединства или разумности» [21, с. 280].

Если Кант, как номиналист, равнодушен к реальности и истине, то Вл. Соловьев ищет безусловные их основания, которые он, естественно, не находит у Канта. Безусловное основание «истинного познания» Вл. Соловьев видит в *третьем начале*, соединяющим два принципиально разъединенных фактора познания – эмпирический и умственный. Это третье начало – религиозное: «оба эти фактора нашего познания, сами по себе, в своей отвлеченности, совершенно безразличные к истине, получают таким образом свое истинное значение от третьего, религиозного начала» [21, с. 289]. В религиозном откровении сама сущность и истина дана как факт, как данность, требующая лишь умственного и эмпирического проникновения в нее.

Сама эта соловьевская критика тоже, конечно, чересчур завышена. Это – критика по «гамбургскому счету», по которому до сих пор не может расплатиться никакая философия. Сам Вл. Соловьев не смог реализовать свой философский замысел, а лишь завещал его потомкам как идеал «цельного знания» [10] — общего синтеза науки, философии и богословия, «вселенского синтеза общечеловеческой жизни», который мог бы ввести религиозную истину в форму свободного мышления и реализовать ее в данных опытной науки. Соловьев относил осуществление своей мечты лишь к всеобщему преображению человеческого рода — к грядущему богочеловечеству.

А. Лосев, всю жизнь пытавшийся осуществить замысел Вл. Соловьева о «цельном знании», считал, что вопрос о бытии общих понятий — это вопрос не философии и тем более не науки: это вопрос веры [26, с. 209]. Однако в самом замысле Вл. Соловьева главенствующую роль играет именно *синтез* — синтез веры и знания. Этот синтез утверждали крупнейшие ученые XX века: А. Эйнштейн, А. Пуанкаре, М. Планк, Г. Вейль, В. Гейзенберг [27]. Поэтому сейчас любому ученому вполне близка точка зрения Вл. Соловьева, считавшего, что вера должна поверяться разумом, в том числе и положительными науками. «Синдром» философского реализма — это вопрос и веры, и философии, и *науки*. Как ни странно, большой вклад в его разрешение может дать современная физика.

В отличие от чистого математика, опирающегося только на собственную мысль, в основе познания физика лежит нечто внешнее — вера, именно она делает физика реалистом. «Индукция, применяемая в физических науках, — говорит Пуанкаре [1, с. 19], — опирается на веру во всеобщий порядок Вселенной — порядок, который находится вне нас». Альберт Эйнштейн подтвердил это, сказав, что убежден в правильности своей общей теории относительности не потому, что она проверена наблюдениями, а потому, что само ее создание основывалось на его *вере* в гармонию Вселенной. Физика, таким образом, способна быть для нас ориентиром в *религиозном* вопросе о бытии общих идей — в вопросе о разрешении «синдрома».

Собственно, впервые о «синдроме» можно было говорить уже с Аристотеля, который решительно восставал против отождествления единичных вещей с общими идеями. Перипатетики ставили строгий диагноз и фиксировали серьезную болезнь ума. Способов сублимации (излечения) они не искали: они лишь отсекали больных от умственно полноценных людей, то бишь от самих себя. Они считали, что владели истиной («хоть Платон мне и дорог, но истина дороже»). Однако в XX веке выяснилось, в пику аристотелевскому объяснению происхождения общих понятий, что математические понятия возникают в мозгу математиков прежде, чем для них находился какой-либо их аналог в мире явлений. Тем не менее, в природе всегда находились эти аналоги, что было похоже на чудо. Так, знаменитый физик Е. Вигнер [18] удивлялся «непостижимой», на его взгляд, эффективности математики в естественных науках, когда математические понятия, созданные отнюдь *не для физических приложений*, непостижимым образом находили свое применение к объяснению явлений природы.

Еще ранее, в XIX в., от «пифагорейского синдрома» освободился Г. Кантор, говоря о реальности чисел, которую он рассматривал в двух смыслах. С одной стороны, числа обладают «интрасубъективной», или имманентной реальностью, как существующие в нашем рассудке; с другой стороны, их можно рассматривать и как отображение свойств «внешнего мира»: этот второй вид реальности Кантор называл «транссубъективной» реальностью. Как соотносятся эти две реальности? Кантор отвечал (цит. по [16, с. 65]): «При вполне реалистической, но в то же время и не менее идеалистической основе моих размышлений для меня не подлежит никакому сомнению, что оба эти вида реальности всегда совпадают...». Мог ли Кантор доказать это? Нет, конечно. Это была его *вера*. Недаром создатель теории множеств называл свои трансфинитные числа «лестницей на Небо». Это была вера в свободу математики.

Физика XX в., сделавшая своим предметом сами абстрактные объекты геометрии многомерных пространств, подтверждает *веру* в реальность математических абстракций. Это вера антикантианская, вера в реальность ноуменов[1)]. Этот современный синтез *физики и метафизики* открывает путь к новой физической методологии — путь к грядущей реализации идеала знания Вл. Соловьева.

Литература

1. *Пуанкаре А.* Наука и гипотеза // Пуанкаре А. О науке. — М.: «Наука», 1983.
2. *Кант И.* Соч.: в 6 т. Т. 3. — М.: «Мысль», 1964.
3. *Кант И.* Соч.: в 6 т. Т. 4 (1). — М.: «Мысль», 1965.
4. *Пуанкаре А.* Ценность науки // Пуанкаре А. О науке. — М.: «Наука», 1983.
5. *Эйнштейн А.* Геометрия и опыт. Собрание научных трудов в 4 т. Т. 2. — М.: «Наука», 1996.
6. *Бердяев Н. А.* Философия свободы. — М.: «Правда», 1989.
7. *Поппер К.* Логика и рост научного знания. — М.: «Прогресс», 1983.
8. *Захаров В. Д.* Метафизика в науках о природе // Вопросы философии. — 1999. — № 3.
9. *Лосев А. Ф.* Диалектические основы математики. Хаос и структура — М.: «Мысль», 1997.

[1)] Сам же Кант, вовсе не отказываясь от веры, в противоположность Вл. Соловьеву, поступил в отношении ее прагматически. Не стремясь к «цельному знанию» (как и к цельному опыту), он исключил веру из ведения теоретического разума, сделав её предметом исключительно практического разума.

10. *Соловьев В. С.* Философские начала цельного знания. Соч. в 10 т., Т. 1. — СПб., 1911.
11. *Лосев А. Ф.* Античный космос и современная наука // Лосев А. Ф. Бытие, имя, космос. — М.: «Мысль», 1993.
12. *Флоренский П. А.* Анализ пространственности в художественно-изобразительных произведениях, в сб. «История и философия искусства». — М.: «Мысль», 2000.
13. *Захаров В. Д.* Истина в науках о природе, ч. I. «Вестник РУДН», сер. Философия, № 1, 2000.
14. *Захаров В. Д.* Истина в науках о природе, ч. II, III. «Вестник РУДН», сер. Философия, № 3, 2002.
15. *Захаров В. Д.* Введение в метафизику природы. — М.: 2003.
16. *Катасонов В. Н.* Боровшийся с бесконечным. — М.: «Мартис», 1999.
17. *Гайденко П. П.* Проблема рациональности на исходе XX века // Вопросы философии. — 1991. — № 6.
18. *Вигнер Е.* Этюды о симметрии. — М.: 1971.
19. Бердяев Н. А. Опыт эсхатологической метафизики. — Париж, 1947.
20. Соловьев В. С. Ст. «И. Кант». Философский словарь Вл. Соловьева. — Ростов-на-Дону, 1997.
21. *Соловьев В. С.* Критика отвлеченных начал. Соч. в 10 т., Т. 2. — СПб, 1911.
22. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. — М.: «Бином. Лаборатория знаний», 2002.
23. *Грязнов А. Ю.* Абсолютное пространство как идея чистого разума // Вопросы философии. — *2004. — № 2.*
24. *Аронов Р. А.* Пифагорейский синдром в науке и философии // Вопросы философии. — *1996. — № 4.*
25. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. — М.: «Наука», 1989.
26. *Лосев А. Ф.* Эстетика возрождения. — М.: «Мысль», *1977.*
27. *Захаров В. Д.* Естественнонаучная апологетика // IX Международные Рождественские образовательные чтения. «Христианство и наука»: сборник докладов конференции. — М.: 2001.
28. *Захаров В. Д.* Физика как философия природы. — М.: «Едиториал УРСС», 2004.

Метафизические корни диалога культур

Т. Е. Владимирова

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Анализируя динамику развития человечества, пережившего глубокое разочарование в идейных проектах XX века, известный американский социолог Дэниэл Белл заметил, что в эпоху доиндустриального и индустриального общества условия жизни людей определялись соответственно отношениями с природой и с техникой, а в постиндустриальном обществе «совершенно неожиданным образом жизнь людей стала определяться их взаимоотношениями» [1].

Действительно, даже беглый взгляд на философский дискурс прошлого века делает очевидной тенденцию перехода от тревожных рассуждений о «закате Европы» (О. Шпенглер), «восстании масс» (Х. Ортега-и-Гассет), «приближении к развязке» (Й. Хейзинга) и «конце нового времени» (Р. Гвардини) к размышлениям «об условиях и возможностях нового гуманизма» и «экзистенциальной коммуникации» (К. Ясперс), о «неизбежности постисторического мира» (Ф. Фукуяма) и «коалиции культур, каждая из которых сохраняет свою самобытность» (К. Леви-Строс), о «новом открытии религии в первом, втором и третьем мирах» (Г. Кюнг) и о переходе к культуре, которая «утверждает самореализацию и наслаждение» (В. Вельш) и др. Впервые предметом философского рассмотрения становится «человек массы» и «человек живущий» (Х. Ортега-и-Гассет), «человек вожделеющий» (М. П. Фуко), «человек играющий» (Й. Хейзинга), «человек как свобода» и, наконец, человек, наделенный «волей к коммуникации» (К. Ясперс). Неудивительно, что именно «диалог культур» (В. С. Библер) был выдвинут в качестве возможного основоположения философии XXI века [2].

§ 1. Антропологическая позиция дуализма и аналитико-синтетический метод как отражение редукционистской парадигмы

Новый этикосоциокультурный контекст формируется в обществе под воздействием сложившихся социальных традиций и таких глобальных факторов, как активный диалог культур и цивилизаций и всемирное духовное производство (наука, искусство, массовая коммуникация). На смену моноцентризму с его претензией на монопольное владение истиной и стремлением к тоталитаризму, порождающему конфронтацию и агрессию, приходит плюрализм, для которого характерен поиск ценностей, способных объединить представителей разных культур и политических убеждений. В этой ситуации внимание исследователей обращено сегодня к культуре, понимаемой как «форма одновременного бытия и *общения* людей различных — прошлых, настоящих и будущих — культур, форма диалога и взаимопорождения этих культур (...) форма *самодетерминации индивида* в горизонте личности, форма самодетерминации нашей жизни, сознания, мышления» [3].

Особую значимость в этом комплексе проблем приобретают методологические вопросы, связанные с пересмотром мировоззренческих основ, формированием новой языковой картины мира и повышенным интересом к изучению тех механизмов общения, которые участвуют в преобразовании культуры (не только родной, близкой, но и отдаленной) в мир человека, а также с выявлением причин, препятствующих «свободному общению людей в силовом поле культуры» (В. С. Библер). Одна из этих причин обусловлена, как нам кажется, непреодоленным воздействием антропологической позиции дуализма, исходящей из понимания разумного начала и всех прочих способностей человека как двух качественно различных и несводимых друг к другу сущностей, и классической аналитико-синтетической (редукционистской) научной парадигмы. Разрушительное воздействие дуализма привело к утверждению в сознании общающихся бинарных оппозиций (свой — чужой; Я — другой; «Я для себя» — «другой для меня»; субъект — объект; материальное — духовное и т. п.), превращающих различия в конфликтующие противоположности. Акцентируемая разделенность обусловливает и определенную напряженность во взаимодействии, которая лишает общающиеся стороны необходимой свободы в организации продуктивной совместной деятельности и значительно сужает возможности творческой активности и самореализации, что неизбежно приводит к доминированию авторитарно-командного (директивного) стиля общения.

В известной мере на характер и тональность общения («тембр общения» — С. С. Аверинцев) продолжают оказывать влияние и принятые в недалеком прошлом идеологические установки, исходившие из дуалистического противопоставления материального и идеального начал, и принципы жесткой формальной логики, также вычленявшие в сознании бинарные противопоставления (практика — теория; сознание — чувство; тело — душа; знание — вера и т. п.). Именно дуализм и редукционизм «классического» (аналитико-синтетического) мышления, обусловившие отрыв науки от окружающего мира и обыденного сознания, стали, по мнению Э. Гуссерля, причиной кризиса европейских наук.

Устойчивость жесткой модели общения восходит к двухполюсной организации мышления (право- и левополушарного) и к бинарным языковым оппозициям, благодаря которым становится возможным точное, недвусмысленное выражение мысли. («Но да будет слово ваше: «да, да», «нет, нет»; а что сверх этого, то от лукавого» [Мф. 5. 37]). Доступная для саморефлексии дуальность языковых средств и языковой картины мира в целом отмечалась целым рядом исследователей, занимавшихся семантической реконструкцией архаических текстов. Так, согласно концепции В. В. Иванова и В. Н. Топорова, в основе модели древнего славянского мира лежат такие семантические противопоставления, как белый — черный, близкий — далекий, вареный — сырой, видимый — невидимый, вертикальный — горизонтальный, главный — неглавный, красный — черный, мужской — женский, свой — чужой, правый — левый, посвященный — непосвященный, человеческий — звериный, верх — низ, день — ночь, дом — лес, земля — вода, лето — зима, восток — запад, жизнь — смерть, смерть — бессмертие, счастье — несчастье, предки — потомки, небо — земля, чет — нечет и некоторые другие, составившие своего рода «сетку координат» или своего рода матрицу дальнейшего развития языка и культуры [4].

По мнению В. Н. Топорова, дуалистические мифы, построенные на основе семантических оппозиций, вызывали в древнем сознании отторжение и вражду, которые преодолевались в результате сражения либо отнесения ситуации к сфере сакрального [5]. Отметим, что одним из первых к дуалистическим мифам и к проблеме дуальной организации общества привлек внимание в 40-е годы прошлого века А. М. Золотарев, сформулировавший положение о наличии «готового трафарета», используемого человеком для моделирования окружающего мира. По мнению исследователя, основополагающий дуалистический миф о братьях-близнецах, возникший для осознания и утверждения дуальной организации, стал тем «корнем, из которого выросли различные ветви мифологического и религиозного творчества человечества» [6].

Аналогичные выводы были сделаны и известным французским антропологом К. Леви-Стросом, исследовавшим соотношение природного и социального в поведении человека и, в частности, влияние языка как системы, моделирующей взаимоотношения в социуме. Им также была выявлена роль «арматуры», т. е. совокупности относительно устойчивых элементов содержания мифов, в которой особое место занимают противопоставления: свой — чужой; индивид — племя; люди — бизоны; семья — усыновленный младенец, приносящий несчастье и т. п., а также тотемические коды и «морфологические классификаторы», служащие для определения сходства — различия в языке так называемых традиционных обществ [7]. Представленная исследователем канва мифологического мышления стала еще одним подтверждением идеи двухполюсной организации мышления и присутствия в сознании несоединимых противоположностей, о котором писал еще И. Кант в своем учении об антиномиях разума.

Редукционистское понимание мира как совокупности объектов различной степени сложности выдвигало на первый план составляющие его элементы (части), которые осознавались онтологически и гносеологически как предшествующие целому. Идея принципиальной возможности сведения высших явлений к низшим, основополагающим, позволяла вскрыть их структуру, отделить главное от второстепенного, базовое от случайного (анализ) и, изучив входящие в них элементы, восстановить в сознании целое (синтез). Согласно данной методологии, социальный организм понимался как совокупность индивидов, отличающихся своими устремлениями, желаниями, ценностными ориентациями, а социальное целое определялось как результат суммирования совокупных действий отдельных людей. Исходя из этой позиции, общение представителей разных культур также рассматривалось как результат простой суммации отдельных коммуникативных актов, в совокупности обеспечивающих, как полагали сторонники данной позиции, потребности в диалоге.

Плодотворность редукционистского подхода была поставлена под сомнение в середине прошлого века, когда полученные результаты суммирования единиц (характеристик ионов) в плазме оказались отличными от экспериментальных в сто с лишним раз. Подобное расхождение объяснялось тем, что связи между единицами не были приняты во внимание при разложении и, следовательно, не были учтены при синтезе. Рассматривая подобные примеры, Г. П. Щедровицкий пришел к выводу, что процедуры анализа и синтеза не всегда соответствуют природе изучаемого объекта. «Эта проблема выступает как еще более сложная, когда мы изучаем социальный организм. Ибо если вы берете кристаллическую решетку, то она, по сути дела, складывается из элементиков — если же вы возьмете человеческий социальный организм, то уже непонятно, складывается ли социум из отдельных людей или же он «изготовляет» отдельных людей с самого начала как элементы этой системы [8].

Более того, стало очевидным, что лежащие в основе аналитико-синтетического метода критерии полноты, объективности и определенности, плодотворно использовавшиеся при рассмотрении классических макрообъектов неживой природы, не пригодны для исследования таких открытых и самостоятельно развивающихся систем, какими являются человек, социум, этнос. Принципиальная невозможность достижения искомой полноты, а также закономерность субъективности и неопределенности при аналитико-синтетическом рассмотрении взаимодействующих сторон делают его неэффективным для изучения диалога культур в целом. Кроме того, поисковая исследовательская деятельность и, в частности, работа интуиции, играющей огромную роль в процессе взаимопонимания общающихся, практически не поддается конкретизации и исчислению как в силу индивидуального характера ментального опыта личности, так и в силу недостаточной разработанности самой психометрической парадигмы, описывающей данную психическую способность [9].

Картезианский культ разума, упроченный философами-рационалистами XVIII века, хотя и привел к утверждению в европейской науке редукционизма, но оптимистический настрой его сторонников разделялся не всеми. В качестве подтверждения сошлемся на суждения младшего современника Декарта Паскаля, который писал: «Сердце имеет свои резоны, которых разум совсем не знает». «Мы познаем истину не только разумом, но также и сердцем; именно этим последним способом мы познаем исходные начала. И необходимо, чтобы разум основывал свой дискурс как раз на этих познаниях сердца и инстинкта» (Цит. по: [10]).

§ 2. Антропологическая позиция целостности и триадный метод как отражение холистической парадигмы

Поиск эффективной методологии исследования феномена диалога культур лежит в русле антропологической концепции целостности, лаконично сформулированной В. С. Соловьевым: «Целое первее своих частей и предполагается ими» [11]. Утверждение идеала целокупного единства природной, бытийной и духовной сущности человека[1)] неразрывно связано с холистическим подходом, разработанным Платоном.

Целое (от греч. holos — целый, весь), в платоновском понимании, — это объект, представление о котором организовано таким образом, что в нем целое предшествует частям и определяет их свойства, поскольку «каждая из частей находится в целом и вне целого нет ни одной» [12]. В отличие от суммативной системы, целостная система, с одной стороны, активно воздействует на составляющие компоненты, преобразуя их в соответствии с собственной природой, а с другой, — «дополняется представлениями о целостности ее частей и целостности той макросистемы, в составе которой она сама является частью» [13]. Именно поэтому в сознании мгновенно рождается связь и соотнесение того, что человек увидел, почувствовал, пережил и подумал: «любая удавшаяся коммуника-

[1)] В русской философской традиции концепция цельного знания и познания была разработана В. С. Соловьевым, обобщившим славянофильские представления и идеи о «живом и цельном зрении ума» (В. И. Кириевский) и о «живознании» (А. С. Хомяков) и восполнении логического мышления, «отделенного от сердечного стремления», живым опытом «духовного разумения» до искомой целостности.

ция: реализовавшаяся любовь, акт понимания и многое другое, — писал К. Мамардашвили, — все это предполагает некоторое слияние, вложение одних состояний в другие» [14].

Важность осмысления принципа фундаментальной целостности применительно к феномену диалога культур в общем кросскультурном контексте и к сфокусированным в нем целостным образованиям (языку, культуре и личности общающихся) также обусловлена тем, что рассмотрение его отдельных сторон с последующим суммированием полученных результатов не может дать «единой, цельной картины объекта, но приводит к путанице и противоречиям» [15]. Поэтому рассмотрение межкультурного взаимодействия требует обращения к холистической методологии, которая учитывает специфику целостных объектов и способствует созданию условий для взаимопонимания, взаимоотношения и плодотворного творческого взаимодействия.

Восходя к платоновскому пониманию целого и древнейшей традиции представления целостных объектов как триединства, холистическая парадигма базируется на триадных структурах, в которых преодолевается напряженность бинарного противопоставления и рассматриваемый объект воспринимается как целостный. (Заметим также, что в соответствии с известной теоремой системного анализа размерность описания сложных объектов не может быть меньше трех [16]).

Возвращаясь к концепции К. Леви-Строса, подчеркнем, что миф, согласно его пониманию, «обычно оперирует противопоставлениями и стремится к их постепенному снятию — медиации» с помощью введения среднего звена [17]. Переходу от двоицы, лежащей в основе мифа, к троице, выражающей более сложные понятия и представления, служили выявленные К. Леви-Стросом операции: 1) совмещение бинарных оппозиций; 2) установление соответствий между более общей и более конкретными оппозициями; 3) введение медиаторов (посредников), примиряющих противоположности. Подобный переход свидетельствовал, по нашему мнению, не только о более высоком уровне сознания, но и о становлении культуры общения как внутри одного племени, так и между различными племенами.

Анализируя дуальность мифопоэтического сознания и характерный для всех народов мира принцип противопоставления благоприятного — неблагоприятного для коллектива, В. В. Иванов и В. Н. Топоров также отмечали потенциальную возможность определенных содержательных сдвигов внутри универсальных семантических оппозиций для выражения целостности. В процессе переосмысления «любой член бинарных оппозиций, определяющих семантику данного универсума, становится двусмысленным, амбивалентным; его по замыслу окончательная («последняя») интерпретация может определиться лишь в зависимости от той точки зрения, которая понимается как окончательная» [18]. Так, например, дихотомичная языковая модель древнего славянского мира была дополнена впоследствии троичной структурой (трехуровневое мировое древо, бог Триглав, три царства, три сына и др.) и важнейшим представлением о целостном триединстве (Бог Отец, Бог Сын и Бог Святой Дух).

Особое значение медиации (опосредования человеческого развития) в формировании сознания и личности подчеркивалось и известным отечественным психологом Л. С. Выготским, который относил к числу главных медиаторов слово, символ и миф. Поэтому осмысление историко-культурного контекста, корни которого восходят к мифопоэтическим представлениям древних, позволит глубже понять некоторые «априорные условия коммуникации» (К. О. Апель), а следовательно, и диалога культур.

§ 3. Архетип триединства в мифопоэтическом сознании народов мира

Анализ мифологических сюжетов позволяет выделить среди образов и космологических представлений древних такие, в которых нашли отражение различные типы перехода от двоицы, лежащей в основе мифа, к троице как способу преодоления границ дуального мира и выражения более сложных понятий.

Так, по древнеегипетской (Гелиопольской) космогонической версии, созидательная энергия божественного солнца имеет целостную — трехипостасную — природу. Это солнечная птица Бену («Феникс»), Атум («Все и Ничто») — бог вечности и символ солнца на закате, изображавшийся в образе старца, и Хепри — символ восходящего солнца, мистическим знаком которого стал скарабей.

Идея целостного триединства характерна и для индуистского образа Божественной Матери Мира, в котором нашло отражение преклонение перед телесно-чувственным началом в супружеских отношениях, материнством и божественной сущностью мироздания (Ср. образ Матери-Земли в славянской традиции.). Трехипостасны верховные Боги Агни (огонь, молния и солнце) и Тримурти (Брахма, Вишну и Шива), выполняющий три функции: творения, хранения и разрушения. Согласно буддийской мифологии махаяны и ваджраяны, Будда имеет три тела (трикая), поэтому принцип просветления (достижения состояния Будды) имеет три уровня: абсолютный, идеальный и конкретный [1].

---

[1] Анализируя дохристианские параллели принципа триединства в работе «Попытка психологического истолкования догмата о Троице», К. Г. Юнг писал об идеях представления в сознании божественной целостности: «поднявшись однажды из бессознательного духа человечества (причем не только в передней Азии!), они могли

В представлениях древних египтян человек также включал три нераздельно-раздельные сущности: «ба» — воплощение жизненной силы всех людей, продолжающее существовать и после их смерти; «ах» — загробное воплощение человека, которое мыслилось единым с телом, но «ах» после смерти принадлежало небу, а тело — земле; «ка» — «второе я», духовно и физически функционирующее вместе с человеком и определяющее его судьбу.

Мифологические и религиозно-философские воззрения древних индийцев отражают целостное представление о развитии мира и объясняют его как взаимодействие трех состояний, свойств, сил (гун). Это: «сатва» — уравновешенное, гармоничное, благое начало, связанное с осознанием сущности вещи, добром и счастьем; «раджас» — подвижное, страстное, деятельностное начало, выражающееся в возбуждении, удовольствии и беспокойстве; «тамас» — косное, инертное, темное начало, соотносимое с апатией, ведущей к невежеству, результатами которых соответственно являются удовлетворение, страдание и леность. В ведийской мифологии эти три гуны соответственно выступают как вода, огонь и земля и имеют каждая свой цветовой символ: белый, красный и черный. В Бхагават-гите воздействие гун определяет также добродетели, пороки и посмертные судьбы людей. Позднее архетип триединства получил философское осмысление и три гуны рассматривались как проявление единой сути (пракрити).

Особая организмическая целостность человека и природы характерна для космогонических представлений древних китайцев, в которых отражается также идея поэтапного развития мира. Так, небо и земля, подобно содержимому яйца, пребывали в хаосе и их разделение происходило по мере роста Пань-гу, с которым связано происхождение всех явлений природы: его вздох рождает ветер и дождь, выдох — гром и молнию, когда его глаза открыты — наступает день, когда закрыты — ночь. Когда он умирает, его локти, колени и голова превращаются в пять священных горных вершин, волосы на теле — в деревья и травы, а паразиты на теле — в людей, что позволяет говорить об уподоблении космоса человеческому телу и о единстве макро- и микромира в представлениях древних китайцев.

Сформированный уже на раннем этапе развития китайского родового общества принцип неразрывного единства природно-родового организма, изначально включавший понятия об «инь» (тьма, податливость, женский ритм и цикл жизни, передаваемые с помощью прерванной посредине горизонтальной черты) и «ян» (свет, напряжение, мужской ритм и цикл жизни, передаваемые на письме целой горизонталь-

---

затем заново возникать в любое время и в любом месте» и таким образом сохраниться в сознании разных народов [19].

ной чертой), был дополнен понятием о природно-родовом первопредке «ди», в задачу которого входило регулирование соотношения рода и природы [20]. При этом инь-янские принципы — символы вечного взаимодействия, взаимодополнения и готовности преобразования одной стороны в другую — мыслились как проявление единого космоэнергетического начала, понимаемого как Дао (Путь) и как «Великое Единое» (Тай и), качественно превосходящее сумму его составляющих.

Позднее, в «Книге перемен» (И Цзин), появилось 8 символов из трех черт (8 триграмм), обозначающих важнейшие природные феномены (небо, земля, вода, огонь, гром, гора, ветер, водоем) и было введено понятие «срединного состояния» (чжун) между двумя противоположностями «инь» и «ян». По теории «И Цзин», весь мировой процесс представляет собой чередование ситуаций в процессе взаимодействия сил света и тьмы, напряжения и податливости. Так, в древнекитайском сознании закреплялось гармоничное восприятие мира как единого живого организма, наделенного способностью к саморегуляции. Поэтому триединая сущность «Великого Единого» и древнекитайского понимания рода и человека может быть представлена в виде триад: «инь — чжун — ян», «природа — первопредок — род» и «природа — первопредок — человек», позднее вытесненную триадой «земля — человек — небо», которая стала одним из важнейших архетипов миропонимания на Востоке.

В Древнем Египте начало времени ассоциировалось с первозданным водным хаосом Нун, из которого возник сияющий «камень Бенбен» (первичный холм или гора), а из него, как из «космического яйца», появился на свет весь мир. Согласно другому древнеегипетскому мифу, на вышедшем из вод холме распустился цветок лотоса, в котором было дитя (солнце — Ра), «осветившее землю, пребывавшую во мраке». Поэтапная схема развития мира характерна и для древнегреческих мифов, согласно которым от изначально существовавших первопотенций Эреба и Ночи возникло мировое яйцо, из которого появился Эрос, а от него произошли Земля, небо, море, боги и люди. По Гесиоду, первопотенцией, породившей из себя Эреб и Ночь, был Хаос, бесконечное и пустое мировое пространство. Таким образом, в сознании древних представление о мире достигалось путем осмысления трех (или более) стадий миротворения, когда «образ мира» (А. Н. Леонтьев) фактически складывался из отдельных этапов его эволюции.

В мифопоэтической картине древнего мира нашел отражение и принцип троичности, активно использовавшийся в описании сверхъестественных существ. В греческих мифах есть образы трехликой Гекаты, богини мрака, ночных видений и чародейства, и Гермеса, которому были доступны три мира: божественный Олимп, мир земной и царство мертвых. В мифологии славян — Триглав, триглавое божество, символ власти над тремя царствами: небом, землей и преисподней; Траян, боящийся света ночной персонаж, одна из голов которого пожирает людей, другая — скот, третья — рыбу (жертвы — представители трех царств) и др. Примечательно, что для описания сверхъестественного была избрана именно комплификация как прием усложнения, благодаря которому достигался необходимый эффект сакральности и причастности к иному миру. Неудивительно, что более поздний жанр волшебной сказки унаследовал этот прием для изображения фантастических персонажей (трехглавый дракон, Змей Горыныч, трехглазка и др.), сверхъестественные возможности которых объяснялись именно характерной для них троичностью. Троичная символика могла дополнять и целостные (трехипостасные) образы. Так, например, в индуистских мифах верховный Бог Агни родился в трех местах (на небе, среди людей и в водах), проживает в трех жилищах и имеет троякий свет, три жизни, три головы, три силы и три языка и др.

Для космогонических представлений древних также характерна троичная символика. Почти у всех народов сложился образ трехчастной вертикали космоса, включающей верхний мир (небо), средний мир (земля) и нижний мир (подземное царство, преисподняя). Согласно древнеиндийской космологии, вселенная — Трилока («три мира») — также имеет трехчастную структуру, включающую небо, землю и подземное царство. При этом, наряду с «тремя сводами» или «тремя крышами», которые держат три бога, есть и представления о семи мирах или этажах мира.

Индуистские мифы, культивируя естественные чувства и потребности человека, санкционировали три варианта пути: религиозный путь подвижничества (дхарма), путь разумного стремления к материальному благополучию (артхэ) и путь к чувственно-эмоциональной жизни (кама).

Примечательно, что мифологические божества Древнего Египта группировались в виде триады во главе с богом-демиургом: бог солнца Амон, его жена Мут — богиня неба, их сын Хонсу — бог Луны; Птах, его жена Сехмет — богиня войны, их сын — Нефертум — бог растительности. А в мифологии Рима известны семейные триады: Юпитер — Юнона — Минерва и Церера — Либера — Либер и др. Троичная классификационная система нашла отражение и в представлениях о «сань-хуан» — трех мифических государях — Фу-си, Суй-жене и Шень-нуне, что позднее привело к появлению образов неба (Тянь-хуан), земли (Ди-хуан) и людей (Жень-хуан).

Приведенные свидетельства перехода от двоицы к троице, разумеется, не исчерпывают всех содержащихся в космологии и мифологии способов выхода за пределы дуального языкового сознания древних. Так, для буддийской космологии типично стремление увеличить все элементы мироздания до бесконечности. Бесконечно число Будд, а количество миров мыслится большим, нежели число песчинок в Ганге. При этом каждый отдельный мир представляется в виде диска земли, лежащего на воде, которая покоится в воздухе, а воздух — в пространстве. Небо воспринимается подобным лестнице, символизирующей восхождение от чувственных радостей к духовным вплоть до полного растворения в нирване. Таким образом, в буддийских мифах целостность мира неразрывно связана с идеей бесконечности и принятой ценностной иерархией и поддерживается представлениями о действии всеобщего закона кармы, которому подчиняются и боги, и люди. Однако триединство, троичность и трехстадиальность также органично присутствуют в буддийской космологии и мифологии.

Не имея возможности в рамках статьи охарактеризовать другие известные мифопоэтическому сознанию способы перехода от двоицы к троице и от двоицы к множественности и бесконечности, отметим, что до наших дней дошли древнейшие дуалистические мифы, сохранившие изначальную противопоставленность мифологических символов. Так, основой одной из древнейших мифологий — иранской — стало учение о противоборстве двух взаимоисключающих космических принципов: всеобщий моральный закон мироздания Арта (Аша Вахишта — «лучший распорядок»), овеществленный в свете и огне, противостоял злому божеству лжи, мрака и скверны Другу (Друдж — «ложь»), созданному на погибель «праведности миров». («Есть лишь один путь, этот путь Аша, все остальное беспутье», — гласит зороастризский афоризм.) Противоборство названных сил обусловило резкий дуализм добра и зла, отличающий эти мифы от других индоевропейских и дальневосточных традиций. Тот же дуализм характеризовал и древнеиранскую космогонию, делившую мир на две сферы — земную (телесную) и потустороннюю (духовную), где также шла борьба добрых и злых сил. В дальнейшем процесс создания цельной мусульманской мифологии, по мнению специалистов, был определенным образом затруднен в силу соединения Мухаммадом логического и эмоционального методов познания и истолкования мира, предопределивших дуальность религиозного мировосприятия. Этим, возможно, объясняется жесткое, в сравнении с европейским христианством, требование мусульманского общества неукоснительно следовать традиционным нормам жизни [21]. Примечательно, что таджикская мифология, представляющая собой контаминационный сплав элементов исламской мифологии, иранских мифов и собственных космогонических представлений, содержит образы «двух великих родителей»: матери-земли и отца-неба и, соответственно, с женским началом ассоциировалась весна и лето, а с мужским — зима и осень, так как в этот период земля оплодотворяется дождем и снегом.

Отмеченные особенности таджико-иранской ментальности являются еще одним подтверждением важности понимания истоков национальных традиций, когда речь идет о межкультурном взаимодействии.

§ 4. Триединство в христианской культуре

Идея триединства сокровенно присутствует в христианской культуре в догмате Троицы, передающем представление о Боге, «сущность которого едина, но бытие которого есть личностное отношение трех ипостасей: Отца — безначального Первоначала, Сына — Логоса, то есть абсолютного смысла (воплотившегося в Иисусе Христе) и Духа Святого — «животворящего» начала». В отличие от троичности, являющейся устойчивым мотивом различных религиозно-мифологических систем, «ипостаси или лица христианской Троицы, — писал С. С. Аверинцев, — не взаимозаменимые двойники или маски единой безличной стихии, их единство не есть ни рядоположенность, ни слитность, неразличенность личностей, не до конца вычленившихся из родовой бессознательности политеистического божественного коллектива; напротив, они проницаемы друг для друга лишь благодаря полному личному самостоянию и обладают самостоянием только благодяря полной взаимной прозрачности, ибо эта проницаемость есть чисто личное отношение любви» [22]. Процитированное толкование христианского догмата Святой Троицы представляется существенным для проблематики диалога культур не только потому, что оно раскрывает древнейший архетип русского самосознания, предопределивший развитие и тональность отечественной культуры, но и в силу содержащегося в нем призыва к открытости, доверию и взаимному расположению для достижения взаимопонимания и взаимоотношения. Заметим, что одну из последних статей С. С. Аверинцев так и озаглавил — «Мы призваны в общение», воспроизведя от первого лица слова из Евангелия (1 Кор. I. 9) [23].

Глубокое размышление о Троице оставил и Г. Померанц в работе «Троица Рублева и тринитарное мышление». «Все высшие религии суть воплощения предвечной Троицы (с большей или меньшей степенью человеческого несовершенства). Ни одна из них не подлежит упразднению или отмене. Мир не может быть ни внешне христианизирован (за счет иудаизма, ислама, индуизма, буддизма), ни дехристианизирован. Возможно и нужно другое: переход от религиозной полемики к общению в духе любви, перенос акцента с качества символов на качество духовного опыта, переход от гордыни вероисповедания к смиренному сознанию своей нищеты и скудости. Троица — место будущей встречи всех высоких религий, не только христианства и буддизма, создавших учение о Троице, но тех, в которых это учение не сложилось и есть только элементы тринитарности», — писал Г. Померанц, подчеркивая, что для будущего диалога «главное — в духе любви, сочувственного внимания и понимания» [24].

Одним из наиболее полных выражений догмата божественной целостности представляется «Троица» Андрея Рублева, где достигнутая степень совершенства в иконописном изображении триединой, единосущной, нераздельной, соприсносущей и живоначальной Троицы вызывает внутреннюю сопричастность представителей далеких от христианства культур, еще раз свидетельствуя об общечеловеческой значимости высочайших проявлений духовной культуры.

Триединая целостность была характерна, по мнению известного исследователя православной космологии и устно-поэтической духовной традиции Г. П. Федотова, и для русского национального самосознания. Реконструируя основы нравственного закона русского народа, Г. П. Федотов писал: «Изучая содержание этого закона, мы обнаружили в нем не два, а три элемента: ритуалистический, каритативный и натуралистически-родовой. Эта тройственность народной этики сама ставит вопрос: имеем ли мы право оставаться при нашем метафизическом дуализме, который оказывается таким образом оторванным от структуры этического мира? Не стоит ли внести в этот метафизический мир трехчленное деление?» [25].

Говоря далее о целостности народного благочестия, исследователь выделил в нем 1) ритуалистические представления о важности следования принятому религиозному канону, 2) каритативные (от лат. caritas — уважение, почет, любовь, признательность) предостережения от нарушения закона милосердной любви и 3) натуралистически-родовые заповеди должного отношения к родной земле, природе, космосу, восходящие к языческому миропониманию. При этом, по мнению Г. П. Федотова, нравственный закон русский народ выводил не только из онтологической божественности природы. «В ней он видит, — писал исследователь, — то же благое, материнское начало, что и в Богородице, которая имеет свое дольное отражение в религиозном образе Матери-Земли. Однако материнство имеет не одно этическое значение — жалеющей любви; за ним выступает и древнее религиозное начало плодородия, из которого вырастает этика родовой жизни. Впрочем, все страстное, «паническое», — все следы языческого Ярилы элиминированы из народного понимания земли. Ее красота является бесстрастной, скорбной, матерински-девственной, под глубоким влиянием церковного образа Богоматери. Мать-Земля этизируется настолько, что становится сама, подобно Богородице, хранительницей нравственного закона» [26]. Поэтому, изучая характерные для этноса представления о нравственных ценностях, следует избегать прямого отождествления народной морали с религиозными заповедями или принятым в социуме философским учением и рассматривать их как целостный культурный феномен, в котором тесно взаимодействуют все стороны.

Завершая краткое рассмотрение некоторых фрагментов мифопоэтической картины мира, отметим отражение в ней двух метафизических подходов к осмыслению первооснов человеческого бытия. Так, важнейшими способами создания древней мифологии и космогонии, позволившими выйти за пределы двухполюсного сознания, стал холистический принцип триединства и редукционистский принцип троичности и трехстадиальности, для которого характерно понимание мира/миротворения как совокупности объектов/этапов различной степени сложности, осознаваемых онтологически и гносеологически как предшествующие целому. Под воздействием этих принципов существенно преобразилась дуальная языковая картина мира: в нее вошли новые понятия, отражавшие понимание целостности и структурной сложности объекта или процесса.

Будучи позднее отнесенным к архетипам, принцип триединства в совокупности с троичностью и процессуальной трехстадиальностью обусловил общность различных культур, способствуя их внутреннему единению. Более того, метафизический принцип триединства, выражающий нераздельную сущность целого, по нашему глубокому убеждению, не только обусловил создание более совершенной языковой картины мира, но и стал основанием культуры общения. Поэтому данный принцип, обозначив важнейший переход от языка («дома бытия») к культуре («хранителю бытия»), определенным образом упорядочивающей общение, может рассматриваться в качестве содержательно-смысловой доминанты диалога культур и — шире — гуманитарного мышления.

Литература

1. *Белл Д.* Культурные противоречия капитализма // Этическая мысль: Науч.-публицист. чтения. — М.: Политиздат, 1990. — С. 245.
2. *Библер В. С., Ахутин А. В.* Диалог культур // Новая философская энциклопедия. — М.: Мысль, 2001, т. 1. — С. 659.
3. *Библер В. С.* Культура. Диалог культур (Опыт определения) //Вопросы философии, 1989, N 6. — С. 31–42.
4. *Иванов В. В., Топоров В. Н.* Славянская мифология //Мифы народов мира. М.: Советская энциклопедия, 1988, т. 2. — С. 450–456.
5. *Топоров В. Н.* Миф. Ритуал. Символ. — М.: Наука, 1989.
6. *Золотарев А. М.* Родовой строй и первобытная мифология. — М: Наука, 1964. — С. 296.
7. *Леви-Стросс К.* Структурная антропология. — М.: Республика, 1985. — С. 201.

8. *Щедровицкий Г. П.* Философия. Наука. Методология. — М.: Шк. Культ. Политики, 1997. — С. 253.
9. *Холодная М. А.* Когнитивные стили: О природе инндивидуального ума. — М.: ПЕР СЭ, 2002.
10. *Катасонов В. Н.* Апофатика и наука // Христианство и наука. X Международные Рождественские образовательные чтения: Сборник докладов конференции. — М.: 2003. — С. 266–267.
11. *Соловьев В. С.* Собр. соч. СПб., б. г. Т. VIII. — С. 233.
12. *Платон.* Собр. соч. в 4 т. Т. 2. — М.: Мысль, 1993. — С. 375.
13. *Короткова Г. П.* Принципы целостности (К вопросу о соотношении живых и неживых систем). — М.: Изд-во ЛГУ, 1968. — С. 95.
14. *Мамардашвили М. К.* Сознание — это парадоксальность, к которой невозможно привыкнуть // Вопросы философии, 1989, N 7. — С. 114.
15. *Юдин Е. Г.* Системный подход и принцип деятельности. М.: 1978. — С. 32.
16. *Волков А. М., Микадзе Ю. В., Солнцева Г. Н.* Деятельность: структура и регуляции. Психологический анализ. — М.: Изд-во МГУ, 1987. — С. 23.
17. *Леви-Строс К.* Структурная антропология. — М.: Республика, 1985. — С. 201.
18. *Топоров В. Н. См.* п. 5, с. 191.
19. *Юнг В. Г.* Попытка психологического истолкования догмата о Троице // Юнг К. Г. Собр. соч. Ответ Иову. — М.: Канон, 1994. — С. 28.
20. *Лукьянов А. Е.* Истоки Дао. Древнекитайский миф. — М.: ИНСАН, РМФК, 1992. — С. 7.
21. *Михина Е. М.* Межинститутский семинар по истории психологии // Одиссей. Человек в истории. 1989. — М.: Наука, 1989. — С. 183–190.
22. *Аверинцев С. С.* Троица // Мифы народов мира. — М.: Советская энциклопедия, 1988, т. 2. — С. 527.
23. *Аверинцев С. С.* Мы призваны в общение // Аверинцев С. С. София — Логос. Словарь. 2-е изд. — Кiев, 2001. — С. 417–420.
24. *Померанц Г.* Троица Рублева и тринитарное мышление //Померанц Г. Выход из транса. М.: Юрист, 1995. — С. 329.
25. *Федотов Г. П.* Стихи духовные (Русская народная вера по духовным стихам). — М.: Прогресс. Гнозис, 1991. — С. 84.
26. *Федотов Г. П.* Там же. — С. 118.

Семиодинамика как предтеча синергетики[1)]

Р. Г. Баранцев

Математико-механический факультет СПбГУ

Говоря о синергетике, обычно упоминают бельгийскую школу диссипативных процессов, немецкую школу лазерной физики и (к сожалению, реже) российскую школу нелинейной динамики. А предшественницами теории самоорганизации справедливо называют тектологию, кибернетику и общую теорию систем. Однако ближайшей предтечей синергетики как новой парадигмы по существу была семиодинамика, возникшая в 1980 году на берегах Невы.

Междисциплинарный методологический семинар по семиодинамике, работавший при Совете молодых ученых ЛГУ, объединял представителей самых разных специальностей: математиков и лингвистов, физиков и философов, биологов и педагогов. Общие закономерности возникновения, развития и отмирания естественных систем в знаковом представлении — так был определен предмет семиодинамики. Интерес к динамике синтеза целостных образований оказался мощным двигателем плодотворной деятельности творческого коллектива.

Сборник трудов семинара был представлен в издательство ЛГУ 05.10.82 и получил весьма благоприятные отзывы рецензентов: лингвиста Г. П. Мельникова и философа Б. Т. Алексеева. Однако затем его передали на дополнительное, более «бдительное» рецензирование в Головной совет по философии, откуда пришел разгромный отзыв В. Г. Иванова с обвинением в покушении на марксистско-ленинскую диалектику. В результате сборник был арестован и до 23.10.87 хранился в сейфе парткома ЛГУ. Опубликовать его удалось лишь в 1994 году за счет пенсии ответственного редактора [1].

В годы борьбы за право на существование творческая работа не прекращалась, но была значительно осложнена гонениями на предмет и участников семинара. Перипетии этой борьбы нашли отражение в ряде газетных и журнальных публикаций [2, 3].

[1)] Работа выполнена при поддержке РГНФ, грант № 03-03-00247а/Б.

Ситуация несколько разрядилась, когда методологические обретения семиодинамики оказались востребованными в синергетике, более удачливой в общественном признании. Науке о самоорганизации открытых систем потребовалась соответствующая, т. е. тоже открытая методология. Именно такая методология была подготовлена семиодинамикой [4].

Предмет исследований оказался общим — качественные изменения сложных систем. И синергетика, и семиодинамика занимаются изучением механизма синтеза целостных образований [5]. Небольшое различие состоит в том, что семиодинамика по предмету шире, так как не ограничивается процессами самоорганизации, а по методу несколько уже, так как ограничивается знаковым представлением. Но эта узость как раз и обеспечила быстрое продвижение в разработке методов, нужных для синергетики. Сходства между ними гораздо больше. Согласно Ю. А. Данилову [6], синергетика изучает возникновение, жизнь и гибель структур. Эта формулировка почти полностью совпадает с данным выше определением предмета семиодинамики.

Но семиодинамика, рожденная в своем отечестве, не нашла понимания и признания, а синергетика, изобретенная за рубежом, стала восприниматься, как новое перспективное направление, способное возглавить смену парадигмы. История не слишком оригинальная, но в очередной раз пройденная и достаточно поучительная в своих деталях, тем более, что сохранились документальные свидетельства этих не столь уж давних событий [7].

Семиотика, как известно, есть теория знаковых систем. Методологически она родственна математике. Изучая знаки, семиотика абстрагируется от их содержания, так же как математика отвлекается от предметного содержания чисел и фигур. Переход от постоянных величин к переменным произвел в математике настоящую революцию и открыл невиданные ранее горизонты. В семиотике такой переход происходит позднее, потому что мир знаков сложнее мира чисел. Приближение к жизни вносит возрастающие трудности.

Благодаря знаковому подходу семиодинамика сумела быстро охватить широкий круг сходных явлений и выработать некоторые методологические принципы, востребованные в синергетике [4]. Это, во-первых, необходимость преодоления бинаризма, во-вторых, принцип неопределенности-дополнительности-совместности, и в-третьих, освоение фундаментального понятия целостности. Эта методология оказалась полезной и при становлении курса «Концепции современного естествознания», дающего целостное представление о мире, о законах, которые являются общими для природы, человека и общества. Общность проявляется в структурных закономерностях, которые изучаются отвлеченно от предметного содержания, так же, как знаки в семиотике, числа и фигуры в математике, причем структуры эти рассматриваются в динамике, в движении, в качественных превращениях.

Элементарная структура анализа, диада, позволяет осуществлять операцию дихотомии, т. е. расщеплять объект на две части. Но бинарными актами невозможно описать коллективные взаимодействия и объяснить механизм синтеза. Для этого нужна по меньшей мере тройная связка, триада, причем не одномерная, которая структурно не богаче диады, и не переходная, которая только заявляет о возможности синтеза, а системная, состоящая из трех равноправных элементов одного уровня общности [8]. В ней каждый элемент может служить мерообразующим фактором при разрешении спора между двумя другими, опосредуя процесс формирования синтеза.

Смысловое различие компонент определяется универсальной семантической формулой

интуицио

рацио эмоцио,

отражающей природную способность человека мыслить одновременно и понятиями, и образами, и символами. Эта формула позволяет осознанно ориентироваться в смысловом пространстве, достраивая монады и диады до целостных тройных комплексов. Так диада «материя-идея» разрешается в области *эмоцио* через человека, а оппозиция «порядок-хаос» — в области *интуицио* через творчество. Трихотомия понятий путем различения указанных аспектов ведет к их тернарной дефиниции [9]. Например, система — это элементность-связанность-целостность, асимптотическая математика — это точность-локальность-простота, синергетика — это нелинейность-когерентность-открытость [10].

Тернарный опыт человечества достаточно богат и интерес к нему возрастает. В двух томах Международной библиографии тринитарной литературы [11] собрано около шести тысяч работ по триадическим структурам типа nosse-velle-esse, т. е. cognition-acting-being, или

бытие

познание действие,

соответствующего нашей семантической формуле. Целостные триады, сложившиеся в разных культурных традициях, состоят из слов, привязка которых к предлагаемому эталону не всегда очевидна. При смене структурной парадигмы содержание понятий приходится переосмысливать в новой системе отношений. И тогда открывается удивительная общность семантической формулы системной триады, которая проявляется во всех основополагающих открытиях науки, в гениальных произведениях искусства, в жизнеспособных религиях мира [12]. В социальной сфере на эту гомологию обратил внимание В. В. Иофе ([13], с. 297–305).

Проблема «Восток-Запад» — это проблема сближения, единения, синтеза двух культур, и роль России здесь чрезвычайно велика. *Интуицио* Востока и *рацио* Запада могут быть совместимы лишь через *эмоцио* России [14]. В наших внутренних проблемах ведущую роль тоже играет эмоциональная компонента. Человеческий фактор, замыкая старые оппозиции типа «рацио-интуицио», становится штурманом синергетики на пути к целостности сквозь системные триады. Через человека разрешается пресловутый «основной вопрос» философии. С помощью красоты обретают целостность истина и добро. Человеческий потенциал составляет основную долю национального богатства страны [15], так что главной проблемой становится нравственное воспитание людей.

Различая три компоненты образовательного пространства: информационное, воспитательное и развивающее, М. Т. Громкова пишет: «Субъект впитывает то, что интересно и возвышает разум... Воспитание отличается от впитывания, как восхождение от хождения, воспевание от пения и т. п. Осознание — проникновение бытия в сознание... Процесс осознания меняет внутренний образ и, следуя семантике, может называться образовательным» [16]. Таким образом, системная триада образования, выполняя синтезирующую роль, должна включать в себя и передачу знаний (рацио), и воспитание стиля (эмоцио), и развитие умения (интуицио). Целостно образованный человек ощущает себя понимающим («счастье — это когда тебя понимают»), участвующим («без меня народ не полон»), творящим (синергия — соработничество человека с Богом).

Организуя систему образования, нельзя переходить «рубеж Планка» [17], если не хотим уйти от целостности жизни к полноте модели. Главное достоинство российской школы — человеческий талант учителей. А самая эффективная школа — школа жизни. Достаточно вспомнить *университеты* М. Горького, В. Высоцкого, Ф. Шаляпина.

Появление семиодинамики именно в России видимо не случайно. В русской тройке коренная лошадка — эмоцио. А эмоциональная доминанта означает приоритет структуры, динамики, жизни.

Геометрический образ системной триады в виде правильного горизонтального треугольника — двумерный. Однако в динамике жизни каждая компонента может меняться самостоятельно по своей оси, так что проявленная триада имеет три измерения. Также и диада: фиксированная — одномерна, действующая — двумерна.

Неизбежность перехода от бинарных структур к тернарным при стремлении к целостности вполне очевидна. Но, будучи необходимой, является ли системная триада достаточной настолько, чтобы вместе с Т. П. Григорьевой [18] мы могли сказать: «Триединое и есть логика целого»? Ведь существуют и более сложные комплексы: тетрады, пентады и т. д. [19]. Конечно, можно сослаться на принцип простоты и бритву Оккама. Можно аргументировать общностью семантической формулы системной триады, которая проявляется всюду, в то время как семантика более сложных плеяд весьма локализована и универсальный архетип в них пока не обнаружен. Но существуют и более глубокие основания сфокусировать внимание на тернарных структурах.

Природа, в отличие от бравого рассудка, избегает уходить в дурную бесконечность. Формального умножителя всегда настигает коллапс. В синергетике это называют самоорганизованной критичностью. Коридор эволюции достаточно узок. В истории Вселенной когда-то произошел фазовый переход от начальной многомерности к трехмерному пространству, обеспечивший рост разнообразия структурных форм [20]. В физике еще в 1917 г. П. Эренфест обнаружил, что трехмерность обладает определенными преимуществами, так как при меньшей размерности не могут возникать сложные структуры, а при большей не могут существовать устойчивые атомы и планетные системы. В многомерных моделях физических пространств дополнительные измерения оказываются свернутыми.

Создавая новую парадигму в облике синергетики, семиодинамика принадлежит не столько прошлому, сколько будущему, являясь методологической опорой для решения имманентных проблем теории саморазвития [10]. Будучи предтечей, она все больше раскрывается и как перспектива [21].

Литература

1. Семиодинамика. Труды семинара. СПб.: 1994. 192 с.
2. *Преловская И. С.* Ярлык // Известия № 150 за 30.05.87. А тень осталась // Известия № 291 за 18–10–87. *Максимова Н. К.* Встретимся через 900 лет // Новая сибирская газета № 8 за 26.11.94.
3. *Гордин Я. А.* «Дело Баранцева» // Звезда, 2000. № 4. С. 19–28
4. *Баранцев Р. Г.* Открытым системам — открытые методы // Синергетика и методы науки. СПб.: Наука, 1998. С. 28–40.
5. *Баранцев Р. Г.* Синергетика и семиодинамика // Синергетика и методы науки. СПб.: Наука, 1998. С. 412–415.
6. *Данилов Ю. А.* Возникновение и эволюция понятия «самоорганизация» // Синергетика. Труды семинара. Том 4. М.: МГУ, 2001. С. 80–83.
7. *Баранцев Р. Г.* Семиодинамика в истории синергетики // История идей как методология гуманитарных исследований. СПб.: 2001. Часть 1. С. 113–125.
8. *Баранцев Р. Г.* Системная триада — структурная ячейка синтеза // Системные исследования. Ежегодник 1988. М.: Наука, 1989. С. 193–210.

9. *Баранцев Р. Г.* Системная триада дефиниции // Международный форум по информации и документации. М.: 1982. Т. 7. № 1. С. 9–13.

10. *Баранцев Р. Г.* Имманентные проблемы синергетики // Вопросы философии. 2002. № 9. С. 91–101. Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. М.: Наука, 2002. С. 460–477.

11. Bibliotheca Trinitariorum. International Bibliography of Trinitarian Literature. Ed. By E. Schadel. München e.a., 1984, v. 1, 624 p., 1988, v. 2, 594 p. Рецензия: *Баранцев Р. Г., Хованов Н. В.* Философские науки, 1990. № 4. С. 141–143.

12. *Баранцев Р. Г.* Универсальная семантика триадических структур в науке-искусстве-религии // Языки науки — языки искусства. М.: Прогресс-Традиция, 2000. С. 61–65.

13. *Иофе В. В.* Границы смысла. СПб.: Норд-Вест, 2002, 329 с.

14. *Баранцев Р. Г.* Культурная стезя России // Мост, 2003, № 55. С. 7–8.

15. *Колин К. К.* Информационная глобализация общества и гуманитарная революциия // Глобализация: синергетический подход. М.: РАГС. 2002. С. 323–334.

16. *Громкова М. Т.* Синергия духовного и материального в условиях глобализации // Глобализация: синергетический подход. М.: РАГС. 2002. С. 166–172.

17. *Баранцев Р. Г.* Принцип неопределенности-дополнительности-совместности в тринитарной методологии // Научные труды РИМЭ. Рига, 2001. Вып. 5. С. 91–95.

18. *Григорьева Т. П.* Синергетика и Восток // Синергетическая парадигма. М.: Прогресс-Традиция. 2000. С. 215–242.

19. *Bennett J. G.* The Dramatic Universe. Vol. 3. Man and his Nature, Charles Town, 1987. 315 с.

20. *Новиков И. Д.* Как взорвалась Вселенная. М.: Наука, 1988, 175 с.

21. *Баранцев Р. Г.* Синергетика в современном естествознании. М.: Едиториал УРСС, 2003, 144 с.

Часть II

МЕТАФИЗИКА И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ПРОГРАММЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Метафизический принцип фрактальности в физике

Ю. С. Владимиров
Физический факультет МГУ

§ 1. Метафизические основы миропонимания

Анализ развития фундаментальной теоретической физики XX века позволяет констатировать тенденцию сближения физики с **метафизикой** [1].

Метафизика, понимаемая как учение о первичных (предельных) принципах и началах (категориях) бытия, знания, культуры, проявляется в **двух** подходах к реальности: холистическом и редукционистском. *Холизм* основан на таком понимании мира, при котором целое рассматривается как доминирующее и предшествующее своим частям. Холизму противостоит *редукционизм*, расщепляющий единое на части, понимаемые как предшествующие целому. Оба эти подхода имели важное значение и дополняли друг друга в процессе познания мира.

Чрезвычайно важным фактором метафизического характера является выделенность в редукционистском подходе троичности базисных начал (частей целого). В фундаментальной теоретической физике это **три** физические (метафизические) **категории**: **(П-В)** *пространство-время*, **(Ч)** *частицы* (на квантовом уровне — фермионы) и **(П)** *поля переносчиков взаимодействий* (бозонов: фотонов, Z-бозонов, глюонов и т. д.). Принято полагать, что в физике изучаются тела (частицы), которые находятся не иначе, как в пространстве-времени, и взаимодействуют друг с другом через поля: гравитационное, электромагнитное и др.

Поскольку в учебниках и большинстве книг по физике названные категории как правило рассматриваются как самостоятельные и допускается изучение свойств пространства-времени без материи и рассмотрение свободных полей (без частиц-источников), данные теории отнесем к (редукционистской) *триалистической метафизической* **парадигме**. Под *парадигмой будем понимать систему понятий, категорий и принципов, определяющих основания и характер теории.*

В XX веке в теоретической физике доминировали теории (программы), в которых строилась физическая картина мира не на трех, а на меньшем числе из названных или обобщенных метафизических категорий. Значительные результаты были получены в построении теорий на базе **двух** метафизических категорий: обобщенной, объединяющей в себе две категории, и оставшейся. Такие теории будем называть *дуалистическими*. Но поскольку имеется три варианта объединения двух категорий из трех, следует различать **три** таких типа метафизических дуалистических парадигм или, другими словами, *три миропонимания* одной и той же физической реальности (видения мира под разными углами зрения).

Представим единое физическое мироздание в виде куба, построенного на трех осях, соответствующих вышеназванным метафизическим категориям триалистической парадигмы (см. рис. 1). Одна из вершин

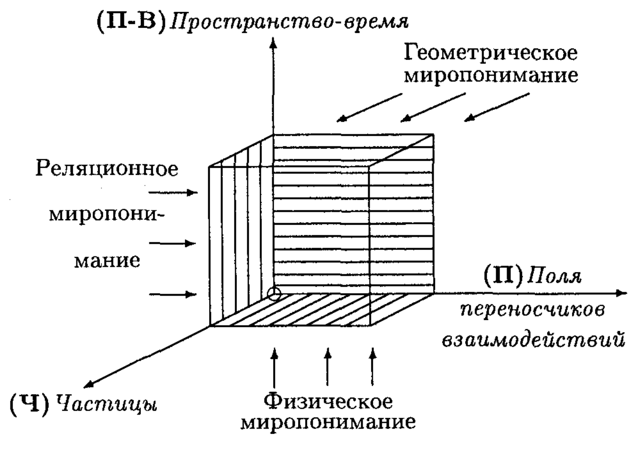

Рис. 1. Куб физического мироздания, построенный на трех метафизических категориях

куба выбрана в качестве начала координатных осей, олицетворяющих три категории: по вертикали — категория пространства-времени, по горизонтали вправо — категория полей переносчиков взаимодействий, по горизонтали вперед — категория частиц. Можно сказать, что физические теории триалистической парадигмы описывают мироздание через своеобразные проекции на оси-ребра куба.

Геометрическим миропониманием назван взгляд на куб физической реальности со стороны его задней грани, характеризуемой ортами категорий пространства-времени и полей переносчиков взаимодействий. К этому миропониманию относится геометрофизика, в которой центральное место занимает эйнштейновская общая теория относительности, но в рамках многомерия геометризуются и другие виды физических взаимодействий.

Физическим миропониманием назван вариант теорий, основанный на объединении категорий частиц и полей. На рисунке физическое миропонимание соотносится со взглядом на куб снизу. Этот подход определял главное, можно сказать, магистральное направление развития физики XX века. К теориям этой парадигмы относится квантовая механика и квантовая теория поля, в которых симметричным образом рассматриваются (бозонные) поля переносчиков взаимодействий и (фермионные) поля частиц. Апогеем этого подхода стало открытие во второй половине прошлого века суперсимметричных преобразований между фермионными и бозонными волновыми функциями. Эта же линия продолжается в столь модных в последнее десятилетие исследованиях суперструн и супермембран.

Взгляд на физическую реальность с позиций категорий пространства-времени и частиц назван **реляционным миропониманием**. К нему, прежде всего, относится теория прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана, основанная на концепции дальнодействия, альтернативной общепринятой концепции близкодействия, воплощенной в теории поля. Дальнейшее развитие этого направления просматривается в так называемой теории (унарных) физических структур Ю. И. Кулакова, где вместо отдельных категорий пространства-времени и частиц вводится новая (метафизическая) категория физической структуры.

Более детальное рассмотрение дуалистических парадигм показывает [1], что в каждом из трех названных миропониманий следует различать пары возможностей, определяемых двумя способами перехода от трех категорий к двум:

а) если две прежние категории заменяются одной обобщенной при сохранении неизменной третьей и

б) если две из прежних категорий так или иначе берут на себя функции третьей, т. е. в каком-то смысле становятся двумя обобщенными категориями.

Таким образом, шесть дуалистических парадигм имеют промежуточный характер между монистической и триалистической парадигмами, образуя вместе с ними *иерархию из восьми метафизических парадигм.*

Произведем сравнительный анализ разных подходов к описанию гравитационных (и иных) взаимодействий на основе метафизического **принципа фрактальности**[1]**, согласно которому в редукционистском подходе каждая выделенная категория сохраняет свой-**

[1] Термин фрактал был введен в 1975 году Бенуа Мандельбротом в его книге «The Fractal Geometry of Nature» для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур. «Фракталом, — по определению Б. Мандельброта, — называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому».

ства целого и в ней неизбежно проявляются все другие категории. Так, в рамках триалистической парадигмы определение каждой из трех ключевых физических категорий — пространства-времени, полей и частиц — содержит в себе информацию о двух других категориях. Это в полной мере относится и к дуалистическим (также редукционистским) парадигмам.

Принцип фрактальности способствует детализации понимания ключевых физических категорий и более полному осмыслению сходства и различия имеющихся теорий (в рамках изложенных парадигм). В частности, такой анализ позволяет понять суть ряда парадигмальных проблем современной физики, обусловленных односторонностью восприятия мира в каждой отдельной метафизической парадигме.

Предлагается различать три вида (стороны) фрактальности:

1) фрактальность по сущности,
2) фрактальность по качеству и
3) фрактальность по количеству,

что отчасти соответствует трем ключевым физическим категориям.

§ 2. Принцип фрактальности в триалистической парадигме

Начнем с рассмотрения триалистической парадигмы, поскольку наши привычные представления об окружающем мире составлены именно на ее основе.

2.1. Фрактальность по сущности

Поскольку в триалистической парадигме представления о каждой из трех категорий включают и представления — в соответствующем ракурсе — о двух других категориях, составим табл. 1, раскрывающую содержание принципа фрактальности по сущности, где как по горизонтали, так и по вертикали отложены три ключевые физические категории данной парадигмы.

Обоснуем соответствие членений по вертикали построчно, т. е. отдельно для каждой из трех ключевых физических категорий.

2.1.1. *Категория пространства-времени*

1. Фрактальность категории пространства-времени по сущности тесно связана с *аксиоматикой геометрии*, которая мыслится как математически наиболее строгий метод формулировки представлений о данной категории. Следует особо отметить *метафизический характер аксиоматического подхода*, поскольку аксиомы представляют собой исходные, недоказуемые утверждения, удовлетворяющие условиям полноты

Таблица 1

Триалистическая парадигма: фрактальность по сущности

	Пространство-время	Поля	Частицы
Пространство-время	4-области (окрестности)	Метрика (расстояния, интервал)	Точка-событие, мировая линия
Категория поля	Область определения функции	Числовое значение функции	Аргумент функции — точка
Категория частиц	Окружающий мир (Вселенная)	Тело отсчета (макроприбор)	Рассматриваемые частицы (тела)

и непротиворечивости, а самое главное, — приемлемости построенной на их основе геометрии (теории).

Всякая аксиоматика опирается на систему *примитивов* — исходных (далее не определяемых) элементарных понятий, подчиняющихся лишь данной системе аксиом, из которых по определенным правилам строятся теоремы. Имеется большой произвол в выборе как самих примитивов, так и аксиом. Например, то, что в одной аксиоматике является теоремой, в другой — может быть аксиомой. И в этом случае некоторые аксиомы первой аксиоматики становятся теоремами во второй. Конкретизация аксиоматики, в конечном счете, обусловлена миропониманием, т. е. выбранной метафизической парадигмой. В большинстве предлагавшихся аксиоматик фактически отражалась именно триалистическая парадигма. Естественно, аксиоматики 3-мерной евклидовой геометрии отражали представления о пространстве в ньютоновой физике. После открытия специальной теории относительности (СТО) были разработаны аксиоматики 4-мерного пространства-времени в работах, Д. Гильберта [2], А. Робба, А. Д. Александрова [3] и др. Затем были предложены аксиоматики общей теории относительности [4, 5].

2. Анализ представленных в литературе аксиоматик геометрии (пространства-времени) показывает, что в них *минимальное и устойчиво повторяющееся число примитивов равно трем.* Как правило, в качестве примитивов геометрии выбираются: **точки, метрика (расстояния), области непрерывных множеств**. В теории относительности геометрические точки трактуются как физические точки-события, а вместо расстояний выступают интервалы (метрика).

Сопоставим названные примитивы геометрии (аксиоматики пространства-времени) с тремя физическими категориями:

1) точка (точка-событие) — категория частиц;

2) интервал (метрика) — категория полей переносчиков взаимодействий;

3) области непрерывного множества — категория пространства-времени.

Первое из названных соответствий не вызывает сомнений, поскольку теория относительности имеет дело именно с событиями, в которых обязательно участвует какая-либо частица. Второе — менее очевидное в рамках специальной теории относительности — становится понятным, если иметь в виду общую теорию относительности, где через компоненты метрического тензора (метрики) описывается гравитационное взаимодействие. В многомерных теориях Калуцы-Клейна метрика ответственна и за появление электромагнитного и других физических полей. Соответствие областей и самой категории пространства-времени также выглядит достаточно естественно.

3. *Оказывается, даже аксиоматика евклидовой геометрии* представляет собой довольно сложный комплекс из примитивов и аксиом; число последних превышает два десятка и варьируется в некоторых пределах. Как правило, совокупность аксиом разбивается на *три основные группы: аксиомы порядка, метрические и топологические аксиомы.*

1) *Аксиомы порядка* задают характер упорядоченности точек в геометрии и соответствуют свойству причинности в физике. В большинстве аксиоматик теории относительности аксиомы частичной упорядоченности рассматриваются как ключевые, с которых начинается ее построение. На них нанизываются все остальные группы аксиом[1].

2) *Метрические аксиомы* определяют свойства интервалов (длин), задаваемых глобально (в пространстве-времени Минковского) или инфинитезимально (в римановом пространстве) для пар точек-событий. Метрические аксиомы привязаны к аксиомам частичной упорядоченности. Так, квадрат интервала между двумя точками положителен, если точки-события упорядочены (времени-подобны), и отрицателен, если точки-события пространственно-подобны.

Принципиально важно отметить, что в определении метрических отношений содержатся представления о вещественных числах. В связи с этим нельзя забывать, что еще используется *система неявно заданных аксиом арифметики.*

---

[1] В частности, следует назвать работы Р. И. Пименова по аксиоматике более общей геометрии, чем геометрия пространства-времени Минковского и даже более общей, чем геометрия, используемая в эйнштейновской общей теории относительности. В монографии «Пространства кинематического типа (Математическая теория пространства-времени)» [5] аксиоматически исследуются геометрии, начиная от наиболее общих (кинематик), основанных на задании множества точек-событий и аксиом частичной упорядоченности, и далее геометрии с последовательным добавлением других групп аксиом: топологических, метрических аксиом и на конечной стадии — учета материи, что приводит уже к общей теории относительности. Примерно такая же схема рассуждений использована в работах Моулда [4] и некоторых других авторов.

3) *Топологические аксиомы* формируют понятие непрерывности. Здесь не будем углубляться в обсуждение отдельных топологических аксиом (Хаусдорфа): аксиом окрестности, разделимости, объединения и др. Из топологических аксиом особое место занимает *аксиома размерности.*

Как правило, к этим трем группам аксиом добавляются еще специальные аксиомы, призванные уточнить их привязку друг к другу.

2.1.2. *Категория полей*

В самой дефиниции поля проявляются свойства фрактальности, так как она отражает все три ключевые категории. Во-первых, это *область определения* функции, — она задана на непрерывном пространственно-временном многообразии (или на некоторой его области), — в чем можно усмотреть проявление категории пространства-времени. Во-вторых, это *числовая* функция, которую, как и метрику, будем относить к проявлениям самой категории переносчиков взаимодействий. В-третьих, *аргументом функции является точка*, олицетворяющая собой категорию частиц.

2.1.3. *Категория частиц*

Категория частиц во фрактальности по сущности предстает в виде трех составляющих:

1) *рассматриваемые частицы или тела*, которые непосредственно соответствуют категории частиц;

2) *тело отсчета*, относительно которого определяются все понятия, в том числе и компоненты полей;

3) *все прочие частицы (тела) окружающего мира (Вселенной)*, которые позволяют говорить о категории пространства-времени.

Первая из указанных составляющих может определяться отдельной элементарной частицей или достаточно сложными макрообъектами. Вторая составляющая в общепринятом подходе — как в геометрофизической, так и в физической или реляционной парадигмах — представляет собой макрообъект (макроприбор). Метафизический характер данной составляющей обуславливает важное значение систем отсчета в теории относительности и самого понятия макроприбора в квантовой теории. Третья составляющая в триалистической парадигме лишь неявно подразумевается, но она играет важную роль в геометрофизике и, — подчеркнем это, — в реляционном миропонимании.

2.2. Фрактальность по качеству

Этому виду фрактальности соответствует табл. 2.

Поясним суть фрактальности по качеству последовательно для каждой из категорий.

2.2.1. *Категория пространства-времени*

В триалистической парадигме, как правило, постулируется плоское 4-мерное пространство-время Минковского, на фоне которого задаются как гравитационное, так и все иные поля, которые будем называть физическими. (В табл. 2 это отражено сдвоенной первой ячейкой.)

В триалистической (и не только) парадигме исходят из априорно заданного координатного пространства-времени, которое является своего рода статическим фоном, поскольку оно задается сразу для всех моментов времени. Понятие эволюции в геометрию вводится через 3-мерные пространственно-подобные сечения, которые нумеруются времениподобным параметром x^o.

Категория частиц (материи) описывается в геометрии посредством времени-подобных мировых линий, которые, с одной стороны, принадлежат геометрии, но, с другой стороны, являются дополнительной математической конструкцией. Отдельные точки-события представляют собой сечения мировых линий некоторой пространственно-подобной гиперповерхностью. В каждой точке мировой линии определен единичный касательный вектор — монада. Если рассматривается континуум частиц, то в координатном пространстве оказывается заданной конгруэнция мировых линий, а вместе с ней и векторное поле скоростей — поле монады. Поэтому в категорию пространства-времени, кроме координатного, включено еще и пространство скоростей в качестве подкатегории данной категории.

Такое пространство принято именовать *расслоенным.* В нем *базу* образует координатное пространство, а *слой* составляют возможные значения скоростей в соответствующих точках. (В табл. 2 ему соответствует правая ячейка первой строки.)

В истории развития представлений о неевклидовых геометриях важную роль сыграло последовательное открытие трех видов пространств с симметриями: Евклидова, Лобачевского и Римана (пространства постоянной положительной кривизны). Оказалось, что эти же три вида пространств определяют виды однородных изотропных космологических

Таблица 2

Триалистическая парадигма: фрактальность по качеству

	Пространство-время	Поля	Частицы
Пространство-время	Пространство-время Минковского (база)		Пространство скоростей (слой)
Категория поля	Гравитационное поле	Физические поля	Поля сил инерции
Категория частиц	Координаты частиц	Заряды и массы частиц (тел)	Скорости (импульсы) тел

моделей в общей теории относительности. Но этим их роль не исчерпывается. Пространство скоростей, соответствующее категории частиц, в релятивистской теории описывается геометрией Лобачевского. В физике микромира неоднократно возникает аналог пространства Римана при описании внутренних пространств элементарных частиц.

2.2.2. *Категория полей*

Для категории полей фрактальность по качеству проявляется в их разделении на гравитационное, физические и поля сил инерции. (В табл. 2 им соответствуют три ячейки второй строки.)

Отметим, что каждая такая подкатегория также может быть подразделена. Так, например, физические поля делятся по качеству на электромагнитное и на поля, переносящие слабые и сильные взаимодействия. Есть различия и в других подкатегориях, которые более строго описываются в иных парадигмах.

2.2.3. *Категория частиц*

Фрактальность по качеству в категории частиц соответствует разделению частиц или тел по таким присущим им свойствам, как местоположение, масса, различные виды зарядов, через которые описываются взаимодействия с физическими полями, или скорости, определяющие, в частности, движение систем отсчета. (Названные характеристики соответствуют трем ячейкам третьей строки в табл. 2).

В микромире элементарные частицы, в соответствии со значениями своих зарядов, делятся (по качеству) на лептоны, барионы, кварки различных ароматов и цветов и т. д.

2.3. Фрактальность по количеству

О фрактальности по количеству дает представление табл. 3.

В этой таблице правая колонка соответствует единичным понятиям (одна точка, один квант поля, одна частица), вторая справа — описы-

Таблица 3

Триалистическая парадигма: фрактальность по количеству

	Пространство-время	Поля	Частицы
Пространство-время	Области пространства-времени	Конечный набор точек	Отдельная точка (линия)
Категория поля	Классическое поле	Совокупность квантов	Квант поля
Категория частиц	Вещество	Совокупность частиц (тел)	Отдельная частица или тело

вает два или несколько (конечное число) элементов, а в третью справа — включены объекты континуального характера. Поясним фрактальность по количеству отдельно для каждой из трех ключевых физических категорий.

2.3.1. *Категория пространства-времени*

Классическое пространство-время является идеализированной категорией, обозначающей непрерывную совокупность (континуум) точек. Характерными частями этой категории выступают подмножества (n-области, n-ячейки) исходной или меньших размерностей (области и их границы). Свойства отдельных областей определяются топологическими аксиомами.

Следует особо подчеркнуть, что понятие метрики (интервала) неразрывно связано — как минимум — с двумя точками. Задание числовой характеристики именно для пары точек-событий — это принципиально важное свойство как евклидовой, так и римановой геометрии. Отметим, что существуют многоточечные геометрии, в которых метрика задается для трех и более точек. Отдельная геометрическая точка соответствует единичному физическому событию (в 4-мерном мире) или одиночному идеализированному материальному объекту (в 3-мерном пространственном сечении).

2.3.2. *Категория полей*

Фрактальность по количеству применительно к категории поля означает разделение полей на нечто единичное, на какие-то конечные подмножества и на понятия континуального характера. К единичному следует отнести кванты соответствующих (различаемых по качеству) полей. Конечные подмножества испущенных или принятых квантов характеризуются вещественными (натуральными) числами. Есть все основания утверждать, что понятие метрики и метрических отношений связано со счетом осуществившихся событий, которые, в частности, обусловлены числом поглощенных или испущенных квантов, главным образом, электромагнитного поля. Классическое поле характеризуется непрерывными (идеализированными) значениями напряженности или амплитуды волны соответствующего поля.

2.3.3. *Категория частиц*

Фрактальность по количеству свойственна и категории частиц. Единичное в этой категории соответствует отдельной частице (или кванту поля частицы), конечные подмножества — молекулярным или кристаллическим структурам из атомов, а континуальное — понятию вещества, понимаемого как непрерывное распределение материи с некоторой плотностью.

В связи с этим следует напомнить размышления Б. Римана «о внутренней причине возникновения метрических отношений в пространстве», где он писал: «Этот вопрос, конечно, также относится к области учения о пространстве, и при рассмотрении его следует принять во внимание сделанное выше замечание о том, что в случае дискретного многообразия принцип метрических отношений содержится уже в самом понятии этого многообразия, тогда как в случае непрерывного многообразия его следует искать где-то в другом месте» [7, с. 32]. Имеется достаточно оснований утверждать, что геометрические метрические отношения обязаны принципам квантовой механики. С этим согласуется ряд высказываний Эйнштейна по поводу пространственно-временного континуума, например: «Необходимо отметить, конечно, что введение пространственно-временного континуума может считаться противоестественным, если иметь в виду молекулярную структуру всего происходящего в микромире» [8, с. 223].

§ 3. Принцип фрактальности в дуалистической геометрической парадигме

В дуалистической геометрической парадигме используются две категории: обобщенная категория искривленного пространства-времени и исходная категория частиц. Это означает, что в таблицах фрактальности для этой парадигмы значимыми будут лишь две строки (строка категории полей оказывается пустой). Вопреки ожидаемой аналогии, по вертикали по-прежнему приходится выделять три столбца, поэтому фрактальность всех трех видов для геометрической парадигмы может быть представлена в виде 3×3-таблиц. В них двойными линиями разграничены строки и столбцы, соответствующие разным категориям данной парадигмы.

3.1. Фрактальности по сущности и по качеству

Выпишем для дуалистической геометрической парадигмы таблицы фрактальности по сущности 4 и по качеству 5, а затем прокомментируем наиболее существенные моменты. То, что в таблицах триалистической парадигмы писалось во второй строке для исходной категории поля, теперь будет относиться к метрике (к компонентам метрического тензора), представляющей подкатегорию категории искривленного пространства-времени. (В табл. 4 это показано направленными вниз стрелками во второй ячейке первой строки.) В связи с этим внутри категории пространства выделена строка, соответствующая этой подкатегории. В символично оставленных строках, соответствующих исключенной категории поля, везде проставлены стрелки вверх, означающие передачу функций

Таблица 4

Геометрическое миропонимание: фрактальность по сущности

	Пространство-время	Поля	Частицы
Искривленное пространство-время	Области (окрестности)	Метрика (расстояния, интервал) ↓ ↓	Точка-событие, мировая линия
Подкатегория метрики	Область определения	Числовое значение	Аргумент — точка
Категория поля	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑
Категория частиц	Окружающий мир (Вселенная)	Система отсчета	Рассматриваемые частицы (тела)

категории поля к подкатегории метрики (метрического тензора), изображенной строкой выше.

3.1.1. *Категория искривленного пространства-времени*

1. Наиболее существенным отличием табл. 5 от случая триалистической парадигмы, кроме уже упомянутого выше, является то, что подкатегория пространства-времени Минковского в первой строке табл. 2 заменяется на (в общем случае) 8-мерное искривленное пространство-время [9], которое фактически расщепляется на классическое 4-мерное пространство-время и 4-мерное пространство скрытых размерностей. При этом имеет место чрезвычайно любопытная симметрия между четырьмя классическими и четырьмя дополнительными размерностями.

Таблица 5

Геометрическое миропонимание: фрактальность по качеству

	Пространство-время	Поля	Частицы
Пространство-время	4-мерное пространство-время $\{x^\mu\}$	Скрытые размерности $\{x^s\}$	Пространство скоростей $\{u_\mu\}$
Метрический тензор как поле	Гравитационное поле как компоненты $g_{\mu\nu}$	Физические поля как компоненты $G_{s\mu}$	Поле системы отсчета как τ^μ
Категория полей	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑
Категория частиц	Координаты (положения) частиц	Массы и заряды частиц	4-скорости частиц (тел)

Эта симметрия касается не только равенства чисел 4 классических и 4 скрытых размерностей, но и выделенности в каждом из этих наборов по одной размерности. В классических координатах это времени-подобная размерность x^o, а в дополнительных — это клейновская координата x^4. Данная симметрия простирается даже до понятия сигнатуры. Хотя исходная координата x^4 пространственно-подобна, но за счет конформного фактора в ряде аспектов эта координата проявляется как времени-подобная. Скрытые размерности следует трактовать как следы от степеней свободы (импульсов, координат) частиц, объединенных в единое целое.

2. С другой стороны, в геометрофизике можно говорить о 8 измерениях пространства скоростей (импульсов), которые, как и координатное пространство-время, подразделяются на две четверки: четырем классическим координатам x^μ соответствуют четыре общеизвестные компоненты скорости u_μ (или импульса p_μ), а четырем скрытым размерностям — заряды полей: массы, хроматические и другие заряды, вводимые при понижении размерности.

3. В 8-мерной геометрической теории скрытые координатные размерности существенно отличаются от классических: дополнительные размерности компактифицированы с чрезвычайно малым периодом по сравнению с масштабами, доступными физике. При построении теории использовался принцип редуцирования гиперплотности лагранжиана к 4-мерной теории, включающий в себя интегрирование по малым периодам зависимостей от скрытых координат. В итоге все скрытые координаты исчезали из результирующих выражений, а оставались лишь соответствующие им компоненты импульсов и зависимости величин только от четырех классических координат. Таким образом, в представлениях об обобщенной категории 8-мерного пространства-времени выделяются три составные части (пространства): 1) *классическое 4-мерное координатное пространство*, 2) *общепринятое 4-мерное пространство скоростей (импульсное)* и 3) *импульсное (зарядовое) пространство «скрытых» размерностей.*

3.1.2. *Метрический тензор обобщенной категории пространства-времени*

Отдельно рассмотрим компоненты метрического тензора. Представленная в табл. 5 фрактальность по качеству категории частиц диктует своеобразную фрактальность по качеству компонент многомерного метрического тензора, интерпретируемых через физические поля. При таком описании поля также следует различать три составные части:

1) *гравитационное поле* оказывается выделенным из всех других полей — согласно общей теории относительности, оно описывается компонентами 4-мерного метрического тензора $g_{\mu\nu}$;

2) *физические поля* — переносчики электрослабых и сильных взаимодействий описываются смешанными компонентами метрического тензора $G_{s\mu}$ — их следует соотнести со второй составляющей категории поля (здесь $\mu = 0, 1, 2, 3$, тогда как $s = 4, 5, 6, 7$);

3) поля сил инерции описываются компонентами *поля монады системы отсчета* τ_μ.

В рамках ОТО 4-мерный метрический тензор расщепляется на две части [9]: $g_{\mu\nu} = \tau_\mu \tau_\nu - h_{\mu\nu}$. Компоненты вектора τ_μ описывают систему отсчета, тогда как компоненты 3-мерного метрического тензора h_{ik}, как принято считать, включают в себя динамические степени свободы первой составляющей — гравитационного поля. В рамках других парадигм поля сил инерции также неизменно присутствует, однако неявным образом.

3.1.3. *Категория частиц*

Несмотря на то, что геометрическое миропонимание нацелено на включение категории полей в обобщенную категорию пространства-времени, определяющую роль в построении многомерной теории играет категория частиц — для решения уравнений движения частиц необходимо задать начальные значения их координат и скоростей. (Это отражено первым и третьим столбцами табл. 5.) Но в еще большей мере это относится к появлению скрытых размерностей (к наличию второго столбца).

3.2. Редукционизм по количеству

В любом виде фрактальности следует различать два подхода к трем слагаемым каждой из категорий (трех столбцов в таблицах): холистический и редукционистский. При холистическом подходе составляющие предстают как три стороны единой категории, тогда как при редукционистском подходе они рассматриваются как самостоятельные части, составляющие категорию. В ряде случаев наиболее естественным представляется холистический подход, в других — допускаются оба подхода, а порой доминирующим является редукционистский подход. Последнее более всего относится к случаю фрактальности по количеству, поэтому целесообразно даже заменить термин «фрактальность по количеству» на *редукционизм по количеству.*

Многомерные геометрические теории нацелены на описание закономерностей микромира (см. правую ячейку в табл. 3). Но на этом пределе фрактальности по количеству проявляется свой редукционизм, характеризующийся числом — размерностью n используемого многообразия.

Здесь также определяющую роль играет категория частиц. Наличие трех скрытых размерностей калуцевского типа обусловлено тремя цветовыми зарядами кварков. В геометрофизике переход к теории электрослабых взаимодействий осуществляется склейкой пары координат калуцевского типа, что отражает наличие у электрослабо взаимодействующих частиц лишь двух видов зарядов.

В итоге оказалось, что зарядовые свойства частиц тесно связали редукционизм по количеству с размерностью пространственно-временного многообразия. Представим данный редукционизм двумя таблицами, соответствующими классической физике (левый столбец в 3) и теории микромира (правый столбец в 3), которые также оказались разделенными числом используемых измерений обобщенного пространства-времени. Обе эти таблицы выстраиваются на основе увеличения размерности.

Редукционизм по количеству для классической физики представлен табл. 6.

Таблица 6

Геометрическое миропонимание: редукционизм по количеству (I)

	Классическая физика		
Пространство-время	Ньютоново 3+1-мерие	4-мерие ОТО	5-мерие Калуцы
Метрика как поле		Эйнштейновская гравитация	Гравитация, электромагнетизм
Категория поля	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑
Категория частиц	Классические тела	Пробные тела	Заряженные частицы

Редукционизм по количеству в микромире представлен сводной табл. 7.

Таблица 7

Геометрическое миропонимание: редукционизм по количеству (II)

	Физика микромира		
Пространство-время	6-мерие	7-мерие	8-мерие
Метрический тензор как поля	Гравитация, Z_μ-бозоны, A_μ (фотоны)	Гравитация, $W_\mu^\pm$-бозоны, A_μ- и Z_μ-бозоны	Гравитация, поля глюонов
Категория поля	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑
Категория частиц	Правые компоненты	Левые компоненты	Кварки (адроны)

§ 4. Дуалистическое физическое миропонимание

Как уже отмечалось, физическая дуалистическая парадигма опирается на две категории: обобщенную категорию поля амплитуды вероятности, вобравшую в себя категории частиц и полей переносчиков взаимодействий, и категорию пространства-времени. (В таблицах, иллюстрирующих три вида фрактальности в данной парадигме, этот факт отображается пустой строкой, соответствующей категории частиц, а направленные вверх стрелки означают, что роль этой категории берет на себя подкатегория фермионных полей из обобщенной категории поля амплитуды вероятности.)

4.1. Фрактальность по сущности в физическом миропонимании

Для физической дуалистической парадигмы фрактальность по сущности проиллюстрирована в табл. 8. Категория пространства-времени здесь оставлена той же, что и в триалистической парадигме, достаточно полно охарактеризованной в виде аксиоматики геометрии, где в качестве трех составляющих выступают 4-области, метрика и точки.

В особом пояснения нуждается категория поля амплитуды вероятности (ей соответствует вторая строка табл. 8). Свойства новой обобщенной категории, лежащей в основе квантовой теории поля, анализировались аксиоматически многими авторами, начиная с трудов П. Дирака 30-х годов по аксиоматике квантовой механики (см. [10]), до исследований ряда вариантов аксиоматик квантовой теории поля, чрезвычайно популярных в 60-х–70-х годах (см., например, [11]). Как и в случае ак-

Таблица 8

Физическое миропонимание: фрактальность по сущности

	Пространство-время	Поля	Частицы
Пространство-время	Области	Метрика (расстояние, интервал)	Точки (мировые линии)
Категория амплитуды вероятности	Свойства полноты	Скалярные произведения векторов	Векторы состояния ↓ ↓
Фрактальность векторов состояния	Состояние внешнего мира	Вектор состояния макроприбора	Состояние рассматриваемой системы
Категория частиц	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑

сиоматики геометрии (пространства-времени), аксиомы квантовой механики (гильбертова пространства) разбиваются на три группы (им соответствуют три ячейки второй строки):

1) аксиомы линейного векторного пространства;

2) аксиомы скалярного произведения;

3) аксиомы (условия) полноты или непрерывности, дополняющие унитарное (предгильбертово) пространство с двумя выше названными блоками аксиом до гильбертова пространства.

1) *Аксиомы линейного векторного пространства* формируют свойства примитива данной аксиоматики — **вектора состояния**, соответствующие известному *принципу суперпозиции* в квантовой механике. В векторном пространстве определена *операция сложения векторов*, обладающая свойством коммутативности и ассоциативности. Кроме того, постулируется существование нулевого состояния (нулевого вектора). Другими словами, векторы состояний образуют абелеву группу. Кроме того, в векторном пространстве определена операция умножения на комплексные числа, обладающая свойством дистрибутивности.

2) *Аксиомы скалярного произведения.* В линейном векторном пространстве нет понятия длины. Два вектора, отличающиеся комплексным множителем, выступают как один и тот же вектор. Для определения амплитуды вероятности процессов необходимо ввести в векторное пространство операцию *скалярного произведения векторов*, означающую, что каждой паре векторов ставится в соответствие комплексное число — своеобразная метрика, которая удовлетворяет ряду широко известных свойств.

При определении скалярного произведения векторов вводится наряду с пространством векторов также *пространство со-векторов.* Для свободных частиц векторы этих двух пространств комплексно сопряжены друг другу. Скалярное произведение определяется для пары: вектора и со-вектора.

В понятиях, связанных с этим блоком аксиом, можно разглядеть глубокое метафизическое содержание, чрезвычайно важное для последующего перехода от физической дуалистической к монистической парадигме. Определение векторов и со-векторов можно трактовать как отражение двух платоновских сторон единого в любом процессе перехода системы из одного в другое возможное состояние, тогда как задание скалярного произведения (метрики) в виде амплитуды вероятности перехода означает проявление третьего, аристотелевского начала, характеризующего переход к действительности.

3) *Условия непрерывности и полноты* здесь лишь только обозначим, полагаясь на знание читателем определений непрерывности в математике. Строго говоря, в гильбертовом пространстве скалярные произве-

дения имеют конечные значения, однако в квантовой механике (теории) фактически используются более общие пространства, допускающие бесконечные значения длин.

Усматривая параллели между примитивами и аксиомами геометрии и гильбертова пространства, отметим, что аксиомы скалярного произведения векторов соответствуют в геометрии метрическим аксиомам, а понятие непрерывности (полноты) в пространстве Гильберта — топологическим аксиомам в геометрии.

Названные выше понятия векторов состояний и аксиом гильбертова пространства относятся к описанию **микромира** в физическом миропонимании (см. правый столбец в табл. 3), тогда как классическая физика представлена, строго говоря, левым столбцом таблицы и рядом понятий из среднего столбца. Напомним, что квантовая теория описывает свойства и закономерности элементарного звена процесса, т. е. единичного явления-события — перехода системы из одного состояния в другое, — тогда как классическая физика (теория относительности) описывает соотношения между осуществившимися событиями в огромном их множестве. Классические понятия возникают из сравнения одного большого числа событий с каким-то числом других эталонных событий. Строящаяся на этой основе категория пространства-времени присуща именно **макромиру**. Единое описание классических и микропонятий осуществляется посредством ряда дополнительных понятий и аксиом. В частности, к ним относятся понятия **представлений и динамических переменных**.

Здесь ключевую роль играет понятие **макроприбора**, позволяющее ввести такие состояния, которые принято называть координатным или импульсным представлением волновой функции системы (частицы). Кроме того, для построения квантовой теории, интерпретируемой в понятиях макронаблюдателя, оказываются необходимыми понятия линейных операторов, соответствующих динамическим переменным квантовой системы.

Во всех редукционистских парадигмах проявляются родственные метафизические понятия, называемые по-разному: система отсчета, тело отсчета или макроприбор в квантовой теории. Различие в названиях связано с разными аспектами единого понятия, проявляющимися под разными углами зрения. Это обстоятельство соответствует позиции таких классиков квантовой теории поля, как В. Паули, В. А. Фок и другие. В частности, В. А. Фок писал: «Понятие относительности к средствам наблюдения (в квантовой механике — Ю. В.) есть в известном смысле обобщение понятия относительности к системе отсчета. Оба понятия играют в соответствующих теориях аналогичную роль. Но в то время как теория относительности, которая опирается на понятие относительности к системе отсчета, учитывает лишь движение средств наблюдения как целого, в квантовой механике необходимо учитывать и более глубокие свойства наблюдения» [12, с. 73].

4.2. Фрактальность по качеству в физическом миропонимании

Во многих книгах по квантовой теории поля излагаются свойства бозонных и фермионных полей единообразно, т. е. относясь к ним как к разновидностям внутри одной категории, различающимся представлениями группы Лоренца: спинорное, векторное, тензорное второго ранга и т. д. поля. Однако такая позиция оказывается ущербной по нескольким причинам. Во-первых, в сути спинорного поля заключено больше, чем просто спинорное представление группы Лоренца. Во-вторых, в микромире векторными волновыми функциями описываются различные физические поля. Так, в теории сильных взаимодействий векторный характер имеет совокупность из 8 глюонов, а в теории электрослабых взаимодействий имеется 4 промежуточных бозона, что привело к разработке более тонких методов введения физических полей, позволяющих вскрыть их качественное различие. В настоящее время следует различать два направления развития теории: калибровочный подход и различные варианты суперсимметричной теории.

4.2.1. *Калибровочный подход*

Калибровочный подхода к описанию физических взаимодействий нарушает равноправие бозонных и фермионных полей: бозонные поля вводятся, исходя из соображений сохранения инвариантности теории (точнее, операторов дифференцирования) при локализации параметров групп внутренних симметрий. Напомним, последнее означает зави-

Таблица 9

Физическое миропонимание: фрактальность по качеству (I)

	Пространство-время	Поля	Частицы
Пространство-время	Пространство-время Минковского (база)	Пространство внутренних симметрий	Пространство скоростей (слой)
Категория поля	Калибровочная теория гравитации	Калибровочные (бозонные) поля A_μ	Фермионные ↓ поля ↓
Подкатегория поля фермионов	Координатное представление	Заряды фермионов	Спинорные свойства
Категория частиц	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑

симость параметров группы от пространственно-временных координат, что приводит к дополнительным слагаемым в производных волновых функций. Чтобы это избежать используются так называемые «удлиненные производные», содержащие векторные поля, которые тоже изменяются при преобразованиях во внутреннем пространстве, причем таким образом, чтобы точно скомпенсировать дополнительные слагаемые. Следовательно, калибровочным способом вводятся лишь бозонные поля, тогда как фермионные поля не имеют калибровочного характера.

Фрактальность по качеству в калибровочном подходе отображается табл. 9. В этом подходе категория пространства-времени фактически также оказывается обобщенной: она дополняется так называемым *внутренним пространством* элементарных частиц, в котором определены $SU(3)$-, $SU(2)$- или $U(1)$-симметрии.

4.2.2. *Суперсимметричные теории*

Отмеченная выше асимметрия бозонных и фермионных полей в рамках дуалистической физической парадигмы устраняется в суперсимметричных теориях, опирающихся на принцип суперсимметрии этих полей. Можно сказать, что в этом подходе достигается апогей дуалистической физической идеологии (парадигмы). Фрактальность по качеству этой ветви физического миропонимания проиллюстрирован табл. 10.

Таблица 10

Физическое миропонимание: фрактальность по качеству (II)

	Пространство-время	Поля	Частицы
Категория суперпространства	4-мерное пространство-время	Грассмановы переменные	
Категория супермультиплета	Гравитационное поле ←	Бозонные составляющие	Фермионные составляющие
Категория частиц	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑

Данная разновидность дуалистической физической парадигмы опирается на обобщение категории классического 4-мерного пространства-времени до суперпространства добавлением к 4 классическим координатам грассмановых переменных. Таким образом, здесь также используется своеобразное многомерие, однако, если в теориях Калуцы-Клейна дополнительные размерности вводились для геометризации бозонных полей, то в суперсимметричных теориях оно предназначено для единообразного описания бозонных и фермионных полей.

В категории суперпространства также проявляется принцип фрактальности: классические координаты непосредственно соответствуют прежней категории пространства-времени, а элементы грассмановой алгебры — второй обобщенной категории поля амплитуды вероятности. В свою очередь, в категории супермультиплета также проявляется фрактальность в виде двоичности, — бозонные составляющие соответствуют категориям пространства-времени и полей, а фермионные составляющие — категории частиц. Гравитационное поле является одной из бозонных составляющих супермультиплета.

4.3. Редукционизм по количеству в физическом миропонимании

4.3.1. *Калибровочный подход*

Во всех дуалистических парадигмах при описании закономерностей микромира проявляется редукционизм по количеству, состоящий в том, что возникает ряд вариантов теории, определяемых значением некоторого числа. В рамках геометрической парадигмы таковым было число дополнительных (скрытых) размерностей. В калибровочных теориях физической парадигмы варианты различаются группами используемых симметрий, которые характеризуются числом параметров. Редукционизм по количеству калибровочного подхода проиллюстрирован табл. 11:

Таблица 11

Физическое миропонимание: редукционизм по количеству (I)

	Физика микромира		
Пространство-время	Группа $U(1)$	Группа $U(1) \times SU(2)$	Группа $SU(3)$
Бозонные поля	Электромагнитное поле A_μ	Промежуточные бозоны: A_μ, Z_μ, $W_\mu^\pm$	Глюонные поля
Подкатегория фермионных полей	Электрически заряженные фермионы	Электрослабо взаимодействующие фермионы	Сильно взаимодействующие фермионы (кварки)
Категория частиц	↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑

Существенное отличие калибровочного подхода от геометрического состоит в использовании «принципа кубиков», т. е. в нем вводятся отдельно внутренние пространства, отвечающие за симметрии сильных и электрослабых взаимодействий. В геометрическом же подходе использован так называемый «принцип матрешки», т. е. взаимодействия как бы вкладываются друг в друга.

4.3.2. *Суперсимметричные теории*

В суперпространстве четыре классические координаты дополняются N наборами из четверок новых переменных θ_a, принадлежащих *алгебре Грассмана*, где индекс a пробегает значения: 1, 2, 3, 4. Рассматриваются варианты теорий с N от единицы (простое суперпространство) до восьми. Напомним, что число 8 определяется условием, чтобы среди бозонных составляющих мультиплета было лишь одно тензорное поле второго ранга, которое интерпретируется как гравитационное поле. Редукционизм по количеству суперсимметричных теорий представлен в табл. 12. В правых колонках таблицы указано, сколько полей соответствующего спина возникает в каждом из вариантов суперсимметричных теорий.

Таблица 12

Физическое миропонимание: редукционизм по количеству (II)

		Физика микромира				
Суперпространство		$N=1$	...	N	...	$N=8$
Бозонные поля	спин 0	0	...		...	70
	спин 1	0	...	$(1/2)N(N-1)$	...	28
	спин 2	1	1	1	1	1
Фермионные поля	спин 1/2	0	...	$N(N-1)(N-2)/6$	...	56
	спин 3/2	1	...	N	...	8
Категория частиц		↑	↑	↑	↑	↑

§ 5. Реляционное миропонимание

Реляционным называется миропонимание в рамках концепции дальнодействия, наиболее развитое в виде теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера-Фейнмана [13], которая опирается на две категории: 4-мерного плоского пространства-времени и категорию классической материи (частиц). В этой теории среди первичных категорий отсутствовали поля переносчиков взаимодействий. Последние можно ввести, но лишь как вспомогательные понятия, составленные из характеристик категории частиц. Существенным элементом этой теории является специальный постулат (принцип Фоккера), определяющий вид действия для пар взаимодействующих частиц. Если сосредоточить внимание лишь на величинах, входящих в формулировку принципа Фоккера, то как будто бы справедливо утверждение о возможности построения теории не на трех, а на двух исходных категориях: пространства-времени и частиц. Но сам постулат заставляет отнестись к данному утверждению более взвешенно. Заложенные в основания теории понятия можно интерпретировать с позиции нескольких парадигм. Подчеркнем лишь, что в теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера-Фейнмана не ставилась задача перехода к новой обобщенной категории, заменяющей две выделенные исходные.

В рамках реляционного подхода (в концепции дальнодействия) можно сформулировать дуалистическую парадигму, аналогичную ранее рассмотренным дуалистическим геометрической и физической парадигмам. Кратко охарактеризуем суть такой теории.

Из опыта построения двух предыдущих дуалистических парадигм (геометрической и физической) следует, что для введения новой обобщенной категории необходимо найти адекватный математический аппарат. Для геометрической парадигмы таковым явился аппарат дифференциальной (римановой) геометрии, а для физической парадигмы — методы теории дифференциальных уравнений и гильбертовых пространств. Для построения теории прямого межчастичного взаимодействия был использован принцип Фоккера, где важную роль играют пропагаторы или функции Грина. Однако для перехода к новой обобщенной категории этого недостаточно.

5.1. Обобщенная категория парных отношений

Долгое время не был известен математический аппарат, подходящий для формирования новой обобщенной категории, а когда он появился, его не заметили. Возможно, это объяснялось приверженностью к решению проблем на традиционных направлениях исследований (в русле физической и геометрической парадигм), а реляционная парадигма оставалась на обочине, или неприятием его субъективной авторской окраски в духе Платона. Имеется в виду так называемая *теория физических структур* Ю. И. Кулакова [14], точнее, ее частный случай — теория унарных физических структур (в нашей терминологии — *теория унарных систем вещественных отношений (УСВО)*). Суть этой теории изложена в ряде работ [1, 14, 15], поэтому здесь ограничимся лишь кратким пояснением ее основных идей.

Ключевым понятием этой теории является **отношение — вещественное число, приписываемое парам элементов**, в качестве которых могут выступать точки-события, частицы или что-либо другое. В общепринятой геометрии парное отношение соответствует расстояниям между парами точек в 3-мерной геометрии[1)] или интервалам между событиями в теории относительности. Оказывается, можно построить со-

[1)] Еще Э. Мах в своей книге «Познание и заблуждение» [16] обращал внимание на попытки Де Тили построить геометрию лишь на основе понятия расстояний между парами точек. Затем эта идея развивалась в работах ряда других геометров.

держательную теорию для дискретного набора точек-событий, не вводя континуума лишних точек, как это делается в геометрофизике или в теориях физической парадигмы. (Придание континууму точек онтологического статуса в конечном итоге приводит к ряду парадигмальных проблем.)

В основу теории отношений положен **постулат о существовании закона — равной нулю некой функции, аргументами которой являются все возможные парные отношения (интервалы) между произвольными r элементами (точками-событиями)**. Число r называется *рангом* системы отношений. При использовании вещественных отношений, как это принято в геометрии и теории относительности, следует говорить о законах унарных систем вещественных отношений (УСВО) ранга r. Особое внимание следует обратить на то, что закон выполняется для *произвольных элементов*, т. е. имеет место *фундаментальная симметрия*, заменяющая симметрии, описываемые группами Ли в теории поля.

Привлекая ряд дополнительных соображений, Г. Г. Михайличенко [15] свел задачу нахождения законов возможных УСВО к решению систем функционально-дифференциальных уравнений. Для низших рангов $r = 3, 4, 5$ удалось решить систему уравнений и найти вид законов и соответствующих им парных отношений. Эти решения легко обобщить на случаи больших рангов (без доказательства теорем единственности).

Найденные законы соответствуют известным (и малоизвестным) видам геометрий, причем их размерность n связана с рангом системы отношений равенством $n = r - 2$. Оказалось, что функционально-дифференциальные уравнения допускают несколько видов решений. Из них выделяются два основных вида законов: невырожденный (будем обозначать такой случай номером ранга в скобках (r)) и вырожденный (обозначаемый через $(r; a)$. Законы вырожденных систем отношений соответствуют, в частности, евклидовым и псевдоевклидовым геометриям. Так, геометрия пространства-времени Минковского описывается вырожденной системой отношений ранга $(6; a)$. Невырожденные УСВО соответствуют, в частности, геометрии Лобачевского. Так, пространство скоростей (импульсное пространство) описывается невырожденной УСВО ранга (5).

Можно записать законы УСВО более высокого ранга, соответствующие многомерным геометриям различной сигнатуры. Таким образом, посредством УСВО описывается обобщенная категория парных отношений, включающая в себя категорию пространства-времени и категорию частиц в том смысле, что отношение применимо *лишь* для тех точек, где произошло событие с материальными объектами (частицами).

5.2. Категория действия взаимодействия

Посредством теории УСВО можно описать парные отношения, соответствующие координатному и импульсному пространствам с симметриями, т. е. плоским или искривленным пространствам постоянной положительной (пространство Римана) или отрицательной (пространство Лобачевского) кривизны. В теории такого рода отсутствуют взаимодействия между частицами. Чтобы их описать, необходимо ввести вторую категорию, описывающую взаимодействия. В работах Ю. И. Кулакова был приведен способ описания 2-го закона Ньютона на базе так называемых бинарных физических структур (бинарных систем вещественных отношений (БСВО) ранга (2,2)), однако это не решает задачи построения современной релятивистской теории взаимодействующих частиц.

Данную задачу можно решить, используя принцип Фоккера, поскольку действия взаимодействия между двумя заряженными или массивными частицами представляют собой не что иное, как парные отношения между взаимодействующими частицами. Для описания релятивистской электродинамики необходимо использовать БСВО ранга (5,5).

5.3. Фрактальность в реляционной дуалистической парадигме

1. Для данной дуалистической реляционной парадигмы фрактальность *по сущности* представлена табл. 13. Первое существенное отли-

Таблица 13

Дуалистическая реляционная парадигма: фрактальность по сущности

	Пространство-время	Взаимодействие	Пары элементов
Пространство-время	$\downarrow\downarrow$	$\downarrow\downarrow$	$\downarrow\downarrow$
Действие взаимодействия	Все парные комбинации	Числовое значение действия	Аргумент — пара элементов
Категория парных отношений	Все парные $\downarrow$ комбинации $\downarrow$ элементов	Отношение как вещественное число	Аргумент — пара элементов
Подкатегория пар элементов	Элементы окружающего мира	Элементы, составляющие базис	Элементы рассматриваемой системы

чие этой таблицы от аналогичных таблиц для геометрической 4 или для физической 8 парадигм состоит в том, что в ней пустой оказывается первая строка, соответствующая исходной категории пространства-времени, которая оказалась включенной в обобщенную категорию парных отношений, занимающей третью строку таблицы. В этой строке выделена подстрока, соответствующая столбцу категории пространства-времени (первой ячейке). Как видно из сравнения трех таблиц, в каждой из них выделялась своя индивидуальная подкатегория, соответствующая столбцу исключенной категории.

2. Фрактальность *по качеству* в данной парадигме отображается табл. 14. В этой таблице опять отсутствует первая строка, соответствующая категории пространства-времени.

Таблица 14

Дуалистическая реляционная парадигма: фрактальность по качеству

	Пространство-время	Взаимодействие	Пары элементов
Пространство-время	$\downarrow\downarrow$	$\downarrow\downarrow$	$\downarrow\downarrow$
Действие взаимодействия	Действие тензорного (гравитационного) взаимодействия	Действие векторного (электромагнитного) взаимодействия	
Категория парных отношений	Вырожденная УСВО ранга $(6; a)$		Невырожденная УСВО ранга (5)
Подкатегория пар элементов	Отношения, соответствующие координатам	Заряды и массы частиц	Отношения, соответствующие скоростям

3. Отметим, что в данной парадигме *редукционизм по количеству* определяется рангом r используемой системы отношений, который заменяет размерность многообразия n в геометрическом миропонимании или вид группы внутренних симметрий (или число N в суперсимметричных теориях) в физическом миропонимании.

В теории прямого межчастичного взаимодействия разные виды взаимодействий вводились на основе различия тензорного ранга характеристик частиц: скалярное, векторное (электромагнитное) или тензорное (гравитационное) взаимодействия. (Этот принцип описания взаимодействий нашел отражение в табл. 14). Исследователи, работавшие в русле этой парадигмы, причем в рамках 4-мерия, не видели путей введения электрослабых и сильных взаимодействий. Новые возможности открываются на пути увеличения размерности используемого пространства-времени, навеянного геометрофизикой. В данной парадигме это соответствует увеличению ранга системы отношений, что более подробно обсуждено в [1].

§ 6. Выводы из сравнения метафизических парадигм

Сопоставляя описания взаимодействий в разных метафизических парадигмах, сформулируем ряд принципиально важных следствий, некоторые из которых можно возвести в ранг принципов.

1. Прежде всего, следует дополнить дефиницию **принципа фрактальности**, включив в него положение о проявлении троичности (триединства) в представлениях не только о простых (исходных), но и в обобщенных категориях, поскольку в каждой из них можно выделить три составляющие (стороны), соответствующие основополагающим категориям триалистической парадигмы.

2. Принцип консонанса дуалистических парадигм. При сравнении метафизических парадигм на основе принципа фрактальности проявляется их удивительное созвучие. В каждой из трех представленных дуалистических парадигм оказывается исключенной по одной из категорий. (В иллюстрирующих таблицах *дуалистической геометрической парадигмы* 4 и 5 пустыми оказываются вторые строки, соответствующие потерявшей самостоятельный статус категории (бозонных) полей переносчиков взаимодействий. В таблицах *дуалистической физической парадигмы* 8 и 9 пустыми остаются третьи строки, так как соответствующая им категория частиц включена в новую обобщенную категорию поля амплитуды вероятности. В таблицах *дуалистической реляционной парадигмы* 13 и 14 не заполнены первые строки, которые соответствуют категории пространства-времени, включенной в новую обобщенную категорию парных отношений.)

Обратим также внимание на тот факт, что во всех трех группах таблиц фрактальности по сущности и качеству были особо выделены в виде строк по одной составляющей, соответствующие исключенным категориям (строкам) в этих парадигмах. Так, в дуалистической *геометрической парадигме* оказалась выделенной метрика (метрический тензор), фактически выполняющая в ней роль полей переносчиков взаимодействий. В дуалистической *физической парадигме* была выделена подкатегория фермионных полей, соответствующая исключенной категории частиц. В дуалистической *реляционной парадигме* оказалась выделенной область определения парных отношений, которая в данной парадигме соотносится с ролью категории пространства-времени. В итоге оказались последовательно выделенными составляющие, соответствующие всем трем исходным категориям (столбцам).

Примечателен также тот факт, что можно установить соответствие между числовыми характеристиками, определяющими редукционизм по количеству во всех трех дуалистических парадигмах. В *геометрической парадигме* числовой характеристикой является размерность n используемого многомерного многообразия. В *физической парадигме* таковой является либо размерность s группы внутренних симметрий $SU(s)$, либо N, определяющее число комплектов грассмановых переменных. В *реляционной парадигме* эту роль выполняет ранг r используемых систем отношений.

3. Принцип дополнительности метафизических парадигм является обобщением известного принципа дополнительности Н. Бора[1]: **метафизические парадигмы не противоречат, а дополняют друг друга, представляют собой видение одной и той же физической реальности под разными углами зрения.** Как в 3-мерном пространстве полное представление об объемном объекте можно составить, изобразив его проекции на три взаимно перпендикулярные плоскости, так и согласно метафизике физическая реальность достаточно полно представляется лишь совокупностью теорий из разных метафизических парадигм.

Анализ описания физического мира в рассмотренных парадигмах показывает, насколько различны мировосприятия в рамках каждой из них. То, что хорошо просматривается и необходимо в русле одной из них, может оказаться не замеченным в теориях иной парадигмы. Например, принцип Маха не нашел подобающего воплощения в рамках геометрической или физической парадигм, но играет важную роль в теориях реляционной парадигмы. Существование спинорных частиц никак не следует из известных теорий геометрической или (унарной) реляционной парадигм, но оказывается естественным в рамках физической парадигмы.

Все три миропонимания сыграли свою важную и неповторимую роль в создании современной физической картины мира.

4. Принцип целостности состоит в том, что *ни одно утверждение (или формула) в теории редукционистской парадигмы не может претендовать на физическую значимость, если в нем не представлены все категории используемой парадигмы.* В противном случае придание абсолютного онтологического статуса его категориям разрушит всю систему представлений об иерархии метафизических парадигм.

Так, в ньютоновой *триалистической парадигме* физически значимым (фундаментальным) является второй закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{\mathcal{F}}$, в котором m соответствует категории частиц, $\vec{a}$ — категории пространства и времени, а $\vec{\mathcal{F}}$ — категории полей.

В *геометрической дуалистической парадигме* физически значимыми (фундаментальными) являются уравнения Эйнштейна, в которых левая часть описывает категорию искривленного пространства-времени, а

[1] На стене кафедры теоретической физики МГУ Н. Бор написал: «Contraria non contradictoria rad complimenta sunt». («Противоположности не противоречат, а дополняют друг друга»). Этот принцип дополнительности, сформулированный для интерпретации квантовой механики, Н. Бор возвел в ранг общефилософского принципа.

правая часть — категорию частиц и других бозонных полей. Фундаментальными являются плотности и гиперплотности лагранжиана, содержащие как геометрическую, так и фермионную части.

В *физической дуалистической парадигме* физически значимыми являются ковариантные волновые уравнения (Клейна-Фока, Дирака) для взаимодействующих полей, поскольку в них содержатся производные от амплитуды вероятности (обобщенной категории полей и частиц) по координатам, представляющим категорию пространства-времени.

В *реляционном подходе* физически значимым следует назвать принцип Фоккера, поскольку он характеризует взаимодействие через характеристики частиц на фоне пространственно-временного многообразия.

5. Из анализа физических теорий и программ XX века выявляется **тенденция дальнейшего сокращения числа категорий, т. е. стремление перейти от дуалистических парадигм к монистической**. Широко известны попытки построения монистической парадигмы в геометрическом миропонимании. В рамках физического миропонимания такая же тенденция проявляется в виде теории суперструн. Особого внимания, на наш взгляд, заслуживает идея перехода к монистической парадигме со стороны реляционного миропонимания. Анализ табл. 13 и 14 подсказывает, что две используемые категории парных отношений и действия взаимодействия имеют много общего, в частности, они имеют одни и те же области определения и аргументы. Оба эти понятия имеют характер метрических отношений. Все это наводит на мысль о возможности перехода к единой обобщенной метрике (парному отношению), которая будет включать в себя свойства и функции двух названных категорий. Этот переход можно осуществить на основе теории так называемых *бинарных систем комплексных отношений*, изложенной в наших работах [1].

6. При обсуждении принципа фрактальности были выявлены **два подхода к обобщенным категориям дуалистических парадигм: редукционистский и холистический**. В ряде случаев возникает альтернатива выбора того или иного подхода. Иерархичность системы метафизических парадигм и *общая тенденция стремления к монистической парадигме свидетельствует в пользу выбора холистического подхода.*

В связи с этим отметим, что в рамках дуалистической геометрической парадигмы (геометрофизики) все бозонные поля описываются элементами единой 8×8-матрицы из компонент 8-мерного метрического тензора G_{MN}, которая, как правило, трактуется на основе *редукционистского подхода*: она рассекается на несколько частей, которым придается онтологический статус. Так или иначе выделенная 4×4-подматрица из 4-мерных компонент $g_{\mu\nu}$ рассматривается как гравитационное поле, а 4-мерные части дополнительных столбцов общей матрицы трактуются как векторные потенциалы физических полей. При этом еще остается 4×4-подматрица из компонент скрытых размерностей. В рамках 5-мерной теории Калуцы ее единственная компонента G_{55} многими понимается как самостоятельное скалярное поле геометрического происхождения (скаляризм) и обсуждаются возможности ее обнаружения.

С позиций *холистического подхода* 8×8-матрица из компонент 8-мерного метрического тензора G_{MN} представляет собой единое нераздельное целое, проявляющееся разными сторонами (через конкретные поля) в различных физических обстоятельствах. С позиций холизма: ***гравитационное взаимодействие (поле) не является независимым, а представляет собой специфическое проявление всего комплекса физических взаимодействий.***

В пользу холистического подхода свидетельствует тот факт, что в многомерной геометрической теории компоненты 4-мерного метрического тензора $g_{\mu\nu}$ строятся из многомерной метрики и содержат в себе квадратично компоненты смешанного метрического тензора $G_{\mu s}$, описывающие физические поля.

Отметим, что к близким соображениям о вторичном, производном характере гравитационного взаимодействия пришел ряд авторов в рамках физического миропонимания. В частности, к аналогичным выводам об обусловленности искривленности пространства-времени свойствами квантованных полей пришел в своих работах А. Д. Сахаров [17]. В связи с этим им даже были введены образные термины: «теория нулевого лагранжиана» и «метрическая упругость вакуума». Можно назвать также других авторов, писавших об «индуцированной гравитации»: О. Клейна, Х. Теразава, С. Адлера и Д. Амати, Г. Венециано.

7. В этой статье внимание было сосредоточено на триалистической и трех дуалистических парадигмах, в которых осуществляется переход к одной обобщенной категории при одной простой категории. К программам, соответствующим оставшимся трем дуалистическим парадигмам, где исключается из рассмотрения одна из категорий, относится теория прямого межчастичного взаимодействия, развивавшаяся в русле реляционного подхода.

В рамках геометрической парадигмы к программам такого типа относятся попытки исключить из теории понятие частиц и построить картину мира исключительно на категориях пространства-времени и бозонных полей. Теории такого рода опираются на системы уравнений для бозонных полей (Максвелла, Клейна-Фока и других) на фоне плоского или даже искривленного пространства-времени. К таким теориям принадлежат исследования солитонных способов описания частиц. Поскольку в этой парадигме ключевой характер имеют категории пространства-времени и полей, то естественно причислить эти исследования к геометрическому миропониманию, тем более, что в работах Уилера и других авторов они рассматриваются как промежуточный шаг на пути от дуалистической геометрической парадигмы к искомой монистической парадигме.

Наиболее уязвимым оказывается второй вариант дуалистического физического миропонимания, поскольку понятие поля оказывается неопределенным в отсутствие категории пространства-времени.

8. Троичность проявляется не только в количестве исходных категорий или дуалистических парадигм, рассмотренных в данной главе, но и в трех видах редукционизма: по сущности, по качеству и по количеству, что позволяет говорить о связи этих видов редукционизма с числом исходных категорий. Так, идея построения теорий геометрического миропонимания (геометрофизики) возникла в рамках редукционистского подхода по качеству при попытке геометризации вслед за гравитационным всех других физических полей. Можно полагать, что физическое миропонимание тесно связано с редукционизмом по сущности, где представляется органичной идея объединения категорий полей и частиц. Реляционное миропонимание опирается на счет и сопоставление количеств событий, т. е. можно сказать, что реляционное миропонимание наиболее тесно связано с редукционизмом по количеству.

Литература

1. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2002.
2. *Гильберт Д.* Основания геометрии. М.-Л.: ОГИЗ Гос. Изд-во тех.-теор. лит-ры, 1948.
3. *Александров А. Д.* Основания геометрии. М.: Наука, 1987.
4. *Моулд Р. А.* (Mould R. A.) An axiomatization of General Relativity // Proc. Amer. Phylos. Soc., 1959. Vol. 103. N. 3, p. 485–529.
5. *Владимиров Ю. С.* Аксиоматизация свойств пространства-времени общей теории относительности // Сб. «Современные проблемы гравитации». Тбилиси. Изд-во Тбил. гос. ун-та, 1967, с. 407–412.
6. *Пименов Р. И.* Пространства кинематического типа (Математическая теория пространства-времени). Л.: Наука, 1968.
7. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии // Сб. «Альберт Эйнштейн и теория гравитации». М.: Мир, 1979, с. 18–33.
8. *Эйнштейн А.* Физика и реальность // Собрание научных трудов. Т. 4. М.: Наука, 1967, с. 200–227. Наука, 196
9. *Владимиров Ю. С.* Геометрофизика. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2005.
10. *Дирак П.* Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз, 1960.
11. *Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Тодоров И. Т.* Основы аксиоматического подхода к квантовой теории поля. М.: Наука, 1969.
12. *Фок В. А.* Квантовая физика и философские проблемы // Сб. «Физическая наука и философия». М.: Наука, 1973, с. 55–77.

13. *Уилер Дж., Фейнман Р.* (Wheeler J. A., Feynman R. P.) Interaction with the absorber as the mechanism of radiation // Rev. Mod. Phys., 1945, vol. 17, p. 157–181.

14. *Кулаков Ю. И.* Элементы теории физических структур (Дополнение Г. Г. Михайличенко). Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. ун-та, 1968.

15. *Михайличенко Г. Г.* Математический аппарат теории физических структур. Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алт. гос. ун-та, 1997.

16. *Мах Э.* Познание и заблуждение. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.

17. *Сахаров А. Д.* Теория индуцированной гравитации // Научные труды. М.: АОЗТ. Изд-во «ЦентрКом», 1963.

Об основаниях математики и физики

С. А. Векшенов

Механико-математический факультет МГУ,
Российская Академия Образования

Ю. С. Владимиров

физический факультет МГУ

§ 1. Введение

Обсуждение оснований науки относится к области метафизики, которую можно представить в виде иерархии ряда парадигм [1]. На ее двух полюсах находятся редукционистская триалистическая парадигма и холистическая монистическая парадигма. Обе парадигмы опираются на метафизический принцип тринитарности, однако в редукционистском подходе, согласно этому принципу, выделяются три самостоятельные части (начала или категории), составляющие целое, тогда как в холистическом подходе речь должна идти о трех сторонах единого неделимого целого. В европейской традиции преобладает редукционистский подход, когда в предсталениях о мироздании выделяются материалистическое, идеальное (рациональное) и духовное начала.. Последнее принято относить к сфере философско-религиозных учений.

В науке материалистическое начало представляется, главным образом, физикой, а идеальное (рациональное) — математикой. В триалистической парадигме эти три сферы разнесены, — им придается онтологический статус. Ряд математиков считает, что математика имеет дело исключительно со своим собственным кругом понятий и принципов, однако представлена и иная точка зрения, более близкая к холистическому подходу, согласно которому «математика является разделом физики» [2]. Авторы статьи разделяют последнюю точку зрения о единстве физики и математики (т. е. холистическое понимание мироздания) и в настоящей статье показывают с двух сторон единую сущность фундаментальных проблем современной математики и теоретической физики и предлагают совместный способ их преодоления.

Следует отметить, что идея о неразрывной связи математики (геометрии) и физики высказывалась еще Б. Риманом, который в своем мемуаре «Об основаниях геометрии», обсуждая вопрос о применимости понятий пространственно-временного континуума для описания закономерностей микромира, писал: «Эмпирические понятия, на которых основывается установление пространственных метрических отношений, — понятия твердого тела и светового луча, — по-видимому, теряют всякую определенность в бесконечно малом. Поэтому вполне мыслимо, что метрические отношения пространства в бесконечно малом не отвечают геометрическим допущениям (...). Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке — физике, и переступать его не дает нам повода сегодняшний день» [3]. В настоящее время в науке (и в физике, и в математике) накопилось достаточно много «поводов» для того, чтобы переступить порог, разделяющий единое знание на отдельные области, и совместными усилиями выйти на новые рубежи познания мира.

Уместно также напомнить о метафизическом принципе фрактальности, согласно которому в представлениях о каждой из выделенных частей целого неизбежно проявляются другие части (категории). Это в полной мере относится и к математике, и к физике, как к выделенным редукционистским подходом частям единого целого. Принцип фрактальности лишний раз подтверждает неразрывное единство природы.

§ 2. Математика и основания теории множеств

Общепризнанной «материей» современной математики является, как известно, понятие множества — «многого мыслимого как единое». Теория этой материи — теория множеств Г. Кантора обладает уникальными качествами: исключительной ясностью исходных посылок и совершенно обескураживающими результатами их разработки.

В первом качестве эта теория инициировала «программу Бурбаки», следствием которой было беспрецедентное расширение наших знаний о структурах — теоретико-множественных моделях математических объектов. При этом, сущность самих объектов постепенно стала ускользать из поля зрения математики. Это положение дел подытожил Г. Вейль в своем знаменитом определении: «*Mathematics is a subject in which we don't know what we are tacking about*».

Что касается второго качества теории множеств, то долгое время оно оставалось прерогативой специальной области «оснований математики», которая выработала ряд рецептов преодоления парадоксов и несообразностей этой теории. При этом удовлетворительного решения не получила практически ни одна из возникших проблем. Поэтому математика предпочла следовать заповеди Л. Витгенштейна: «*Wovon man nicht sprechen kann, darüber muß man schweigen*» («О чем нельзя хорошо говорить, о том следует молчать») и не обсуждать в широком кругу драматических вопросов связанных с математическим статусом теории множеств.

2.1. Проблемы теории множеств

Однако за последнее время ситуация кардинально изменилась. Проблемы теории множеств перестали быть ее внутренними и даже внутриматематическими проблемами, а стали обсуждаться в контексте всех проблем современной науки. В связи с этим важно понять не только позитивную, но и проблемную сторону теории множеств.

1. Как известно, попытка образовать универсальное множество, т. е. «множество всех множеств» приводит к парадоксу Рассела. Это значит, что универсум множеств необходимо рассматривать как процесс становления. Это самый существенный дефект теории множеств, который перечеркивает идейные устремления ее автора — полностью заменить потенциальную бесконечность актуальной, завершенной, бесконечностью.

В современной теории универсум множеств строится по шагам. На каждом шаге осуществляется одна из возможных операций: «объединение предыдущих множеств — $\cup$» или «взятие множества — степени — P»:

$$\begin{aligned} V_0 &= \varnothing; \\ V_{a+1} &= P(V_a), \ \text{если } a \text{ — непредельный ординал;} \\ V_a &= \cup V_\beta,, \ \text{если } a \text{ — предельный ординал, где } \beta < a. \end{aligned}$$

Внешне этот процесс напоминает процесс построения натуральных чисел, принятый в арифметике Пеано. Однако имеется принципиальное отличие. В теоретико-множественной иерархии между уровнями a и $a+1$ возможен «обратный ход». Множество $P(V_a)$ уровня $a+1$ дает возможность образовать новый элемент λ, в *дополнении* к уже собранным в множество V_a элементам уровня a (так называемая «диагональная процедура»). Этот новый элемент позволяет образовать множество $V_a \cup \{\lambda\}$, соответственно, $P(V_a \cup \{\lambda\})$. Снова применяя диагональную процедуру можно получить элемент λ_1 уровня a и т. д. Таким образом, диагональная процедура оборачивается диагональным процессом. На этот факт обращал внимание еще О. Беккер, известный историк математики, ученик Э. Гуссерля.

Диагональный процесс — фатальное открытие теоретико-множественной математики, бросающее тень на ее основополагающую идею — возможность собрать элементы в одно целое. Это, по-видимому, осознавал и сам Кантор, который пытался придать диагональному процессу статус доказательства того, что множество $P(V_a)$ имеет большую мощность, чем множество V_a. Однако в строгом смысле метаморфозы не получилось. За весь период существования теории множеств с критикой диагонального метода доказательства выступили десятки авторов, начиная с Б. Рассела. Последним по времени был, по-видимому, А. А. Зенкин, который отметил в коротком, на $\frac{1}{2}$ страницы доказательстве Кантора семь (!) ошибок. При условии того, что диагональный метод является несущей конструкцией канторовской теории, остается загадочным длительное молчание математики о столь фундаментальном дефекте в ее идейных основах.

Диагональный процесс de facto превращает теоретико-множественный универсум в среду, обладающую внутренним хаотическим самодвижением. Это выражается, в частности в том, что моделью этого универсума могут служить случайные действительные числа (Д. Скотт, Р. Соловей).

2. Причина этой неординарной ситуации кроется в самом понятии множества. Для теории множеств характерно восприятие мира «всего и сразу», т. е. при полном изгнании его временнóй составляющей. Между тем, в реальности (при любом ее разумном понимании) объекты возникают *последовательно*. Способ же собирания элементов «по предикату» приводит к тому, что рядоположенными оказываются существующие и еще не возникшие объекты. На каком — то этапе эта мысль показалась привлекательной и эффективной, но сейчас, по — видимому, она порождает больше проблем, чем решений.

Следует сказать, что эта позиция с самого начала вызывала резкие возражения. В частности, Я. Брауэр еще в 20-х годах прошлого века обосновал и развил подход, названный им «интуиционизмом», который в противовес теории множеств развивал интуицию времени. В частности в теории Брауэра допускались только потенциальная бесконечность, а континуум виделся средой свободного становления. Эта идея приняла впоследствии разнообразные формы конструктивизма, которые всесторонне изучались на протяжении более чем полувека. Однако достаточно содержательной математики построить не удалось. Причина этого заключалась в том, что идея актуальной бесконечности безусловно была сильнее и продуктивнее идеи бесконечности потенциальной. Забегая вперед можно сказать, что проблемы канторовской теории во многом были следствием ее незавершенности, следствием которой стало исключительное место именно количественной, теоретико-множественной бесконечности.

3. Теория множеств, в значительной мере, была создана для того, чтобы построить математически приемлемую модель среды непрерывности, континуума. Как известно, это понятие было введено еще Аристотелем в связи с анализом апорий Зенона. При этом он настоятельно подчеркивал, что континуум нельзя свести к совокупности неделимых элементов и что они составляют лишь внешнее проявление сущности континуума.

Последовательную и работоспособную теорию континуума создал Г. В. Лейбниц. Для него она явилась воплощением метафизики монад — исключительно глубокой и последовательной философской концепции.

Фундаментальными свойствами монады по Лейбницу были следующие свойства:

- монада есть простая, т. е. не имеющая частей субстанция, которая входит в состав сложных понятий;
- монада подвержена беспрерывному изменению;
- изменения монад исходят из внутреннего принципа, так как внешняя причина не может иметь влияния внутри монады

Коротко, монады — это неделимые сущности, обладающие собственным внутренним самодвижением. В этом монады принципиально отличаются от точек. В математике и естественных науках монады хорошо известны под именем «бесконечно малых величин».

Теория континуума, построенная Лейбницем, была дуальной. В ней на равных правах участвовали «точки» и «не — точки» — бесконечно малые величины. Долгое время считалось, что эта модель континуума является не строгой и порождает множество проблем. В конечном итоге она была заменена точечной, теоретико-множественной моделью, которая в настоящее время является общепринятой. Существенным моментом в конструкции теоретико-множественного континуума является использование актуальной бесконечности. При этом количество проблем точечной модели континуума, по сравнению с континуум Лейбница, едва ли не увеличилось.

Следует сказать, что с развитием теоретико-множественной аксиоматики в 60-х годах XX века произошла неожиданная реинкорнация идей Лейбница. С помощью теоретико-множественной теории ультрафильтров было обосновано существование неких объектов, свойства которых давали основания отождествить их с монадами Лейбница. В дальнейшем эта теория стала известна под названием «нестандартного» или не архимедова анализа (анализа, в котором не выполняется аксиома Архимеда). При этом необходимо отметить, что нестандартный анализ — это теоретико-множественная теория, которой свойственны все онтологические проблемы теории множеств. Эти проблемы не решаются и не могут быть решены никакими аксиоматическими действиями, в частности, изъятием аксиомы Архимеда.

4. Вопреки общепринятым взглядам, теоретико-множественная модель континуума, как было показано выше, не является статической. Образно говоря, она вскрывает монаду и случайным образом размазывает упакованное в ней движение по всему универсуму (модель Скотта — Соловея). Именно в этой динамики и следует искать истоки проблемы определения «числа элементов» (мощности) континуума, т. е. континуум-проблемы. Кроме того, точечная модель континуума совершенно непригодна в своем прямом, аристотелевском, назначении — быть средой, в которой осуществляется движение, что со всей очевидностью демонстрируют апории Зенона. Кроме того, наличие внутреннего самодви-

жения делает теоретико-множественную модель практически непригодной для описания физических процессов в микромире.

Тем не менее, точечная модель континуума обладает важным, в контексте общефилософских устремлений XX века, достоинством. Она конструктивна и представляет собой идеальный Spielraum — «игровое пространство» для введения всевозможных (полезных и бесполезных) структур, в соответствии с методологией Бурбаки. Однако при общем ослаблении теоретико-множественной идеологии эти достоинства все в большей мере уходят в тень и в большей мере вырисовываются фундаментальные проблемы теоретико-множественного континуума. Тем не менее, можно констатировать, что математика сегодня, по-видимому, не имеет внутренних сил для переосмысления своих оснований и предпочитает сохранять status quo.

2.2. Обобщение теории множеств

1. Наметим возможный путь решения обрисованных проблем.

При всей кажущейся самодостаточности, теория множеств, в действительности, опирается на фундаментальный арифметический постулат, суть которого сводится к следующему.

Согласно изначальным, арифметическим представлениям натуральное число является единством количества и порядка (например, «2» — это «два элемента» и «вторая засечка» от начала отсчета). Можно сказать, что число n является функцией двух *независимых* аргументов: количества и порядка $n = f(n_R, n_Z)$, где n_R — мера количества, а n_Z — мера порядка. Предположим, что число nявляется функцией только *одного* независимого аргумента — количества n_R, а порядок n_Z можно рассматривать как функцию n_R. Этого предположения оказывается достаточно, чтобы определить количественную бесконечность ω как $\sup(n_R)$, а также ввести универсальный носитель количества — множество. В этом контексте теория множеств Кантора видится как прямая конструкция, реализующая сформулированный арифметический постулат. В дальнейшем будем называть его «постулатом универсальности».

2. Следует сказать, что схожая ситуация имеет место в физике. В основе современных физических представлений лежит концепция релятивистского пространства-времени, которая опирается ровно на тот же арифметический постулат универсальности. Действительно, время в этом пространстве является множеством, т. е. состоит из точек — моментов времени, что собственно говоря и служит математической основой понятия «события». На языке арифметики это и означает замену упорядоченного движения, «дления» (durée) упорядоченным множеством.

Данная концепция времени изначально вызывала множество возражений, например у А. Бергсона и Г. Вейля, но была принята благодаря неоспоримым техническим достоинствам, прежде всего, возможностью использовать теоретико-групповые методы [4]. Однако этот подход безнадежно деформирует интуицию, что за последние десятилетия стало совершенно очевидно. Отметим, что еще Э. Шрёдингер не без иронии отмечал, что публичный успех теории относительности, во многом был следствием смутных стремлений человека овладеть временем.

3. В этой ситуации вполне естественным является переход к двойственной концепции числа. Будем мыслить число как функцию двух *независимых* аргументов: количества и порядка $n = f(n_R, n_Z)$. Совершенно аналогично случаю одной переменной введем две бесконечности: *количественную* ω равную $\sup(n_R)$ *и порядковую* Ω, равную $\sup(n_Z)$ [5], [7].

Основное свойство бесконечных чисел ω и Ω состоит в том, что бесконечность в смысле количества ω, по определению, не изменяется при добавлении к ней нового элемента счета, т. е. $\omega + 1 = \omega$. Но, поскольку любое число изменяется на единицу при последовательном пересчете элементов, то в смысле порядка $\omega + 1 \neq \omega$. В то же время $\Omega + 1 = \Omega$. уже в смысле порядка (и, разумеется, в смысле количества). Отсюда, в частности, следует, что $\Omega > \omega$. Это принципиально важное соотношение можно понимать следующим образом: *порядковых чисел больше чем количественных,* или в более свободной форме: число измеримых вещей меньше чем нумеруемых. Это значит, что существует «вещь», которой можно приписать порядок, но нельзя приписать количество. С точки зрения теории множеств эта «вещь» является *переменной величиной.*

4. Как известно, идейным центром теории множеств является так называемая кардинальная шкала, — расширение последовательности натуральных чисел в область бесконечных количеств:

$$\begin{array}{ccccccccc} 0,1,2,\ldots,n,\ldots & \omega_0, & \ldots, & \omega_1, & \ldots, & \omega_2, & \ldots, & \omega_\lambda, & \ldots \\ & \| & & \| & & \| & & \| & \\ & \aleph_0, & & \aleph_1, & & \aleph_2,\ldots & & \aleph_\lambda, & \ldots \end{array}$$

В этой последовательности все числа мыслятся множествами, в том числе и натуральные числа $0, 1, 2 \ldots n, \ldots$ (следствие постулата универсальности). Сама же последовательность кардинальных чисел является неограниченной.

Согласно теоретико-множественной доктрине каждому математическому объекту соответствует свое кардинальное число. Таким образом, кардинальная шкала обрисовывает круг объектов, попадающих в компетенцию теории множеств. К этим объектам относятся:

- конечные количества;
- точки, множества точек, системы множеств континуума (точка континуума, как известно, имеет мощность $\aleph_0$);

- множества, относящиеся к так называемым «большим кардиналам», которые не имеют ясного геометрического истолкования.

В теории множеств в определенной степени достигается синтез арифметики и геометрии, что являлось основной сверхзадачей ее создателя — Георга Кантора.

5. Принимая постулат двойственности, мы выходим за рамки теории множеств и, следовательно, расширяем кардинальную шкалу. Эта расширенная шкала будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{array}{l} 0,1,2\ldots n,\ldots \omega_0,\ldots,\omega_1,\ldots,\omega_2,\ldots,\omega_\lambda,\ldots,\rightarrow \boldsymbol{A}_1\rightarrow \boldsymbol{A}_2\rightarrow\ldots \boldsymbol{A}_\gamma\rightarrow\ldots\rightarrow\boldsymbol{\Omega} \\ \qquad\qquad\quad \| \qquad\quad \| \qquad\quad \| \qquad\quad \| \\ \qquad\qquad\quad \aleph_0, \quad\; \aleph_1, \quad\; \aleph_2,\ldots\; \aleph_\lambda,\ldots \end{array}$$

Принципиальные отличия этой шкалы от теоретико-множественной шкалы кардинальных чисел заключаются в следующем:

- натуральные числа $0, 1, 2, \ldots, n \ldots$ видятся некими целостными образованиями, в равной мере сочетающими в себе количественный и порядковый аспекты. На основе последовательности этих чисел определяются две бесконечности: количественная — ω и порядковая — $\boldsymbol{\Omega}$;
- количественная бесконечность ω *может быть интерпретирована как бесконечное множество* ω_0, что дает возможность развернуть традиционную кардинальную школу;
- наличие порядковой бесконечности $\boldsymbol{\Omega}$ указывает на существование последовательности $\{\boldsymbol{A}_\gamma\}$, — «переменной величины» вне классической кардинальной шкалы а, следовательно, и вне теории множеств. Объекты $\boldsymbol{A}_\gamma$ являются целостными переходящими друг в друга «фигурами времени». В этом плане они подобны натуральным числам, однако без «примеси» количества. На этом основании последовательность объектов $\boldsymbol{A}_\gamma$ будем условно называть *постарифметикой* т. е. после-множественной арифметикой, в то время как традиционная арифметика является до-множественной арифметикой.

6. Расширенная кардинальная шкала также определяет круг математических объектов, попадающих под действие нашей теории «двойственности». К ним, разумеется, относятся все объекты теории множеств, среди которых наиболее значимыми являются «точки» континуума. Кроме того, «числа» постарифметики определяют некие новые, не множественные объекты, которые естественно назвать «не — точками».

В философском плане «не — точки» можно отождествить с монадами Г. В. Лейбница — протяженными объектами, наделенными внутренней динамикой. С другой стороны, динамику постарифметики можно рассматривать как возрождение на иной основе идей Брауэра о развитии математики на основе интуиции времени.

Примечание. Более детальные рассуждения, приводящие к расширенной кардинальной шкале выглядят следующим образом. Будем рассматривать число n как «вектор» (n_R, n_Z). Тогда процесс построения бесконечностей ω и Ω выглядит следующим образом [5]:

$$n = \begin{pmatrix} n_R \\ n_Z \end{pmatrix} : \begin{matrix} 0_R, 1_R \dots \omega \\ 0_Z, 1_z \dots \Omega. \end{matrix}$$

«Интервал» $(0_Z, \Omega)$ в смысле бесконечности оказывается существенно длиннее «интервала» $(0_R, \omega)$. Отображение $(0_R, \omega)$ в $(0_R, \Omega)$ и дает указание расширения.

§ 3. Основания физики

Современная физика существенно опирается на геометрические представления о пространстве и времени (категорию пространства-времени), которое мыслится на основе сформированного математиками понятия непрерывного множества (пространственно-временного континуума). Понятие континуума дало физике огромные блага, позволило описывать физическую реальность при помощи дифференциальных уравнений (уравнений Максвелла, Эйнштейна, Дирака и других), но одновременно явилось источником многих трудностей в виде расходимостей (бесконечных выражений) в теории поля и появления ряда парадигмальных проблем.

Напомним, что теоретическая физика XX века опиралась на два столпа: теорию относительности и квантовую теорию. Однако можно показать, что одновременное рассмотрение принципов ОТО и квантовой теории приводит к планковскому пределу (снизу) для понятий расстояний, т. е. оказываются бессмысленными смещения (расстояния, интервалы), меньшие планковской длины:

$$r > l_{(Pl)}{}' = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \sim 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ см}$$

Этот факт делает бессмысленным буквальное восприятие бесконечно малых величин и всех формул дифференциального исчисления.

В связи с этим уместно напомнить слова Э. Маха: «Средствам мышления физики, понятиям массы, силы, атома, вся задача которых заключается только в том, чтобы побудить в нашем представлении экономно упорядоченный опыт, большинством естествоиспытателей приписывается реальность, выходящая за пределы мышления. Более того, полагают, что эти силы и массы представляют то настоящее, что подлежит исследованию, и если бы они стали известны, все остальное получилось бы само собою из равновесия и движения этих масс. (...) Мы не должны считать *основами* действительного мира те интеллектуальные вспомогательные средства, которыми мы пользуемся для *постановки* мира *на сцене нашего мышления*» [9, с. 432]. К названным Махом понятиям следует добавить также пространство, время, континуум и ряд других, связанных с ними конструкций.

Проанализируем основания теории относительности и физики микромира.

3.1. Основания теории относительности

1. Представления о теории относительности наиболее четко формулируются аксиоматически. Было построено несколько аксиоматик теории относительности (как специальной, так и общей). В каждой из них проявляются три ключевые начала: 1) топология и топологические аксиомы, 2) метрика и метрические аксиомы, 3) отношение и аксиомы упорядоченности. Как правило, исходным является непрерывное множество с топологическими свойствами. Затем на элементы множества накладываются отношения порядка. В теории относительности используются аксиомы частичной упорядоченности. Затем формулируются метрические аксиомы, привязанные к аксиомам частичной упорядоченности. Таким образом осуществляется построение геометрии с понятиями количества (метрика) и порядка (упорядоченность). Описанные выше свойства множеств, в частности, числового ряда описывать количество и порядок, можно трактовать как проявление принципа фрактальности в понимании множества (топологии) как части единого целого, из которого были вычленены метрика и отношения.

Постулирование статического пространственно-временного фона, на котором разворачивается эволюция физических систем является непреложным аттрибутом современной физики. Однако возникает вопрос о необходимости этого постулата.

2. Непредвзятый анализ теории относительности (как специальной (СТО), так и общей (ОТО)) показывает, что в их основе лежат представления о счете событий и сравнения различных количеств осуществившихся событий. Физика имеет дело не с геометрическими точками, а с событиями, которые в используемой математической модели (пространства-времени) сопоставляются с геометрическими точками. Для физики существенен лишь факт возможности сопоставления физических событий с *дискретным* подмножеством арифметических точек, тогда как весь остальной массив континуума точек является «лишним», до поры до времени не мешающим физику. Однако, когда «лишним» точкам придается статус реальности, как правило, в физике возникают расходимости (бесконечности). Ряд физиков полагает, что всякое проявления бесконечности следует воспринимать как сигнал о выходе за пределы области применимости соответствующей теории.

3. Сопоставление физических событий с арифметическими точками обычно именуется заданием координатной системы. Для построения, например, общей теории относительности достаточен лишь факт существования одной, а значит и бесконечного множества допустимых координатных систем. Конкретное задание координатной системы относится к области физики. Многими авторами обсуждался метод хроногеометрии, состоящий в определении моментов времени и расстояний до выделенного наблюдателя (относительно момента времени О на его мировой линии) посредством метода радиолокации. Он основан на показаниях часов одиночного наблюдателя (фактически на счете событий), соответствующих моментам τ_1 посылки светового сигнала и приема его отражения τ_2 от рассматриваемой точки-события М вне мировой линии наблюдателя. Легко показать, что интервал $s_{(OM)}$ между событиями O, и M, время $t_{(OM)}$ события М и его расстояние $r_{(OM)}$ до наблюдателя задаются показаниями часов согласно формулам:

$$s^2_{(OM)} = \tau_1\tau_2; \qquad t_{(OM)} = (1/2)(\tau_2 + \tau_1); \qquad r_{(OM)} = (1/2)(\tau_2 - \tau_1),$$

так что выполняется известное в теории относительности выражение для квадрата интервала

$$s^2_{(OM)} = t^2_{(OM)} - r^2_{(OM)}$$

в системе единиц $c = 1$.

Показания часов можно понимать через счет дискретных чисел событий. Заметим, что таким способом задаются две из четырех координат 4-мерного пространства-времени. Для определения угловых координат нужно доопределить метод хроногеометрии дополнительными приемами.

4. Понятие пространственно-временного континуума необходимо для построения теории поля, основанной на *концепции близкодействия*. Это отражает представления о том, что любые воздействия между двумя объектами осуществляются посредством контакта. Контакт же трактуется в пространственном смысле, т. е. как стремление к нулю расстояния между объектами. Если объекты разнесены на некоторое расстояние, то вводится понятие поля, которое воспринимает воздействие от одного объекта и переносит его через все промежуточные точки до второго объекта. Однако это рассуждение не является релятивистским. В рамках теории относительности необходимо заменить расстояние между объектами на интервал между событиями, тогда понятие релятивистского контакта означает нахождение взаимодействующих частиц А и В на световых конусах друг друга, когда $s_{(AB)} = 0$, т. е. когда они оказываются в релятивистском контакте. Это означает, что взаимодействия осуществляются тогда, когда частицы оказываются на свето-

вых конусах друг друга, что может осуществлять при любых расстояниях между частицами.

5. Наряду с концепцией близкодействия в физике представлена *концепция дальнодействия,* в которой среди первичных понятий отсутствует понятие полей переносчиков взаимодействий, т. е. ничто не бежит от одного объекта к другому, а взаимодействие осуществляется посредством релятивистского контакта. В такой теории, известной под названием *теории прямого межчастичного взаимодействия* (Фоккера — Фейнмана), воздействие одного объекта на другой описывается принципом Фоккера, в который входят лишь характеристики взаимодействующих объектов (скорости, заряды). В этой теории отсутствуют уравнения полей. Вместо них имеют место некоторые тождества. Понятие поля при желании можно ввести непосредственно через характеристики взаимодействующих тел, причем они (потенциал и тензор напряженности поля) имеют смысл лишь в тех местах, где находятся реальные частицы. Таким образом, понятие пространственно-временного континуума необходимо для описания физики именно в концепции близкодействия.

3.2. Новый путь построения физики микромира (бинарная геометрофизика)

Физика микромира описывает не актуально осуществившиеся события и закономерности между ними, а потенциально возможные переходы микросистем из одного состояния в другое. Можно сказать, что в квантовой физике воплощается единство двух модусов бытия: потенциального и актуального.

В микромире имеют место существенные отличия от классической физики. Прежде всего, следует отметить, что математический аппарат квантовой физики опирается не на вещественные числа, о природе которых было сказано выше, а на комплексные числа, для которых нет понятия количества с типичными свойствами больше-меньше и нет понятия упорядоченности. Нельзя сказать, какое комплексное число предшествует или следует за любым данным. В некотором смысле комплексные числа олицетворяют или моделируют постарифметику. Однако в квантовой теории по-прежнему постулируется наличие пространственно-временного фона, на котором разворачиваются квантовомеханические процессы.

Ряд физиков придерживается мнения, что квантовая теория и вся физика микромира неизбежно должны опираться на классические понятия, в частности, на пространственно-временные представления, поскольку все квантовые явления регистрируются макроприбором. Тем самым подчеркивается принципиальное отличие квантовой физики от ряда предшествующих теорий, целиком опирающихся на самостоятельный круг понятий и принципов. Однако имеется возможность построения теории микромира, опирающейся на независимую систему представлений и не нуждающейся в наличии пространственно-временного фона. Более того, в этом подходе ставится задача вывода (точнее, обоснования) классического пространства-времени из неких более элементарных понятий, присущих физике микромира. Эта программа развивается в группе одного из авторов под названием бинарная геометрофизика [10]. Кратко поясним ее суть.

1. В бинарной геометрофизике постулируется существование двух совокупностей элементов, между которыми задаются парные отношения, характеризуемые комплексными числами. Наличие двух совокупностей ответственно за термин «бинарная», тогда как слово «геометрофизика» означает, что развиваемая теория представляет собой прообраз как известной (унарной) геометрии, так и физики. Сами элементы являются примитивами теории, через которые определяются элементарные частицы. Два множества элементов в дальнейшем физически интерпретируются как начальные и конечные состояния систем из элементарных частиц. Комплексные парные отношения являются прообразами квантовомеханических амплитуд вероятностей осуществления тех или иных событий.

2. Постулируется, что парные отношения не произвольны, а удовлетворяют некому алгебраическому закону. Утверждается, что существует некая равная нулю функция, аргументами которой являются всевозможные парные отношения между r элементами одной совокупности и s элементами второй совокупности. Числа r и s определяют ранг бинарной системы комплексных отношений (БСКО ранга (r, s)). Ранг является своеобразным аналогом размерности в обычной (унарной) геометрии. Содержательность закона обусловлена наличием принципа фундаментальной симметрии, утверждающим, что закон (равенство нулю функции) выполняется для любых r элементов из первой совокупности и любых s элементов из второй совокупности.

3. На основе данных постулатов строится содержательная теория. Показано, что законы БСКО имеют вид равенства нулю неких определителей, построенных из парных отношений между элементами двух совокупностей. Вводятся системы базисных элементов, парные отношения с которыми характеризуют все остальные элементы, т. е. являются своеобразными координатами элементов. Ключевую роль в теории играют миноры определителей, определяющих закон системы отношений. Из них строятся своеобразные объемы и другие понятия, соответствующие унарным геометриям. На этом основании и из-за аналогий с формулировками на этом же языке обычных геометрий получающуюся теорию можно именовать бинарной геометрией.

4. Развитая теория имеет непосредственный физический смысл. Показано, что элементы БСКО наименьшего невырожденного ранга (3,3) описываются 2-компонентными спинорами. В теории естественным образом возникает 6-параметрическая группа $SL(2, C)$, соответствующая группе Лоренца в 4-мерном пространстве-времени. Массивные (свободные) частицы описываются парами элементов в каждой из двух совокупностей, что характеризуется 4-компонентной величиной, соответствующей биспинорному столбцу в квантовой теории. Таким образом в рамках БСКО ранга $(3,3)$, во-первых, обосновывается 4-мерность классической теории (геометрии), во-вторых, объясняется наблюдаемая сигнатура многообразия $(+---)$, в-третьих, обосновывается спинорный характер фермионных частиц в квантовой теории.

5. Для физики наибольший интерес представляет построение прообраза фундаментальных физических взаимодействий, что в бинарной геометрофизике осуществляется посредством перехода к БСКО более высокого ранга, т. е. к своеобразному бинарному многомерию. Этот переход соответствует использованию идей многомерных геометрических моделей типа теории Калуцы на основе повышения размерности с 4, соответствующей общей теории относительности, до пяти. Показано, что при минимальном повышении ранга, т. е. в рамках БСКО ранга $(4,4)$ описывается прообраз электрослабых взаимодействий лептонов, соответствующий калибровочной модели Вайнберга — Салама — Глэшоу.

6. Для описания сильных взаимодействий и соответствующих частиц (барионов, кварков) необходимо увеличить ранг БСКО до (6,6). Показано, что в итоге получается прообраз калибровочной модели сильных взаимодействий (хромодинамики). В рамках БСКО ранга (6,6) можно осуществить переход от прообраза сильных взаимодействий к прообразу электрослабых взаимодействий элементарных частиц.

7. Физическая интерпретация понятий бинарной геометрофизики достигается посредством перехода к общепринятой унарной геометрии, что фактически осуществляется своеобразной «склейкой» пар элементов из противоположных совокупностей элементов и определением новых отношений между «склеенными» элементами через первичные отношения исходных элементов. Из параметров элементов непосредственно строятся компоненты импульсов элементарных частиц и их заряды, т. е. получается унарное импульсное пространство (пространство скоростей). Координатное пространственно-временное многообразие получается на более отдаленном этапе построения теории.

8. При переходе к координатному пространству-времени существенную роль играет БСКО наименьшего (вырожденного) ранга $(2,2)$, которая может рассматриваться как подсистема отношений БСКО более высоких рангов. Ее вырожденность означает, что она выступает в двух формах: в мультипликативной, соответствующей квантовой физике, и в

аддитивной, отвечающей классической теории. Парные отношения этой БСКО соответствуют понятию классического действия. Показано, что БСКО ранга $(2,2)$ в аддитивной форме описывают хроногеометрию, упомянутую выше.

9. Бинарная геометрофизика непосредственно описывает элементарное звено всякого микропроцесса — перехода системы из одного в другое состояние. Более сложные процессы трактуются как цепочки элементарных звеньев. Классическая теория с понятием эволюции возникает только для случая достаточно сложных макросистем, обладающих памятью о реально осуществившихся событиях. Таким образом, можно сказать, что БСКО описывает элементарные звенья, в каком-то смысле соответствующие монадам Лейбница. В самом же звене, строго говоря, отсутствуют классические понятия как количества, так и порядка, однако вместе с тем присутствуют их прообразы (аналоги). Прообразом количества являются сами отношения, представляющие собой комплексную метрику. Прообразом порядка является сам факт бинарности, т. е. наличие двух совокупностей элементов, одна из которых соответствует начальному, а вторая — конечному состоянию микросистемы.

§ 4. Заключение

Данная статья, как представляется авторам, констатирует принципиальной важности факт: основания современной физики вошли в непосредственное «зацепление» с основаниями современной математики. Это означает, что метафизика и метаматематика образуют единый контекст дальнейшего развития, как физики, так и математики.

«Пробным камнем» этого взаимодействия является теоретико-множественная модель континуума, которая одновременно составляет основу современных представлений о пространстве-времени. Эта концепция вызывает серьезные возражения, как со стороны математики, так и со стороны физики. Исходные посылки, формирующие эти возражения, для физики и для математики, разумеется, различны. Примечательным является совпадение основных выводов.

Модель теоретико-множественного континуума в области «очень малого» перестает «работать». Причина этого заключается в том, что в этой области проявления порядковой бесконечности «перетягивают» проявления бесконечности количественной. Тем самым в этой области теряет смысл сам принцип редукционизма, на основе которого строится теоретико-множественный макроконтинуум и более значимой становится холистическая парадигма. Появление целостных динамических сущностей — «не — точек» является одним из проявлений этой парадигмы. Эта метаморфоза может быть расценена как деверсификация на микроуровне самой идеи пространства — времени (или, по крайней мере, ее теоретико-множественного воплощения).

Примечательным является также общность подходов обоих авторов к решению названной проблемы. Как и в свое время Брауэр, они предлагают строить «континуум» микромира на основе интуиции времени. Однако, в отличие от Брауэра, основой их построения становится не пред-, а постарифметика. Это подход позволяет развить далеко идущую теорию.

Литература

1. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002.
2. *Арнольд В. И.* Математика и физика: родитель и дитя или сестры // Успехи физ. наук, т. 169, № 12, 1999, с. 1311–1323.
3. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии //Сб. «Альберт Эйнштейн и теория гравитации». М.: Мир, 1979, с. 18–33.
4. *Вейль Г.* Континуум // Математическое мышление. М.: Физматлит. 1989.
5. *Векшенов С. А.* Является ли «множество действительных чисел множеством»? // Вестник ТГУ. 2001. Вып. 5. С. 519–535.
6. *Векшенов С. А.* Неканторовская бесконечность в математике и богословии. // Сб. Два града: Диалог науки и религии. Институт философии РАН. 2002. С. 257–276.
7. *Родионов Б. У., Векшенов С. А.* Дуальность фундаментальных физико-математических представлений // Фундаментальные исследования материи в экстремальных состояниях. МИФИ. 2005. с. 20–21.
8. *Robinson A.* Non — Standart analysis — Amsterdam: North — Holland, 1966.
9. *Мах Э.* Познание и заблуждение. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.
10. *Владимиров Ю. С.* Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 2. Теория физических взаимодействий. М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1998.

Теория физических структур — математическое основание фундаментальной физики

Ю. И. Кулаков

Научный центр
проф. Ю. Кулакова
(Новосибирск)

Математику, как единое целое, можно представить себе состоящей из двух частей — из наглядной (модельной) и абстрактной (сакральной) математики. В свою очередь, физику также можно рассматривать как состоящую из двух частей — из наглядной (антропной) и абстрактной (сакральной) физики. Сакральная (абстрактная) физика является частью сакральной математики, в основании которой лежит специальная, неизвестная ранее, математическая структура, названная мной физической структурой. Характерной особенностью физической структуры является то, что она вводится аксиоматически как некоторое «операционное уравнение» неизвестного ранее вида.

В чем же состоит главный смысл Теории физических структур?

Я надеюсь, что эта Теория сможет существенным образом повлиять на традиционный способ мышления и привести к более глубокому пониманию сущности физических законов.

Дело в том, что наряду с макромиром и с невидимым микромиром существует не менее важный для нас, — еще один невидимый мир — Мир Высшей реальности. О необычной физике этого Мира и идет речь в Теории физических структур.

Начнем с хорошо всем известной традиционной физики — антропной физики первого поколения.

1. Исходным понятием антропной физики первого поколения является **явление** мира эмпирической действительности.

2. Следующий шаг состоит в нахождении **наглядной** (антропной) **модели**, более или менее адекватно описывающей это явление.

3. Третий шаг состоит в **математическом описании** этой модели и в установлении эмпирическим путем **частных законов** (закона Кулона и закона индукции Фарадея, уравнений состояний идеальных и реальных газов, закона Гука, закона тяготения Ньютона и тому подобных).

4. Четвертый шаг состоит в нахождении **великих уравнений**, лежащих в основании самостоятельных разделов теоретической физики

(механики, теории относительности, термодинамики, электродинамики постоянных и переменных токов, теории электромагнитного поля, квантовой механики, физической кинетики, статистической физики, теории упругости, теории тяготения, теории элементарных частиц). При этом не без основания считается, что «уравнения умнее своих творцов».

5. По-прежнему считается, что Мир представляет собой огромную машину, но на этот раз управляемую не законами классической механики и электродинамики, а законами общей теории относительности и квантовой теории поля.

Считается далее, что главным критерием истины являются опыт и практика. И следовательно, главной задачей физики является извлечение из ее всемогущих уравнений многочисленных следствий, сравнение их с экспериментом и воплощение их, конечно «во благо человечества», в средства покорения природы, в усиление экономического и технического могущества и, в первую очередь, в создание все более технически совершенных средств связи и все более совершенного оружия массового уничтожения. А что же ожидает нас в дальнейшем? Ну хотя бы лет через десять.

Дальнейшее развитие физики можно представить себе происходящим по двум сценариям.

Традиционный сценарий

Поиск новой, еще неизвестной, области экспериментально воспроизводимых физических явлений, для объяснения которых необходимо придумать новую удачную антропную модель, допускающую адекватное описание на строгом математическом языке. В качестве примеров таких неудавшихся «традиционных» попыток выйти за рамки традиционной физики можно было бы привести «Теорию времени Козырева», «Теорию Вейника», «Теорию торсионных полей», и многочисленные другие «Теории всего».

Нетрадиционный сценарий

Поиск новой синтетической точки зрения на уже известную физику первого поколения как на единое целое, обладающее принципиально новыми, сакральными свойствами, невидимыми с близкого расстояния.

Чтобы увидеть сущность какого-либо явления, нужно подняться над ним и посмотреть на него сверху, увидеть его как необходимую часть единого целого.

Итак, задача состоит в том, чтобы найти единый закон, по которому все известные (и, возможно, еще неизвестные) фундаментальные уравнения или фундаментальные физические законы, лежащие в основании автономных разделов физики — законы геометрии, механики, теории относительности, термодинамики, электродинамики постоянных и переменных токов, теории электромагнитного поля, квантовой механики, статистической физики, теории тяготения, теории элементарных частиц, — вытекали бы единственно возможным образом как следствия из одного и того же источника при тех или иных дополнительных условиях.

Чтобы убедиться в существовании такого единого Закона, необходимо построить особую синтетическую физику — физику второго поколения на принципиально новых основаниях со своими исходными понятиями и принципами, с новой постановкой задачи. Но для этого нужно создать соответствующий математический аппарат, наиболее эффективно описывающий множество произвольной природы как единое целое. Однако среди всех известных математических структур нет структуры, адекватно описывающей физику как единое целое.

Теория физических структур представляет собой конкретную, детально разработанную реализацию этой глобальной программы. В ее основе лежит новая математическая структура — **исчисление кортов**, эффективно описывающая целостные (холотропные) свойства множеств произвольной природы.

Характерной особенностью исчисления кортов является возникновение на базе ее исходных аксиом, неизвестных ранее, некоторых «операционных уравнений», обладающих, в определенном смысле, единственными решениями. Самое удивительное состоит в том, что эти решения, после их физической интерпретации, сводятся к тем самым фундаментальным физическим уравнениям, которые лежат в основании антропной физики первого поколения. Короче говоря, все фундаментальные физические законы, лежащие в основании различных разделов теоретической физики, с большой степенью однозначности могут быть получены из одного чрезвычайно общего **принципа сакральной симметрии**.

Итак, физическая структура является такой неизвестной ранее **математической структурой**, математические следствия из которой допускают разнообразную физическую интерпретацию и, в конечном итоге, экспериментальную проверку.

Что же лежит в основании физической структуры?

Исходным понятием физической структуры, как и любой другой математической структуры, является понятие абстрактного множества.

Однако в этом случае с самого начала предполагается существование двух различных типов множеств: «левых» множеств женского рода $\mathcal{N}$ и «правых» множеств мужского рода $\mathcal{M}$. Элементы α множества $\mathcal{N}$

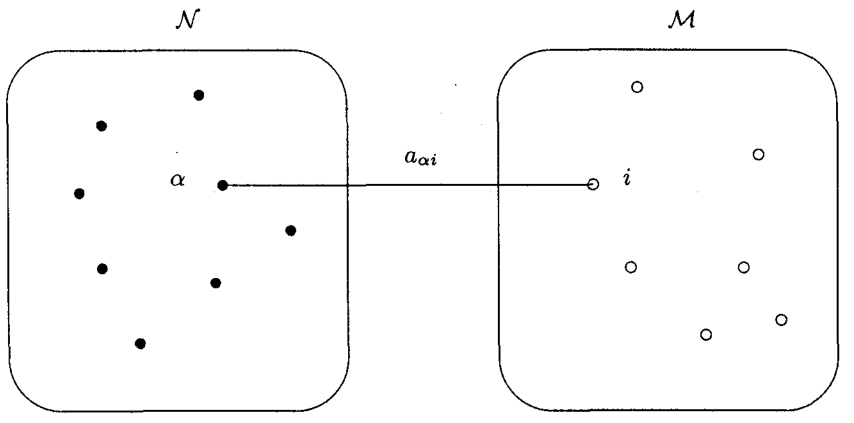

Рис. 1. Отношение между двумя субэйдосами α и i характеризуется репрезентатором $a_{\alpha i}$.

мы будем называть левыми субэйдосами женского рода, а элементы i множества $\mathcal{M}$ — правыми субэйдосами мужского рода.

Одним из главных понятий теории физических структур является понятие **отношения**. Отношения существуют только между левыми субэйдосами α и правыми субэйдосами i.

Отношение между левым субэйдосом α и правым субэйдосом i характеризуется **репрезентатором** — вещественным числом $a_{\alpha i}$ (так, например, если α и i — векторы, то $a_{\alpha i}$ — их скалярное произведение; если α и i — точки, то $a_{\alpha i}$ — квадрат расстояния между ними).

Отношения между множествами $\mathcal{N}$ и $\mathcal{M}$ характеризуются отношениями между двумя кортами длины m и n

$$< \alpha_1 \dots \alpha_m \,| \qquad \text{и} \qquad |\, i_1 \dots i_n >$$

Термин **корт** является сокращенной формой термина **кортеж**, означающего произвольную конечную последовательность.

Понятие корта является центральным в исчислении кортов, так как только с его помощью можно адекватно сформулировать понятие физического закона.

Итак, отношение между множествами $\mathcal{N}$ и $\mathcal{M}$ характеризуется отношением между левым кортом женского рода $A = < \alpha_1 \dots \alpha_m \,|$ и правым кортом мужского рода

$I = |\, i_1 \dots i_n >$

Отношение между кортами A и I характеризуется $m \times n$-матрицей

$$K(A,I) = \begin{pmatrix} a_{\alpha_1 i_1} & \dots & a_{\alpha_1 i_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{\alpha_m i_1} & \dots & a_{\alpha_m i_n} \end{pmatrix}$$

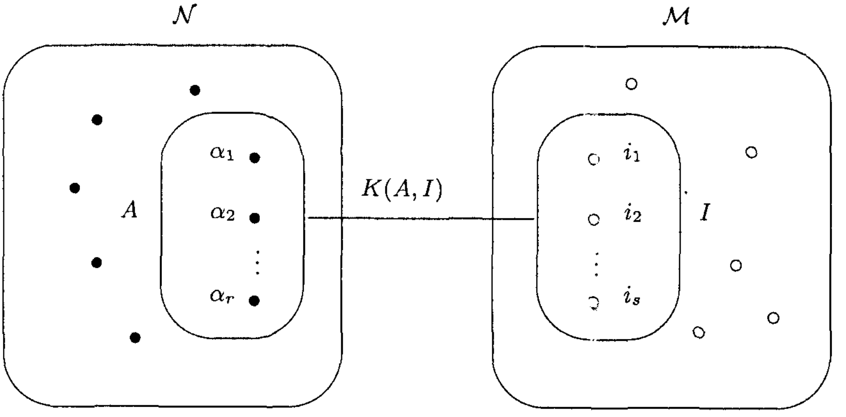

Рис. 2. Корты A и I, образованные из субэйдосов множества $\mathcal{N}$ и множества $\mathcal{M}$

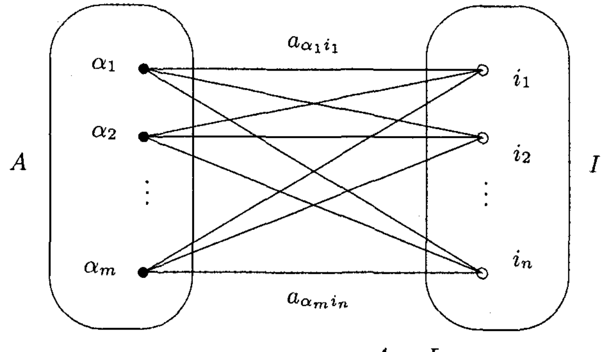

Рис. 3. Отношение между двумя кортами A и I сводится к попарным отношениям между субэйдосами, принадлежащими к множествам $\mathcal{N}$ и $\mathcal{M}$

Суть физической структуры содержится в Аксиоме сакрального уравнения:

мы будем говорить, что два множества $\mathcal{N}$ и $\mathcal{M}$ связаны между собой сакральным уравнением первого рода (1) размерности (n,m), когда две пары произвольно выбранных кортов (A,I) и (B,J) связаны между собой следующим матричным соотношением:

$$\forall A, B \in \mathcal{N}^m, \qquad \forall I, J \in \mathcal{M}^n$$
$$K(A,I) = K(A,J) \circ K(B,J)^{-1} \circ K(B,I), \tag{1}$$

где $* \circ *$ — неизвестная бинарная операция умножения прямоугольных $m \times n$-матриц, $*^{-1}$ — неизвестная унарная операция получения обратной прямоугольной $m \times n$-матрицы, $a_{\alpha i}$ — неизвестная числовая функция двух нечисловых переменных.

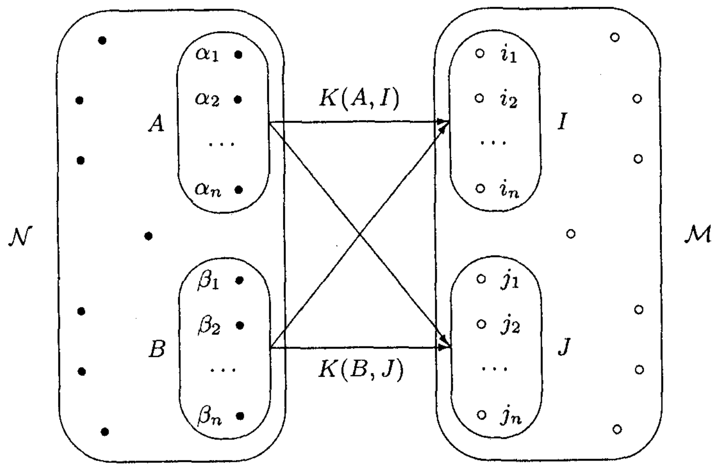

Рис. 4. Отношения между парами кортов (A, I) и (B, J), приводящие к сакральному уравнению первого рода (1)

Задача состоит в нахождении операции $* \circ *$ и $*^{-1}$ и репрезетатора $a_{\alpha i}$.

Можно показать, что сакральное уравнение (1) размерности (n, m) первого рода может быть сведено к сакральному уравнению ранга (s, r) второго рода:

$$\forall \alpha_1 \dots \alpha_s \in \mathcal{N} \qquad \forall i_1 \dots i_r \in \mathcal{M}$$

$$\begin{array}{l} \Phi(a_{\alpha_1 i_1}, \dots, a_{\alpha_1 i_r}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{\alpha_s i_1}, \dots, a_{\alpha_s i_r}) \end{array} \equiv 0 \qquad (2)$$

$$s = m + 1, \qquad r = n + 1,$$

где $\Phi(u_{11}, \dots, u_{sr})$ — неизвестная числовая функция sr числовых переменных; $a_{\alpha i}$ — неизвестная числовая функция двух нечисловых переменных.

Задача состоит в нахождении числовых функций Φ и $a_{\alpha i}$.

Аксиоматика Теории физических структур в конечном итоге сводится к специальному функциональному уравнению неизвестного ранее вида — к **сакральному уравнению ранга** (s, r).

Сакральные уравнения первого и второго рода (1) и (2), возникшие в рамках Теории физических структур в результате требования **сакральной симметрии**, лежат в са́мом Начале Мироздания, так как именно из них получаются фундаментальные законы физики и геометрии как их единственно возможные решения.

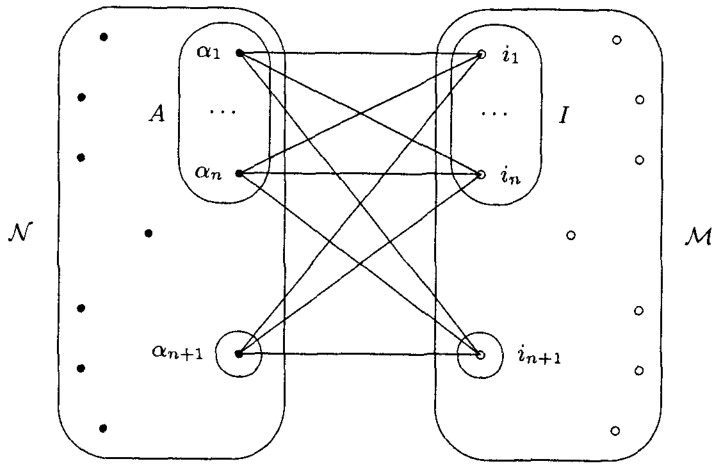

Рис. 5. Отношения между двумя кортами A_{m+1} и I_{n+1}, приводящие к сакральному уравнению второго рода (2)

Особенность сакрального уравнения (2), по сравнению со всеми другими известными уравнениями, состоит в наличии **двух неизвестных функций**:

одной функции $s\,r$ **числовых** переменных

$$\Phi \begin{pmatrix} u_{11}, & \dots & , u_{1r}, \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{s1}, & \dots & , u_{sr} \end{pmatrix}$$

и одной функции $n+m$ **нечисловых** переменных

$$\varphi(\alpha, i) = \varphi\ (\xi_1(\alpha), \dots, \xi_n(\alpha)\,;\, x^1(i), \dots, x^m(i))$$

и в **отсутствии в этом уравнении каких-либо вносимых извне операций и произвольных параметров или функций.**

Его характерной особенностью является предельная простота и самодостаточность.

Действительно, в этом уравнении нет ничего лишнего, вносимого извне «руками». Несмотря на предельную общность, это уравнение допускает, в строго определенном смысле, единственные допустимые решения, из которых естественным образом возникают фундаментальные законы, лежащие в основании физики и геометрии.

Даже ранг $(s,\ r)$ и области определения репрезентатора $\varphi(\alpha, i)$ и верификатора Φ не задаются заранее, а находятся в ходе решения.

Все разнообразие такого рода уравнений определяется заданием двух пар натуральных чисел — ранга (s, r) и размерности $[n, m]$, связанных между собой следующими соотношениями:

$$n = r - 1$$
$$m = s - 1$$

Другой особенностью сакральных уравнений (1) и (2) является **существование и единственность очень простых решений** при одних значениях (s, r) и **невозможность существования каких-либо решений** при других значениях (s, r).

Не об этой ли формуле мечтал Планк, когда писал: «С давних времен, с тех пор, как существует изучение природы, оно имело перед собой в качестве идеала, конечную, высшую задачу: объединить пестрое многообразие физических явлений в единую систему, а если возможно, то в одну-единственную формулу».

Simplex sigillum veri (Простота — печать истины) — это девиз, начертанный на стене физической аудитории Гёттингенского университета.

По большому «гамбургскому» счету Теория физических структур удовлетворяет высшему критерию Простоты, как в случае знаменитой Теоремы Ферма; проста постановка задачи, прост окончательный ответ.

Что же касается самого решения, полученного моим бывшим аспирантом, а ныне доктором физико-математических наук Геннадием Григорьевичем Михайличенко, то оно по трудности может быть сравнимо лишь с покорением восьмитысячника — с заветной мечтой каждого Мастера спорта по альпинизму.

Образно говоря, физическая структура, объединив в сакральном уравнении хорошо известные ранее математические структуры (вещественные числа, непрерывные и достаточно гладкие функции многих числовых переменных) оживила их, заставив генерировать в виде единственно возможных решений сакрального уравнения новые математические структуры, представляющие собой прообразы фундаментальных законов физики и геометрии.

Итак, Теория физических структур представляет собой попытку взглянуть на Мир в целом как бы сверху, с вершины некоторой сакральной пирамиды.

Другими словами, Теория физических структур представляет собой новый, неизвестный ранее, раздел математики, соединяющий физическую реальность с единым Планом Творения.

Алгебродинамика: кватернионный код вселенной

В. В. Кассандров

Институт гравитации и космологии,
Российский Университет дружбы народов,
Орджоникидзе, 3, Москва 117198 Россия

vkassan@sci.pfu.edu.ru

§ 1. Введение. Пифагорейская программа

Мир *прост* и *не случаен*. Не хочется верить, что для нас он всегда будет представляться некоторым случайным набором «воспроизводимых» и «объективных» явлений — корреляций между наблюдаемыми событиями, так называемых «Законов Природы», смысл и происхождение которых совершенно не ясны и, на взгляд большинства физиков и философов, недоступны для нашего понимания. Их позиция вполне последовательна и даже прагматична: именно она позволила открыть множество неизвестных сущностей и закономерностей окружающего нас микро- и макромира и способствовала созданию новых технологий. Но, боже мой, как же ограничена она даже в сравнении со взглядами древних мыслителей — Пифагора, Платона, Плотина. Никогда в рамках этой, ныне господствующей парадигмы не удастся приблизиться к ответу на «вечные» вопросы: что есть *сознание, воля, жизнь*? Какова природа *времени, движения, эволюции*? Или более конкретные: сколько «скрытых» размерностей имеет физическое пространство-время (и почему «видимых» только три плюс одна)? Чем объясняется наблюдаемый набор физических полей и спектр частиц? Какова природа безразмерных «магических» констант, в том числе «больших» космологических чисел? В чем причина квантового (стохастического?) поведения частиц? Как влияет Вселенная на свойства индивидуального объекта (принцип Маха)? Каково *происхождение* точных и приближенных фундаментальных симметрий — лоренцевой, калибровочной, дискретных (CPT-) симметрий и др.?

В поисках ответа на эти кардинальные вопросы мы неизбежно возвращаемся к взглядам великих натурфилософов древности. Если верить в неслучайность, в *осмысленность* воспринимаемого нами Мира, то следует верить и в существование *сверхзакона* — единого Принципа, *Кода Природы*, предопределяющего структуру физической Вселенной, возникновение «наблюдателя» и даже все дарованные нам «степени свободы», согласованные со сверхзаконом. Все без исключения первичные сущности — пространство, время, движение, развитие, сознание и др. — должны иметь свое представление, соответствующую кодировку на языке первичного Принципа. А язык этот может, скорее всего, иметь чисто абстрактную *логико-числовую* природу, поскольку более общего и универсального языка мы не знаем (может быть, не знаем пока?).

Такого рода «неопифагорейская» философия наряду с *антропным принципом* постепенно становится популярной в современной теоретической физике, в том числе в теории *суперструн* [7]. Наряду с этим, однако, данная «супертеория», претендующая на объяснение (малой части) упомянутых выше фундаментальных физических проблем, без колебаний использует практически весь известный арсенал идей «старой» физики — лагранжев подход, калибровочный принцип, процедуры квантования и др., никоим образом не обосновывая происхождение *самих* этих принципов и процедур и, по существу, принимая их незыблемость на веру.

Исповедуемая нами последовательная *неопифагорейская* философия гораздо более радикальна. В ней в качестве единственной основы физической теории выбирается некоторая математическая структура, исключительная по своим внутренним свойствам. Предполагается, что, забыв на время обо всех известных физических законах и наблюдаемых явлениях, необходимо, по возможности полностью, изучить внутренние свойства структуры *самой по себе*. И лишь в самом конце, *если* и *когда* физическая интерпретация «объектов», возникающих из ассоциированных с первичной структурой геометрий, распределений, особенностей и т. п., станет очевидной, следует сравнить свойства таких «предматериальных» образований со свойствами реальных частиц, а геометрию — с геометрией физического пространства-времени [12]. Иначе мы снова окажемся в плену известных нам парадигм и способов описания реальности, которые могут не иметь ничего общего с истинным языком Природы.

Наиболее просто и естественно могут быть связаны с физической реальностью исключительные алгебраические структуры (*гиперкомплексные числа* в широком смысле слова). В них уже имеются естественные понятия «предпространства», физических «предполей» — аналогов аналитических функций комплексного переменного — и даже «предматериальных образований», определяемых полюсами гиперкомплексных функций-отображений. Как и в случае групп Ли, существует развитая классификация конечномерных линейных алгебр, которая выделяет среди этих структур несколько исключительных, в их числе некоммутативную *алгебру кватернионов*. Свойства кватернионов [9, 8], имеющих $(3 + 1)$-структуру (3 «мнимых» и одну «действительную» единицы) и группу симметрии 3-х мерного евклидова пространства, настолько поразили их первооткрывателя, выдающегося физика и математика У. Р. Гамильтона [6], что еще задолго до открытия специальной теории относительности он и его последователи пытались вывести физическую геометрию и механику из внутренних свойств алгебры кватернионов (сопоставляя, в частности, действительной единице физическое время).

Однако геометрия Минковского имеет, на первый взгляд, мало общего с кватернионными геометриями, а обобщение комплексного анализа на некоммутативную алгебру кватернионов оказалось весьма трудной задачей, которая считается не решенной до сих пор [1]. Отчасти по этим причинам к началу XX века кватернионный «бум» в физике практически «сошел на нет», а кватернионы стали использоваться лишь в качестве удобного аппарата описания навигационных и механических задач. Что же касается фундаментальной физики, то там с целью обеспечения релятивистской инвариантности в основном использовалось комплексное расширение алгебры кватернионов — алгебра *бикватернионов* **B**. При этом векторное пространство алгебры кватернионов расширяется до вещественно 8-мерного (4-мерно комплексного), лишь одним из подпространств которого является само пространство Минковского **M**. Ограничивая на **M** допустимые значения координат (при этом функции **B**-переменного — физические поля — могут принимать значения во всем 8-мерном пространстве), можно записать в компактной бикватернионной форме все основные уравнения релятивистской физики [2].

Очевидно, однако, что подобная процедура довольно искусственна и не основана на внутренних свойствах рассматриваемой алгебры. С другой стороны, не существует (по крайней мере ассоциативных) алгебр 4-го порядка с группой симметрий (группой *автоморфизмов*), изоморфной группе Лоренца. Поэтому в рамках алгебраической программы вполне естественно рассмотрение алгебр более высокой размерности, в том числе бикватернионов или *октонионов* в качестве структур, кодирующих *расширенное* физическое пространство-время, т. е. предопределяющих существование дополнительных (скрытых) измерений. Предполагается, что при этом сама алгебраическая структура должна выявить и причину геометрического различия между наблюдаемыми и скрытыми размерностями.

Многие авторы пытались придать физический смысл «мнимым» координатам алгебры бикватернионов. Их свойства и возможная физическая интерпретация рассматривалась в вышедшей посмертно книге В. Я. Фридмана [20], поэтически назвавшего бикватернионы *алгеброй кентавров*. Кватернионная теория относительности и концепция *трехмерного времени* на основе алгебры бикватернионов развивается А. П. Ефремовым [8, 26]. Такого рода подходы тем более оправданы, что комплексное расширение пространства Минковского естественно возникает и в других разделах теоретической физики, в том числе в *твисторной* теории [17] и в общей теории относительности [36]. Возможно также рассмотрение алгебраических структур, приводящих к физической геометрии, отличной от геометрии Минковского: так, Д. Г. Павлов [16] на основе 4-мерной алгебры «поличисел» (коммутативных гиперкомплексных чисел) приходит к *финслеровой* геометрии пространства-времени «пирамидального» типа, лишь приближенно и в малых участках пространства-времени соотвествующей лоренцевой геометрии. Однако отсутствие непрерывных симметрий (автоморфизмов) и тривиальность анализа над коммутативно-ассоциативными алгебрами [5] делают их малоперспективными в качестве кандидата на роль фундаментальной *алгебры пространства-времени.*

Новые возможности физической интерпретации комплексного пространства-времени появляются в рамках развиваемого автором *алгебродинамического* подхода, основанного исключительно на бикватернионном анализе и последовательной неопифагорейской философии. В «алгебродинамике» физические поля рассматриваются как дифференцируемые функции **В**-переменного, а в качестве первичных уравнений поля выступают ранее сформулированные нами условия **В**-дифференцируемости. Необычным и интересным свойством предложенного обобщения уравнений Коши—Римана является их *нелинейность*, являющаяся прямым следствием *некоммутативности* алгебры **В** и приводящая, с другой стороны, к теории полей с «самодействием» и к феномену *взаимодействующих частицеподобных образований*, сопоставляемых с особыми точками этих полей — с их *сингулярностями.* Самосогласованная **В**-алгебродинамика построена в работах автора и представлена в монографии [10]; ее основные результаты изложены в разделе 2.

Обобщенные нелинейные уравнения Коши—Римана, составляющие математический базис **В**-алгебродинамики, тесно связаны с твисторной геометрией Р. Пенроуза и, как следствие, со структурой пучков светоподобных прямолинейных «лучей» (так называемых *изотропных конгруенций*) специального вида. На таком языке частицы предстают как фокальные точки этих конгруенций, т. е. как известные из геометрической оптики *каустики.* Этот первичный светоподобный поток, порождающий, с точки зрения алгебродинамики, всю материю Вселенной (включая и частицы «видимого» света) и получивший название *Предсвета*, может рассматриваться как уникальная, релятивистски инвариантная разновидность *эфира.* Этот же поток естественно трактовать и как *Поток Времени*, определяющий универсальный и равномерный ход физического времени во Вселенной. Структура первичного потока Предсвета, тесно связанная с *многозначностью* основного **В**-поля, рассматривается в разделе 3.

В разделе 4 представлены новые результаты, связанные с изучением возможного физического значения дополнительных «мнимых» координат комплексного пространства-времени. Анонсирована теорема, обобщающая известное в ОТО представление Ньюмена и утверждающая, что источником любой светоподобной конгруенции вышеупомянутого типа является одномерный комплексный объект — *комплексная струна*, — «живущая» в полном 8-мерном пространстве алгебры **B** и эволюционирующая в «комплексном времени». Показано, что богатая структура стабильных изолированных точечных частиц-сингулярностей возникает при этом не на 4-мерном «срезе», отвечающем пространству Минковского, а на *пятимерном* подпространстве, в котором дополнительная координата («мнимое время») оказывается тем не менее динамически вырожденной, не дает вклада в наблюдаемую метрику и не изменяет, в частности, свойства определенного в 4-х мерии Потока Времени-Предсвета.

Отметим здесь еще, что общая программа (своего рода *манифест*) построения фундаментальной физической теории на основе последовательной пифагорейской философии и современной математики изложена в последнем разделе статьи автора [12].

§ 2. Бикватернионная алгебродинамика

В радикальной парадигме **B**-алебродинамики все физические законы и явления предполагается получать как следствия единственных *условий дифференцируемости* функций гиперкомплексного переменного (условий типа Коши—Римана), которые для некоммутативной (но ассоциативной) алгебры бикватернионов могут быть записаны через дифференциалы в следующем инвариантном виде [10, 27, 30]

$$dF = L * dX * R, \tag{2.1}$$

где $F = F(X)$ — бикватернион-функция бикватернионного переменного X, а $L = L(X), R = R(X)$ — некоторые вспомогательные **B**-функции (так называемая левая и правая «полупроизводные» основной функции); звездочка означает умножение в алгебре **B**. Соотношения (2.1) на самом деле представляют собой естественное обобщение условий Коши—Римана комплексного анализа. Однако аналогом уравнения Лапласа в случае алгебры бикватернионов становится уравнение (комплексного) «светового фронта» — нелинейное лоренц-инвариантное уравнение *комплексного эйконала* (УКЭ) [10]

$$\left(\frac{\partial S}{c\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = 0. \tag{2.2}$$

Аналогично условию комплекной гармоничности, УКЭ с необходимостью выполняется для каждой компоненты основной **B**-функции как следствие первичных условий (2.1) и в алгебродинамическом подходе выступает как единственное фундаментальное уравнение физического поля. Все другие поля, в том числе спинорные и калибровочные, являются здесь вторичными, могут быть построены через поле эйконала и, на решениях УКЭ, удовлетворяют известным в физике релятивистским уравнениям (см.ниже).

В работе автора [29] была найдена релятивистски-инвариантная форма *общего решения* УКЭ, состоящая, как оказалась, из двух существенно различных классов. Один из них геометрически соответствует специального вида «изотропным конгруенциям», т. е. пучку светоподобных «лучей», ортогональных к поверхностям волнового фронта (постоянного эйконала); его описание известно уже с работы Р. П. Керра и др. [25]. С каждым из решений этого класса может быть ассоциирован богатый набор физических полей и геометрий. Выбрав некоторое решение данного класса в качестве фундаментального, «Мирового» решения, мы можем рассматривать поле эйконала как *нелинейный аналог известных из квантовой теории релятивистских полей.* При этом замечательным образом *особенности* Мирового решения принадлежат поверхностям $S = 0$, где функция $S = S(x, y, z, t)$ также удовлетворяет УКЭ и принадлежит при этом уже ко второму, сопряженному классу, полное описание решений которого также было дано в нашей работе [29]. Таким образом, эйконал в **B**-алгебродинамике выполняет две различные функции, представляя собой как фундаментальное поле, так и величину, определяющую поверхности разрыва волновых фронтов. Именно эта вторая функция эйконала хорошо известна из волновой оптики и теории относительности, в то время как первая представляется достаточно неожиданной.

Заметим, что *комплексность* эйконала в алгебродинамическом подходе приводит к интересному следствию: существованию *статических* решений, очевидно запрещенных для эйконала вещественнозначного (в силу положительной определенности нормы градиента эйкональной функции). Интересные решения такого рода представлены в ряде работ [29, 13, 23] и, как выяснилось, тесно связаны с *солитонными* решениями современных моделей глюодинамики типа Фаддеева—Ниеми.

Описание «керровского» класса решений УКЭ и соответствующих ему так называемых *бессдвиговых* конгруенций светоподобных лучей, вообще говоря, требует введения понятия *твистора* [17], но может быть пояснено очень просто. Рассмотрим поле единичного «вектора направления» $\mathbf{n}$, касательного к лучам конгруенции. Этот вектор имеет одно-однозначное представление через комплекснозначную функцию $G(X)$ вида

$$\mathbf{n} = (1+\bar{G}G)^{-1}\{(G+\bar{G}),\ -i(G-\bar{G}),\ (1-\bar{G}G)\}, \quad \mathbf{n}^2 \equiv 1 \qquad (2.3)$$

(при этом две степени свободы вектора направления соответствуют вещественной и мнимой частям комплексной функции G). В формализме алгебродинамики именно поле $G(X)$, сопоставляемое исходной функции бикватернионного переменного, является основным. Это поле может быть чрезвычайно сложным, иметь особенности (полюса, точки ветвления), в том числе быть многозначным (см. ниже). Однако теорема Керра [25] позволяет в принципе найти его для любого решения чисто алгебраически; эта процедура описана (на простом математическом языке) в работах [11, 13, 31].

Отметим, что полученное таким образом поле $G(X)$ в известном смысле уникально, поскольку тождественно удовлетворяет не только уравнению комплексного эйконала, но и *линейному волновому уравнению*, а из его вторых производных инвариантным образом строятся напряженности электромагнитного поля и поля Янга—Миллса, автоматически удовлетворяющие свободным уравнениям Максвелла и Янга—Миллса соответственно. Более того, ассоциированный с сингулярностями этого электромагнитного поля электрический заряд автоматически оказывается *целократным некоторому минимальному, «элементарному» заряду*. Общая теорема квантования заряда в бикватернионной алгебродинамике была доказана в работах [11, 31]. Из ОТО известно также, что через то же поле можно определить и некоторую эффективную *риманову метрику*.

Сингулярности электромагнитного и янг-миллсовского полей, как и поля кривизны ассоциированной римановой метрики, соответствуют *точкам ветвления* основного поля $G(X)$ и совпадают между собой, естественным образом определяя некоторую систему *частицеподобных объектов — общего источника всех ассоциированных с конгруенцией физических полей и самой конгруенции*. Изолированные частицеподобные сингулярности могут представлять собой замкнутые «струны», «мембраны» или же быть точечными. Эти образования демонстрируют нетривиальную динамику, включающую перестройки, «аннигиляцию» и т. п., и имеют некоторые характеристики, присущие реальным частицам (элементарный электрический заряд, дираковское гиромагнитное отношение и др.). Многочисленные примеры бессдвиговых конгруенций, соответствующих им полей и их сингулярной структуры приведены в работах [28, 13] и др.

Таким образом, структура первичных уравнений алгебродинамики — условий **B**-дифференцируемости (2.1) — приводит к самосогласованной концепции частиц как сингулярностей системы «взаимодействующих» полей. При этом регулярная часть полевых функций сама предопределяет как положение частиц-сингулярностей, так и их временную эволюцию. Очевидно также, что никакой проблемы расходимостей, типичной для ортодоксального подхода, здесь не возникает, поскольку положение и форма сингулярностей хорошо определены для любого, как угодно сложного решения УКЭ (см. подробнее [13]).

§ 3. Предсветовой эфир, частицы-каустики, поток времени

Мы видим, что за компактной и математически строгой формой исходных уравнений (2.1) действительно скрыт некий «виртуальный» мир, в котором уже есть «предпространство», «предвремя», имеются аналоги известных в физике полей, «предматериальные» частицеподобные частицеподобные образования и т. п. Не используя лагранжева подхода, удается лишь на базе этих уравнений построить самосогласованную и реалистичную классическую теорию поля (в которой, более того, некоторые характеристики частиц оказываются *автоквантованными*). Однако, несмотря на внешнее сходство алгебродинамической теории поля с нелинейной электродинамикой, с топологической теорией электромагнетизма и др., эта теория имеет ряд уникальных свойств, связанных в том числе с существованием первичной «предсветовой» структуры — *бессдвиговой светоподобной конгруенции* (БСК) — и соответствующего ей фундаментального поля комплексного эйконала.

Действительно, если вид полей $G(X)$ и $\mathbf{n}(X)$ в фиксированный момент времени, как и пространственное расположение и форма их особенностей, может быть чрезвычайно сложным, то *эволюция* этих полей во времени универсальна и чрезвычайно проста. А именно, поскольку в плоском и «пустом» пространстве Минковского световые лучи распространяются по прямым с фундаментальной и постоянной скоростью c, то поля G и $\mathbf{n}$ будут «переноситься» вдоль лучей, т. е. *воспроизводить* свои значения вдоль локально заданных вектором $\mathbf{n}$ направлений.

Хорошим аналогом такой эволюции в классической электродинамике является распространяющаяся в вакууме электромагнитная волна общего вида: ее электромагнитное поле переносится со скоростью света вдоль лучей, т. е. вдоль локально определенных направлений, перпендикулярных поверхностям волнового фронта. Однако если в электродинамике электромагнитные волны представляют собой хотя и важный, но лишь *один* из возможных классов решений уравнений Максвелла, здесь БСК определяет структуру *любого* решения первичных уравнений поля (2.1) и следующего из них УКЭ.

С другой стороны, ассоциированные с конгруенцией электромагнитное и другие поля вовсе не обязаны переноситься вместе с первичным полем $G(X)$ с фундаментальной скоростью, поскольку определены через вторые производные от функции $G(X)$ по координатам. Именно поэтому в теории и могут существовать заряженные частицеподобные образования, в том числе покоящиеся или движущиеся с досветовыми скоростями. «Световая река» течет всегда с одной и той же скоростью c , в то время как сформированные из составляющих ее лучей «вихри»-частицы могут, как в калейдоскопе, образовывать неповторимые комбинации и двигаться внешне независимым от светового потока образом со скоростью, меньшей или равной (см. ниже) скорости потока c.

Естественно предположить, что при этом сам первичный световой поток является «предматериальной» сущностью и не регистрируется обычными физическими приборами. Наблюдатель всегда имеет дело только с частицами, являющимися «уплотнениями» этого потока, его фокальными точками, в которых соседние лучи «самопересекаются». Эти точки могут образовывать одномерные («струноподобные») или даже 2-мерные множества. В геометрической оптике пространственно протяженные фокусы пучков световых лучей носят название *каустик*. Таким образом, *в алгебродинамике частицы рассматриваются как каустики первичной светоподобной конгруенции.* При этом *видимый* свет также естественно рассматривать как множество специального вида частиц-каустик, движущихся вместе с порождающим их первичным светоподобным потоком. Примеры решений с такого рода «фотоноподобной» структурой сингулярного множества приведены в работах [28, 13].

Мы приходим, таким образом, к замечательно красивой картине физического Мира, возникающей в алгебродинамике. Предположительно, существует некоторое «Мировое решение» для первичного комплекснозначного поля G, *описывающее всю структуру и эволюцию Вселенной.* Это решение, которое в принципе можно получить из некоторой генерирующей «Мировой функции» с помощью алгебраической процедуры (используя вышеупомянутую «теорему Керра»), определяет сложную светоподобную конгруенцию специального вида, так что все пространство оказывается плотно заполненным пучком прямолинейных светоподобных лучей, 3-мерной «световой рекой». Этот первичный поток невидимого света, дающий начало всем материальным образованиям в местах «сгущений», фокусировки, в нашей работе [12] получил название «потока Предсвета».

Предсветовой поток может рассматриваться как исключительная, *релятивистски инвариантная форма «Мирового Эфира»*, имеющего одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета и (в отличие от старых моделей эфира как среды, в которой распространяется видимый свет) самого сформированного *светом невидимым, первичным — Предсветом.*

На самом деле возникающая картина еще более интересна и впечатляюща. Дело в том, что типичная комплексная функция, описывающая первичное поле $G(X)$ (и получающаяся из решения алгебраического уравнения), *многозначна.* Естественно предположить, что для сверхсложного Мирового решения количество значений поля — физических «мод» — в каждой точке или очень велико, или даже бесконечно (соответствующие элементарные примеры таких функций хорошо известны из комплексного анализа). Каждая из мод определяет некоторый «предсветовой» луч, т. е. в соответствии с (2.3) — локальное направление $\mathbf{n}$, вдоль которого она переносится без изменений с фундаментальной скоростью. Таким образом, в каждой точке имеется очень большое, если не бесконечное, число различных лучей, локально независимых и не влияющих друг на друга, но глобально связанных между собой через единую структуру многозначного комплексного G-поля. Первичный предсветовой поток оказывается при этом *состоящим из огромного числа составляющих «субпотоков», представляя собой их прямую суперпозицию.*

Каждая пара таких субпотоков глобально формирует, вообще говоря, свою систему частиц-каустик. Следует ожидать, в частности, что в точках фокусировки *трех и более* субпотоков возникающие каустики будут иметь другие топологические и динамические характеристики, что предоставляет одну из возможностей решения проблемы классификации элементарных частиц (см. ниже, раздел 4). Заметим, что интересный пример конгруенции, имеющей четыре моды и демонстрирующей нетривиальную динамику частиц-каустик, описан в нашей работе [13].

Что же касается детальной структуры Мирового решения или генерирующего его Мировой функции, то в парадигме последовательной неопифагорейской философии она, безусловно, должна быть связана со свойствами выделенных математических структур — исключительных отображений, особых групп и т. п. Разумно предполагать, что эта гипотетическая «сверхструктура» может оказаться ответственной за *фрактальный* характер возникающих распределений частиц-каустик в пространстве и во времени (например, через известную процедуру использования последовательности отображений). Пока, однако, мы можем с уверенностью говорить лишь о тех свойствах предсветового потока и структуры его каустик, которые *не зависят от конкретного вида Мировой функции.*

В частности, как отмечалось выше, для *любого*, как угодно сложного Мирового решения в *каждой точке* пространства-времени определен набор выделенных направлений, вдоль каждого из которых отвечающая ему мода «эфирообразующего» поля G переносится без изменений, т. е. *с 4-мерной точки зрения постоянна.* Координата (монотонно возрастающий параметр) вдоль этих прямолинейных направлений-лучей может естественным образом рассматриваться как *прообраз локального физического времени*, а перенос поля G с фундаментальной скоростью вдоль этих направлений (в 3-мерной картине) — как *ход времени.* Предсветовой поток становится в таком случае и *Потоком Времени.* Проблема времени в алгебродинамике (вплоть до возможности строгого *определения физического времени как такового!*), ее связь с концепцией времени Н. А. Козырева [15] и «тонкая структура» Потока Времени, определяемая многозначностью первичного комплексного поля, заслуживают отдельного рассмотрения [14] (см.также [12, 13]).

Заметим в заключение, что для детального описания феномена времени, также как и структуры частиц-каустик, необходимо, в частности, более глубокое понимание истинной геометрии физического пространства-времени, природы его наблюдаемой размерности, сигнатуры и топологии. В контексте развиваемой здесь бикватернионной алгебродинамики следует выяснить, может ли комплексная (вещественно 8-мерная) предгеометрия пространства алгебры **B** по каким-то внутренним топологическим (или связанным, например, с динамикой частицеподобных образований) причинам естественным образом редуцироваться к наблюдаемой геометрии пространства Минковского, и предложить разумную физическую интерпретацию «лишних» измерений. К обсуждению этих вопросов мы и переходим ниже.

§ 4. Комплексная струна и 5-мерное пространство-время

В поисках физического смысла 4-х дополнительных измерений, определяемых комплексным характером алгебры бикватернионов **B**, очень полезным оказывается представление о «генерирующем заряде» в комплексном пространстве. Оно было предложено Е. Т. Ньюменом [35, 36, 37] в связи с поисками решений уравнений ОТО.

Рассмотрим «воображаемый» точечный заряд, движущийся по некоторой комплексной «мировой линии» $Z_a = Z_a(\tau)$, где $\{Z_a,\ a = 1, 2, 3\}$ — три «пространственные» комплексные координаты, $\tau \in \mathbf{C}$ — комплексное «время». Пусть этот заряд непрерывно «излучает» светоподобные лучи, т. е. некоторое поле (у нас — поле $G(Z)$), распространяющееся по «комплексным» прямым от заряда с фундаментальной скоростью. Рассмотрим теперь *ограничение* этого поля (и соответствующего ему поля направлений $\mathbf{n} = \mathbf{n}(Z)$, см. (2.3)) на действительный «срез» этого 4-мерного комплексного пространства, т. е. на пространство Минковского $\mathbf{M}$. Тогда на этом «срезе» возникает светоподобная конгруенция рассмотренного выше специального вида, а именно *бессдвиговая (изотропная) конгруенция* (БСК), и соответствующие ей особенности-каустики.

В простейшем случае, если генерирующий заряд q покоится в «Зазеркалье» на расстоянии a от физического «среза» $\mathbf{M}$, на этом срезе возникает хорошо известная в общей теории относительности двузначная «закрученная» *конгруенция Керра* с особенностью, имеющей вид *кольца* радиуса a. Эта конгруенция тесно связана с метрикой и электромагнитным полем, по современным представлениям отвечающим массивной, заряженной и вращающейся звезде. С другой стороны, «керровское кольцо» удивительным образом обладает гиромагнитным отношением, соответствующим частице спина $s = \hbar/2$ (а в алгебродинамическом подходе, кроме того, и элементарным электрическим зарядом $q = e$). Многие авторы (Carter, Lopes, Burinkii, Newman, Kassandrov, Rizcalla) пытались поэтому интерпретировать это решение в качестве *модели электрона*. Разного рода преобразования симметрии и обобщения этого решения рассматривались в работах А. Я. Буринского [3, 24], В. В. Кассандрова и Дж. А. Ризкалла [30] и других авторов.

Очевидно, однако, что такой «заряд-матка», движущейся в комплексном пространстве, генерирует БСК очень частного, хотя и интересного вида. Более того, БСК, генерируемые «зарядом-маткой», движущимся по комплексной кривой *общего вида*, имеют на $\mathbf{M}$, как правило, неустойчивые и/или неограниченные в 3-мерном пространстве особенности «струнного» типа. Поэтому главная проблема состоит в том, чтобы найти возможность построения БСК с очень большим (или даже бесконечным) числом *изолированных*, *ограниченных* в 3-мерном пространстве и (с точностью до перестроек, моделирующих взаимопревращения частиц) *устойчивых* особенностей. Для этого следует попытаться найти обобщение представления «заряда-матки» Ньюмена. Эта задача была недавно решена, и ниже мы представляем (в математически упрощенной форме) основной результат работы [33].

Аналитическая БСК общего вида может рассматриваться как результат «излучения» комплексных светоподобных лучей «комплексной струной» $Z_a = Z_a(\lambda, \tau)$, $\lambda, \tau \in \mathbf{C}$, т. е. 1-мерным комплексным образованием, локализованным в 3-мерном комплекном пространстве (Z_a — координаты точек струны, λ — комплексный параметр «вдоль» струны) и эволюционирующим при изменении комплексного «временного» параметра τ.

Иными словами, БСК имеет, как правило, источником 2-мерное (комплексно одномерное) образование, «живущее» в 6-мерном (комплексно 3-мерном) расширении 3-мерного физического пространства и изменяющее свое расположение в нем с течением «комплексного времени». Лишь в частных случаях эта струна может вырождаться в нульмерное образование, т. е. в «заряд-матку» Ньюмена.

Посмотрим теперь на структуру особенностей БСК, генерируемой комплексной «струной-маткой» на 4-мерном физическом «срезе» $\mathbf{M}$. А именно, для произвольного *вещественного* момента времени $t = \Re(\tau)$ потребуем, чтобы три координаты точек струны $Z_a = x_a + iy_a$ были бы вещественными. Мы должны, следовательно, удовлетворить трем уравнениям $y_a = \Im(Z_a) = 0$, располагая при этом лишь двумя степенями свободы, отвечающими произволу выбора комплексного параметра струны λ. Очевидно, это в общем случае невозможно, и на самом деле точечные особенности будут возникать на $\mathbf{M}$ *лишь в определенные дискретные моменты времени* t, исчезая мгновенно вслед за этим. Подобную структуру естественно было бы назвать системой *инстантонов*, хотя в квантовой теории поля этот термин имеет другой смысл. Что касается стабильных частицеподобных образований (точечных либо протяженных), то их появления на $\mathbf{M}$ ожидать в общем случае не приходится.

Есть ли выход из этой, физически малопривлекательной ситуации? Он очень прост и состоит в предположении, что на самом деле в качестве расширенного физического пространства-времени следует рассматривать не четырехмерное пространство Минковского $\mathbf{M}$, а *пятимерное* пространство, возникающее за счет рассмотрения *мнимой части* s *комплексного времени* $\tau = t + is$ в качестве существенной дополнительной координаты. В этом случае при *любом вещественном* моменте физического времени t мы уже можем рассчитывать обратить в ноль мнимую часть трех координат Z_a для (счетного числа) значений трех параметров $\{s, \Re(\lambda), \Im(\lambda)\}$.

Таким образом, на 5-мерном «срезе» $\mathbf{F} = \mathbf{M} + \mathbf{S_1} = \{x_a, t, s\}$ полного 8-мерного пространства алгебры $\mathbf{B}$ мы будем наблюдать, для БСК достаточно общего вида, *систему большого (или даже бесконечного) числа точечных особенностей, непрерывно изменяющих свои «пространственные» координаты и, вообще говоря, координату* s *с течением физического времени* t. Очевидно, что это куда больше соответствует наблюдаемой физике, однако остается неясным вопрос о смысле дополнительной координаты s и о причинах ее ненаблюдаемости как *геометрического* измерения.

Перед обсуждением смысла пятой координаты в алгебродинамике необходимо отметить, что гипотеза о существовании дополнительного измерения пространства-времени имеет давнюю и интересную историю. В теоретической физике с разными целями она еще в 20–30-е годы XX века вводилась Манделем, Клейном, Фоком, Калуцей, Бергманом и др. Яркие и убедительные доводы в пользу возможного существования пятой координаты можно найти в монографии Ю. Б. Румера [19]. Заметим, что во многих работах по пятимерию основной исходной структурой являлось уравнение 5-эйконала, что вполне соответствует алгебродинамической схеме. В последнее время гипотеза о 5-мерной структуре пространства-времени активно пропагандировалась и развивалась, в частности, в работах Ю. С. Владимирова [4], В. Г. Кречета [32], С. С. Кокарева [34], Ю. П. Пытьева [18] и других авторов. Разумеется, во многих работах рассматривались и варианты теорий с гораздо большим числом измерений. В настоящее время это направление известно под именем теорий Калуцы-Клейна и развивается в том числе в рамках теории суперструн и супергравитации.

Однако вопрос о геометрическом и физическом смысле и о *числе* дополнительных координат по существу остается столь же неясным, как и во времена Манделя и Калуцы. Обычно предполагается *замкнутость* пространства по дополнительным координатам с микроскопическими значениями радиусов (порядка комптоновской длины волны элементарных частиц или, в суперструнных теориях, порядка «планковской длины» $\approx 10^{-33}$ см). Однако очевидно, что необходим общий принцип, фиксировавший бы сигнатуру, топологию и число измерений исходного расширенного «предпространства», как и процедуру *размерной редукции*, объяснявшую бы наблюдаемую структуру 4-мерного пространства-времени Минковского.

После краткого исторического отступления вернемся теперь к рассмотрению физического смысла пятой координаты, возникающей в алгебродинамическом подходе и связанной с мнимой частью «комплексного времени» $\tau = t + is$. Как подчеркивалось выше, вся динамика физических полей и частиц в алгебродинамике генерируется светоподобной структурой БСК, которая, в свою очередь, определяется фундаментальным полем G и соответствующим ему согласно (2.3) полем направлений $\mathbf{n}$, вдоль которых это поле распространяется с фундаментальной скоростью. Эта картина имеет место на 4-мерном «срезе» Минковского $\mathbf{M}$. В полном же комплексном пространстве алгебры $\mathbf{B}$ уравнение светового луча («комплексного светового конуса») будет иметь вид

$$(\Delta Z_1)^2 + (\Delta Z_2)^2 + (\Delta Z_3)^2 = (\Delta\tau)^2 \tag{4.1}$$

и распадается на два вещественных уравнения. Однако на 5-мерном «срезе» $\mathbf{F}$, считая «пространственные» координаты вещественными, а время комплексным, имеем вместо уравнения (4.1)

$$(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2 = (\Delta t + i\Delta s)^2, \tag{4.2}$$

так что должно выполняться два условия вида

$$(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2 + (\Delta s)^2 = (\Delta t)^2, \qquad 2\Delta t\Delta s = 0, \tag{4.3}$$

из которых, отбрасывая тривиальный случай $\Delta t = 0$ (при этом в левой части стоит сумма 4-х квадратов, так что все приращения обращаются в нуль), приходим к единственно возможному условию $\Delta s = 0$, так что

$$(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2 = (\Delta t)^2, \tag{4.4}$$

и 5-мерный световой конус редуцируется в обычный 4-мерный, а пятая координата остается постоянной вдоль каждого из световых лучей, проходящих через произвольную начальную точку.

Таким образом, дополнительная координата s имеет здесь *динамически* особый статус, отличный от 3-х обычных пространственных координат. Эта координата «заморожена», остается постоянной вдоль любого из «предсветовых» лучей, проходящих через некоторую точку, и потому не вносит вклада в локальную метрику физического пространства, остающегося для наблюдателя трехмерным.

Что же касается временной координаты t, то она по-прежнему может быть определена как локальный параметр вдоль направления любого из предсветовых лучей, направления, вдоль каждого из которых соответствующая мода первичного поля постоянна (с 4-мерной точки зрения). Поэтому все характерные свойства временной координаты и свойства Потока Времени вообще, кратко обсуждавшиеся выше, не изменяются при введении дополнительной пятой координаты. Заметим еще, что концепция «евклидова» и «комплексного» времен используется в квантовой теории (в частности, для обеспечения сходимости функциональных интегралов), а также вводилась А. Д. Сахаровым [21] и активно развивается С. Хокингом [22] в связи с космологическими моделями образования и эволюции Вселенной.

Рассмотрим теперь подробнее динамику точечных частицеподобных образований-особенностей, имеющую место на пятимерном «срезе» **F**. С учетом их происхождения как точек пересечения с **F** генерирующей комплексной струны, а также явной преждевременности их идентификации с электронами или с каким-либо другим типом элементарных частиц, можно было бы условно назвать их «маркеонами» (от английского «mark» — метка). В силу очевидных топологических причин все маркеоны абсолютно устойчивы, бесструктурны и тождественны друг другу.

С математической точки зрения *маркеоны*, как и вся комплексная струна, представляют собой особенности БСК более сильные, чем обычные каустики, являются *особенностями каустик* (в английской литературе для них принят термин «cusps»). Что же касается общей структуры каустик, то она описывается уравнением «комплексного светового конуса», который на 5-мерном «срезе» **F** вырождается, согласно выше проведенному анализу, в 4-мерный световой конус СТО, так что особенностями общего вида, наблюдаемыми на **F**, будут не только точечные маркеоны, но и *2-мерные сингулярные световые фронты*, которые заменяют здесь электромагнитные волны классической электродинамики.

В целом, комплексная кватернионная геометрия, в том числе и определяемые ей дополнительные размерности могут, безусловно, преподнести еще много сюрпризов. Основным руководящим принципом дальнейших исследований должно быть строгое следование внутренней логике самих абстрактных структур, логике, не подверженной каким-либо субъективным предпочтениям или господствующим в настоящее время в физике парадигмам. Только тогда, по нашему убеждению, можно рассчитывать на познание подлинной, *сакральной* структуры Мира.

Автор признателен Ю. С. Владимирову, А. П. Левичу и участникам руководимых ими семинаров в МГУ за постоянную поддержку и интересные обсуждения. Мне приятно также поблагодарить П. П. Лахтунова, А. Н. Осипова и А. Н. Сафронова за полезные замечания и советы. Считаю своим долгом отдать здесь дань уважения и признательности

выдающемуся российскому физику-теоретику Александру Васильевичу Пушкину, безвременно ушедшему из жизни летом 2004 года.

Литература

1. *Атья М.* Геометрия и физика узлов. М.: Мир. 1995. С. 184.
2. *Березин А. В., Курочкин Ю. А., Толкачев Е. А.* Кватернионы в релятивистской физике. Минск: Наука. 1989. 247 с.
3. *Буринский А. Я.* // В сб: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Вып. 11. Ред. К. П. Станюкович. М.: Атомиздат. 1980. С. 47–60.
4. *Владимиров Ю. С.* Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий. М.: Изд-во МГУ. 1987. 215 с.
5. *Вишневский В. В., Широков А. П., Шурыгин В. В.* Пространства над алгебрами. Казань: Изд-во КГУ. 1985. Гл. 5.
6. *Гамильтон У. Р.* Избранные труды: Оптика. Динамика. Кватернионы. М.: Наука. 1994. 560 с.
7. *Грин Б.* Элегантная Вселенная: суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. М.: УРСС. 2004. 286 с.
8. *Ефремов А. П.* // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2004. Т. 1. № 1. С. 111–127.
9. *Кантор И. Л., Солодовников А. С.* Гиперкомплексные числа. М.: Наука. 1973. 168 с.
10. *Кассандров В. В.* Алгебраическая структура пространства-времени и алгебродинамика. М.: Изд-во Университета дружбы народов. 1992. 152 с.
11. *Кассандров В. В.* // Вестник РУДН. Физика. 2000. Т. 8. С. 34–45; www.gordon.ru.
12. *Кассандров В. В.* // В сб.: Математика и практика. Математика и культура. Вып. 2. Ред. М. Ю. Симаков. М.: Изд-во «Самообразование». 2001. С. 61–76. www.chronos.msu.ru; www.gordon.ru.
13. *Кассандров В. В.* // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2004. Т. 1. № 1. С. 91–107; www.chronos.msu.ru, www.gordon.ru.
14. *Кассандров В. В.* // В сб: Труды семинара по изучению феномена времени. Ред. А. П. Левич. М.: УРСС. 2005 (в печати).
15. *Козырев Н. А.* Избранные труды. Л.: Изд-во ЛГУ. 1991. 445с.
16. *Павлов Д. Г.* // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2004. Т. 1. № 1. С. 17–30; С. 31–40.
17. *Пенроуз Р., Риндлер В.* Спиноры и пространство-время. Т. II: Спинорные и твисторные методы в геометрии пространства-времени. М.: Мир. 1988. 574 с.
18. *Пытьев Ю. П.* // Вестник МГУ. Физика, астрономия. 1966. № 2. С. 102–108; 1966. № 3. С. 70–80. 1967. № 1. С. 73–81.
19. *Румер Ю. Б.* Исследования по 5-оптике. М.: ГИТТЛ. 1956. 152 с.

20. *Фридман В. Я.* Теория «кентавров» и структура реальности. М.: П-Центр. 1996. 192 с.
21. *Сахаров А. Д.* // ЖЭТФ. 1984. Т.87. С.375–383.
22. *Хокинг С.* От Большого взрыва до черных дыр: краткая история времени. Л.: Амфора. 1998. 184 с.
23. *Adam C.* // E-print. 2003. www.arXiv.org/math-ph/0312031.
24. *Burinskii A. Ya.* // Physical Review D. 2003. V. 67. P. 12024.
25. *Debney G., Kerr R. P., Schild A.* // Journal of Math. Physics. 1969. V. 10. P. 1842–1856.
26. *Yefremov A. P.* // Gravitation & Cosmology. 1995. V. 2. № 1. P.77–83; № 4. P. 335–341.
27. *Kassandrov V. V.* // Gravitation & Cosmology. 1995. V. 1. № 3. P. 216–222; www.arXiv.org/gr-qc/ 0007027.
28. *Kassandrov V. V., Trishin V. N.* // Gravitation & Cosmology. 1999. V. 5. № 4. P. 272–276. www.arXiv.org/gr-qc/0007026.
29. *Kassandrov V. V.* // Gravitation & Cosmology. 2002. V.8. Suppl.2. P.57–62; www.arXiv.org/math-ph/ 0311006.
30. *Kassandrov V. V., Rizcallah J. A.* // In: Geometrical and topological ideas in modern physics. Ed. V. A. Petrov. Protvino: Institute for high energy physics. 2002. P. 199–212.
31. *Kassandrov V. V.* // In: Has the last word been said on classical electrodynamics? Eds. A. Chubykalo, V. Onoochin, A. Espinoza, R. Smirnov-Rueda. Rinton Press. 2004. P. 42–67; www.arXiv.org/physics/0308045.
32. *Krechet V. G.* // Gravitation & Cosmology. 1995. V. 1. № 3. P. 199–204.
33. *Kassandrov V. V.* // In: Proceedings of Int. School on geometry and analysis (in memory of N. V. Efimov). Rostov-na-Donu: Rostov Univ. Press. 2004. P. 65–68.
34. *Kokarev S. S.* // www.arXiv.org/gr-qc/0303050.
35. *Lind R. W., Newman E. T.* // Journal of Math. Physics. 1974. V. 15. P. 1103–1114.
36. *Newman E. T.* // Physical Review D. 2002. V. 65. P. 104005-1/8; www.arXiv.org/gr-qc/0201055.
37. *Newman E. T.* // E-print. 2004. www.arXiv.org/gr-qc/0402056.

Число и геометрия пространства-времени

Д. Г. Павлов

Московский Государственный Технический Университет им. Н. Э. Баумана

finsler@mail. ru

Принято считать, что цепочка классов чисел имеет вид: натуральные—целые—рациональные—действительные—комплексные—кватернионы—октавы. В этом ряду не нашлось места таким представителям чисел, как двойные. Данное обстоятельство кажется тем более не справедливым, что двойным числам соответствуют точки и основные преобразования псевдоевклидовой плоскости, являющейся, как известно, частным случаем господствующей *сегодня в физике псевдоримановой* геометрии. Вместе с двойными числами оказались «позабытыми» их трех- и четырехмерные расширения, которым, в свою очередь, соответствуют линейные финслеровы пространства. В настоящей работе показывается, что геометрические свойства одного из таких четырехмерных пространств в определенном диапазоне параметров не только практически совпадают со свойствами классического пространства-времени Галилея, но также имеют много общего со свойствами пространства Минковского. Таким образом, если предположить, что реальному пространству-времени, вместо геометрии специальной теории относительности несколько более точно соответствует данное финслерово пространство, открываются определенные перспективы, как для развития физических представлений, так и для расширения понятия числа.

Широко известное изречение Пифагора, согласно которому «Все сущее есть число», сегодня принято считать метафорой, имеющей лишь отдаленное соответствие с истинным положением вещей. И дело даже не в кажущемся сегодня наивным желании Пифагора свести все исключительно к рациональным числам, современное знание их действительных и комплексных обобщений — так же мало что меняет. Более того, открытие Гамильтоном обобщений комплексных чисел, названных им кватернионами, тоже не сильно приблизило идею Пифагора свести всю физику к числам. Обоснование не возможности этой красивой идеи обычно связывают с теоремой Фробениуса, которая гласит, что развитие понятия числа, сохраняющего все свойства рациональных чисел, заканчивается на его действительных и комплексных обобщениях. Причем кватернионы обычными числами уже не являются, так как их умножение перестает быть коммутативным. Построенные вслед за кватернионами октавы, еще менее похожи на числа, поскольку их произведение помимо коммутативности утратило и ассоциативность. Казалось бы, специальная теория относительности вновь возродила надежду на обнаружение связи между геометрией физического пространства с самым фундаментальным понятием математики, однако и здесь довольно скоро выяснилось, что ни пространство Минковского, ни какое-то его многомерное расширение так же не имеют непосредственной связи с числами.

Конечно, для большинства физиков отсутствие простых и естественных связей между изучаемыми ими фундаментальными геометриями и числами особой проблемой не представляется. Однако, когда речь заходит о возможности построения так называемой теории ВСЕГО, практически все ученые единодушны в предположении, что базироваться она должна на минимальном количестве наиболее простых и красивых истин, правда при этом, как правило, не уточняется каких. Между тем, с философских позиций наличие тесной связи между физической геометрией и алгеброй, а еще лучше арифметикой — выглядит наиболее естественно, что вполне могло бы быть принято в качестве той самой простой и красивой идеи, которая действительно имеет право лежать в основании всего сущего.

Удивительно, но как минимум один, обходящий отмеченные выше проблемы путь, оказался вне пристального внимания, как физиков, так и математиков, хотя в некоторых вариациях рассматривался и теми и другими. Речь идет о коммутативно-ассоциативных гиперкомплексных числах и соответствующих им линейных финслеровых пространствах. Простейшим примером подобной пары являются псевдоевклидова плоскость и ассоциированная с нею алгебра двойных чисел, иногда еще называемых гиперболически комплексными. Основное отличие данных объектов от их классических комплексных аналогов заключается в том, что фигурирующая в конструкции двойных чисел мнимая единица в квадрате равна не минус, а плюс одному. Это, казалось бы, бесполезное дополнение к действительной единице приводит к зависимости величины модуля двойного числа не от суммы, а от разности квадратов, что, в свою очередь, совпадает с выражением для основного инварианта псевдоевклидовой плоскости — интервала. Тесная связь между рассматриваемой парой не менее глубокая, чем между евклидовой плоскостью и комплексными числами, при этом сложению двойных чисел соответствуют параллельные переносы, а умножению — растяжения и повороты в двухмерном пространстве-времени.

Рассмотренный пример двойных чисел с особой остротой заставляет поставить вопрос, почему только одно одномерное и два двухмерных пространства имеют естественное соответствие с алгебрами? Почему столь же красивая аналогия отсутствует, например, у трех или четырехмерных пространств? Заметим, что запреты теоремы Фробениуса нас теперь не должны ограничивать, поскольку в ее выводах оказался отсутствующим случай двойных чисел, чье соответствие одному из базовых пространств современной физики обеспечивает им полное право считаться фундаментальными математическими объектами.

Специфической особенностью алгебры двойных чисел является то, что она классифицируется как прямая сумма двух действительных алгебр, поэтому в качестве ее многомерных обобщений естественно рассматривать прямые суммы трех, четырех и так далее действительных алгебр. Такие структуры, так же как алгебры действительных, комплексных и двойных чисел, обладают практически всеми обычными арифметическими свойствами, включая коммутативность и ассоциативность произведений. С точки зрения теоремы Фробениуса подобные алгебры не удовлетворительны, так как среди их элементов встречаются делители нуля, то есть числа, не имеющие обратных, и, следовательно, деление на которые не определено. Однако с позиций специальной теории относительности и тесно с ней связанной псевдоевклидовой плоскости наличие делителей нуля не только не мешает физической интерпретации последней, а наоборот является следствием, чуть ли не основной особенности соответствующего пространства: иметь изотропные направления или другими словами световой конус.

Геометрии пространств, возникающих при прямом суммировании трех-, четырех-, и так далее, действительных алгебр не являются ни евклидовыми, ни псевдоевклидовыми, да и вообще — не похожи ни на одну, сколь ни будь, привычную геометрию. Дело в том, что основные инварианты таких геометрий, по сути, представляющие собой обобщения понятий расстояния и интервала, выражаются формами не второго, а третьего и более высоких порядков. В современной абстрактной математике близкими аналогами подобных пространств являются финслеровы многообразия, с той разницей, что собственно финслеровы многообразия обычно ассоциируются с метрическими функциями самого общего вида. В основе же рассматриваемых числовых пространств лежат аксиомы аффинной геометрии, что делает их достаточно близкими родственниками евклидовых и псевдоевклидовых построений, опирающихся на ту же аксиоматическую базу. За отсутствием более точного термина будем именовать такие пространства полилинейными финслеровыми пространствами.

Таким образом, можно констатировать наличие двух фактов: многомерным пространствам, имеющим непосредственное отношение к физике нельзя сопоставить «хорошие» числа, а более или менее подходящим числам не соответствуют обычно используемые физиками пространства. Казалось бы, вывод очевиден: физические и числовые структуры необходимо исследовать, как мало зависимые друг от друга сущности. Однако есть и альтернатива. В частности, возможен вариант, что реальная арена физического мира нисколько не хуже, чем постулатам геометрии Минковского, подчиняется закономерностям одного или нескольких из полилинейных финслеровых пространств, имеющих непосредственную связь с коммутативно-ассоциативными алгебрами. На первый взгляд подобная гипотеза абсурдна. Но, вспоминая, что исторически совсем недавно классическое пространство-время Галлилея вообще считалось единственно мыслимой конструкцией, идея использовать для описания реального Мира метрику, принципиально отличную не только от псевдоевклидовой, но и от псевдоримановой — оказывается достаточно интригующей.

Примеров финслеровых полилинейных пространств бесконечно много, однако, ограничиваясь:

a) четырехмерными пространствами;
b) минимальной степенью метрической формы;
c) связью с коммутативно-ассоциативными числами;
d) наличием предельного переход к геометрии пространства Минковского,

— удается выделить один единственный вариант. Это пространство связано с числами образованными прямой суммой четырех действительных алгебр и является линейным финслеровым пространством с метрической функцией, получившей название Бервальд-Мооровской, по фамилиям математиков, впервые включивших ее в круг своих исследований [1]. В отличие от обычных квадратичных геометрий в пространствах с метрикой Бервальда-Моора, среди равноправных базисов существует один выделенный, состоящий из особых изотропных векторов. В таком базисе метрическая функция принимает красивый и лаконичный вид:

$$|H| = |\prod_{i=1}^{n} h'_i|^{1/n}, \tag{1}$$

где |H| — обобщение интервала вектора, h'_i — его изотропные компоненты, а n — размерность пространства. Многообразия, связанные с данной метрикой, как было показано в [2], с некоторой условностью уместно называть многомерными временами, поскольку любую из их не изотропных прямых, можно интерпретировать как собственное время некоторой инерциальной системы отсчета. В случае четырех измерений метрическая функция Бервальда-Моора связывает величину интервала каждого вектора с корнем четвертой степени из произведения его компонент и, на первый взгляд, не содержит параметра для предельного перехода ни к метрике пространства Минковского, ни к евклидовой метрике. Однако не будем торопиться с выводами, а попытаемся рассмотреть этот вопрос внимательно.

Поскольку при иллюстрациях даже пространство Минковского предпочитают рассматривать в трехмерном, а то и двухмерном, упрощении, воспользуемся аналогичным приемом и мы, взяв в качестве основного примера для формулы (1) $n = 3$. (Двухмерный случай специально исследовать не имеет смысла, так как при этом рассматриваемое финслерово пространство оказывается изоморфным псевдоевклидовой плоскости.) Метрическая функция Бервальда-Моора для трехмерного времени сводится к форме:

$$|H|^3 = |h'_1 h'_2 h'_3|. \tag{2}$$

Ее псевдоевклидов аналог выглядит, как известно, совершенно иначе:

$$|X|^2 = \mathrm{x}_1^2 - \mathrm{x}_2^2 - \mathrm{x}_3^2, \tag{3}$$

и кажется почти не вероятным, что между задаваемыми этими метриками геометриями может быть, хоть что ни будь, общее. Однако, если в псевдоевклидовом пространстве от ортонормированного базиса e_1, e_2, e_3, в котором записана форма (3), перейти к одному из изотропных базисов e_1', e_2', e_3', связанному с прежним соотношениями

$$\begin{aligned} e'_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + \cos\phi \cdot e_2 + \sin\phi \cdot e_3);\\ e'_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + \cos(\phi + 120^o) \cdot e_2 + \sin(\phi + 120^o) \cdot e_3);\\ e'_3 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(e_1 + \cos(\phi + 240^o) \cdot e_2 + \sin(\phi + 240^o) \cdot e_3), \end{aligned} \tag{4}$$

где ϕ — произвольный параметр, квадратичная форма (3) неожиданно приобретает абсолютно симметричный вид:

$$|X|^2 = \mathrm{x}'_1\mathrm{x}'_2 + \mathrm{x}'_1\mathrm{x}'_3 + \mathrm{x}'_2\mathrm{x}'_3. \tag{5}$$

В таком представлении, по крайней мере, внешне, метрика псевдоевклидова пространства оказывается достаточно похожей на метрическую функцию Бервальда-Моора (2) и прозвучавшее выше утверждение о родственной связи соответствующих геометрий вызывает уже меньшее удивление.

Сказанное можно проиллюстрировать и обратным преобразованием метрики Бервальда-Моора (2) из изотропного базиса f_1', f_2', f_3', в базис, являющийся финслеровым аналогом ортонормированного f_1, f_2, f_3. В данном случае новый базис может быть связан со старым соотношениями вида:

$$\begin{aligned} f_1 &= f_1' + f_2' + f_3'; \\ f_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(sin\psi \cdot f_1' + sin(\psi + 120^o) \cdot f_2' + sin(\psi + 240^o) \cdot f_3'); \\ f_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(cos\psi \cdot f_1' + \cos(\psi + 120^o) \cdot f_2' + \cos(\psi + 240^o) \cdot f_3'). \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь ψ — так же некий параметр. После перехода к векторам такого базиса метрическая функция (2) представляется выражением:

$$\begin{aligned} |H|^3 &= h_1^3 - \frac{3}{2}h_1(h_2^2 + h_3^2) - \\ &- \frac{\sqrt{2}}{2}(sin3\psi \cdot h_2^3 - \cos 3\psi \cdot h_3^3) + \frac{3\sqrt{2}}{2}(sin3\psi \cdot h_2 h_3^2 - \cos 3\psi \cdot h_2^2 h_3), \end{aligned} \tag{7}$$

которое при обычном для специальной теории относительности предельном переходе

$$h_1 \gg h_2, h_3 \tag{8}$$

на бесконечно малую величину третьего порядка малости отличается от формы

$$|H|^3 \approx h_1^3 - \frac{3}{2}h_1(h_2^2 + h_3^2), \tag{9}$$

а та при аналогичных условиях приближенно равна возведенной в степень $\frac{3}{2}$ обычной квадратичной форме псевдоевклидова пространства

$$(|\mathrm{X}|^2)^{3/2} = (x_1^2 - x_2^2 - x_3^2)^{3/2} = (x_1^2(1 - \frac{\mathrm{x}_2^2 - \mathrm{x}_3^2}{\mathrm{x}_1^2}))^{3/2} \approx x_1^3 - \frac{3}{2}x_1(x_2^2 + x_3^2). \tag{10}$$

Следовательно, при $h_1 = x_1 >> h_2 = x_2$, $h_3 = x_3$: $|\mathrm{H}| \approx |\mathrm{X}|$.

Таким образом, для двух принципиально различных метрических форм (2) и (3), можно указать диапазоны параметров, в которых обуславливаемые ими геометрии, практически не различимы.

Однако, наблюдаемая схожесть видов фундаментальных метрических форм обеих геометрий, все же, пока не позволяет говорить о соблюдении между ними принципа соответствия, факт наличия которого определяется не внешними атрибутами, а глубинными свойствами связанных с каждым из пространств групп симметрий. Как известно, псевдоевклидово пространство рассматриваемой размерности обладает шестипараметрической группой непрерывных линейных преобразований, являющейся аналогом группы Пуанкаре обычного пространства-времени Минковского. В ее состав входит трехпараметрическая группа переносов и такая же по размерности группа вращений, в которой один из параметров отвечает за пространственные повороты, а два других — за бусты. Соответствующая группа трехмерного времени не шести, а пяти параметрическая и, в свою очередь, состоит из трехпараметрической подгруппы переносов и двухпараметрической группы преобразований, по своему действию весьма напоминающих бусты, с той разницей, что в данном случае преобразования коммутируют между собой. Это различие в числе независимых параметров, казалось бы, не оставляет надежд получить группу Пуанкаре (или ее модифицированный аналог), как фундаментальную группу непрерывных симметрий многомерного времени. А без группы Пуанкаре и ее подгруппы, связанной с именем Лоренца, современная физика просто не мыслима.

И все же, похоже, проблема имеет положительное решение, поскольку в финслеровых пространствах помимо обычных преобразований, не изменяющих интервалы между точками, объективно выделенными оказываются и некоторые другие типы симметрий [3]. В пространствах с обычной квадратичной формой отдаленным примером таких преобразований являются конформные отображения, сохраняющие углы между направлениями, однако аналогия здесь не совсем полная, так как в финслеровом случае разнообразие подобных симметрий существенно выше. Именно среди таких преобразований следует искать соответствия с пространственными поворотами трехмерного псевдоевклидова пространства. И, хотя, данные преобразования не оставляют инвариантными интервалы трехмерного времени, с точки зрения наблюдателя, связываемого с определенной мировой линией, они могут сохранять двухмерные расстояния, что несомненно является одним из основных признаков реальных поворотов. Последним же, естественно, не следует a priori приписывать исключительно тот вид, который автоматически вытекает из исторически привычных геометрических моделей Евклида и Минковского.

Иллюстрацией к сказанному служит рис. 1, на котором в аффинных координатах представлены поверхности, точки которых равноудалены от двух фиксированных точек (последние обозначены символами T и $-T$) в псевдоевклидовом (а) и рассматриваемом финслеровом (б) пространстве. Как известно в псевдоевклидовом случае это плоскость, точки которой играют роль относительно одновременных событий для инерциальной системы отсчета, представленной прямой, проходящей через T и $-T$. В принципе, ни что не мешает тот же физический смысл придать соответствующей поверхности в трехмерном времени. Правда, это уже не плоскость, а множество точек, удовлетворяющих соотношению:

$$h'_1 h'_2 h'_3 + (h'_1 + h'_2 + h'_3)T^2 = 0, \tag{11}$$

что следует из требования равенства длин. Представленные такой поверхностью события следует считать одновременными уже не для каждой точки прямой ($-T$, T), как в псевдоевклидовых построениях специальной теории относительности, а только для единственной точки Т. Именно в этой точке должен находиться наблюдатель, что бы иметь основания приписать всем событиям, охватываемым поверхностью (11), смысл одновременных друг другу. Необходимый для определения понятия относительной одновременности масштаб T, наиболее естественно интерпретировать как максимально возможный с физической точки зрения временной интервал, или другими словами время жизни Вселенной. С философских позиций данное обстоятельство является наиболее радикальным отличием физических следствий рассматриваемого финслерова пространства от пространства Минковского. Кстати, специальная теория относительности отличается от представлений классической физики почти аналогичным образом, так как отказывается от утверждения об абсолютном характере одновременности, вместо которого понятие одновременности становится применимым только по отношению к отдельным системам отсчета, чьи мировые линии представляются параллельными прямыми. В многомерном времени свойство некоторых множеств событий считаться относительно одновременными, похоже, доходит до своего логического предела, поскольку вместо семейства параллельных прямых, оказывается справедливым всего для одной единственной точки.

На обоих рисунках, изображающих поверхности относительной одновременности, нанесены сетки из линий, играющих для наблюдателя, находящегося в точке T, роль радиальных и окружных координат. Весьма важным свойством обеих координатных сеток, является то, что в непосредственной близости от их центра (то есть в том месте, с которым наблюдатель как раз и ассоциирует свое положение), обе системы координат почти совпадают. Фактически это означает, что, ограничиваясь локальными экспериментами, наблюдатель не сможет обнаружить разницу между метрическими свойствами трехмерного псевдоевклидова пространства и такого же по размерности финслерова времени. Существенные отличия начинаются лишь ближе к периферии поверхности одновременности, при этом максимума они достигают на ее границе, которая в псевдоевклидовом случае представляет собой окружность диаметром $2T$ (рис. 1, *а*), а в трехмерном времени — ломаный шестиугольник ABCDEF, состоящий из части ребер куба, главная диагональ которого равна все тем же $2T$ (рис. 1, *б*).

Весьма не обычным свойством поверхности относительной одновременности трехмерного времени оказывается факт, что все ее радиальные линии собираются в трех симметрично противолежащих вершинах ограничивающего данную поверхность шестиугольника. При этом три других вершины оказываются как бы центрами отталкивания. Таким образом, на одномерном «небосклоне» двухмерного физического пространства наблюдателя, находящегося в рассматриваемом финсле-

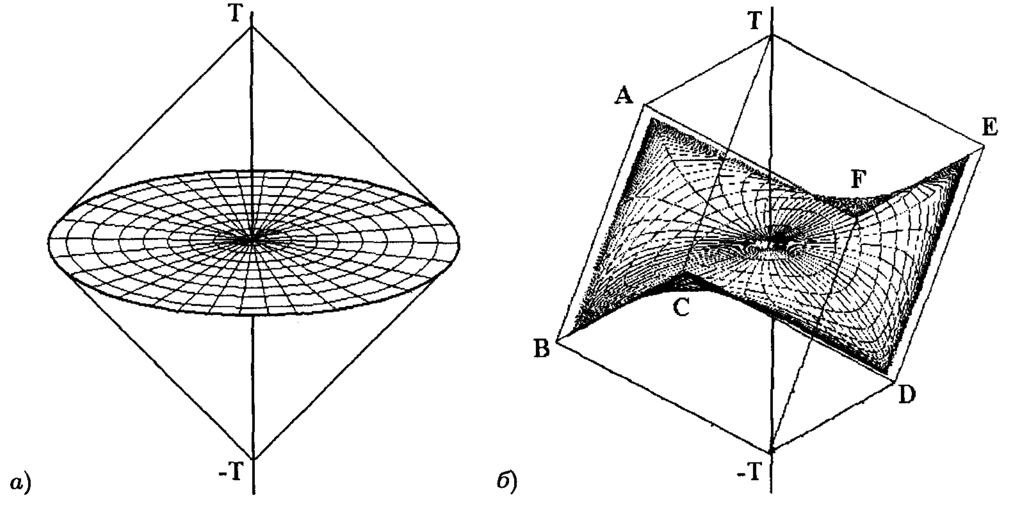

Рис. 1

ровом многообразии, оказываются выделенными шесть точек. Причем три из них (а именно те, в которых сходятся радиальные линии) с субъективной позиции зрителя растянуты на треть горизонта каждая, а в трех других — «сфокусированы» все остальные точки шестиугольника $ABCDEF$. В этом проявляется одно из основных отличий в физических следствиях двух геометрий, однако, следует еще раз подчеркнуть, что данная разница реализуется только на периферии видимого наблюдателю пространства и почти не различима в непосредственно примыкающей к нему окрестности.

Нелинейные преобразования, играющие в трехмерном времени ту же роль, что и пространственные повороты трехмерного псевдоевклидова пространства отображают в себя поверхности относительной одновременности с переводом окружных линий в окружные, а радиальных в радиальные. При этом конгруэнтные преобразования с участием собственного времени наблюдателя оказываются похожими на бусты псевдоевклидова пространства, с той разницей, что первые образуют двухпараметрическую коммутативную группу и переводят в себя не плоскости, а особые конусообразные поверхности.

При сравнении четырехмерного пространства Минковского и такого же по размерности пространства с метрикой Бервальда-Моора наблюдаемая картина практически совпадает с рассмотренной выше. Так в симметричном изотропном базисе привычная квадратичная форма

$$|X|^2 = x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 \tag{12}$$

принимает вид:

$$|X|^2 = x_1'x_2' + x_1'x_3' + x_1'x_4' + x_2'x_3' + x_2'x_4' + x_3'x_4', \tag{13}$$

что в определенной мере напоминает основную метрическую форму четырехмерного времени:

$$|H|^4 = h_1'h_2'h_3'h_4'. \tag{14}$$

Последняя, в свою очередь, в базисе, являющемся аналогом ортонормированного, сводится к выражению:

$$|H|^4 = h_1^4 + h_2^4 + h_3^4 + h_4^4 - \\ - 2(h_1^2h_2^2 + h_1^2h_3^2 + h_1^2h_4^2 + h_2^2h_3^2 + h_2^2h_4^2 + h_3^2h_4^2) + 8h_1h_2h_3h_4, \tag{15}$$

которое после небольших тождественных преобразований принимает вид:

$$|H|^4 = h_1^4 - 2(h_2^2 + h_3^2 + h_4^2)h_1^2 + \\ + 8(h_2h_3h_4)h_1 - 2(h_2^2h_3^2 + h_2^2h_4^2 + h_3^2h_4^2) + h_2^4 + h_3^4 + h_4^4. \tag{16}$$

Когда выполняется соотношение

$$h_1 \gg h_2, h_3, h_4 \tag{17}$$

данное выражение на бесконечно малые величины третьего и четвертого порядков отличается от выражения:

$$|H|^4 \approx h_1^4 - 2(h_2^2 + h_3^2 + h_4^2)h_1^2 + (h_2^2 + h_3^2 + h_4^2)^2, \tag{18}$$

которое, как не трудно заметить, является полным квадратом классической квадратичной формы пространства Минковского.

Аналогичным образом обстоят дела и с группами непрерывных симметрий. Группа преобразований рассматриваемого финслерова пространства имеет не десять параметров как обычно интересующая физиков группа Пуанкаре, а только семь. Четыре из них отвечают за параллельные переносы, а три за бусты. Но, добавляя к этим преобразованиям трехпараметрическую группу, оставляющую инвариантной симметризованную форму:

$$((A, B)) = 1/2((A, A, A, B)/|A|^2 + (A, B, B, B)/|B|^2) \tag{19}$$

при фиксировании одного из входящих в нее векторов, у нас, как и в рассматривавшемся выше трехмерном случае, появляется возможность кроме переносов и бустов моделировать пространственные повороты [3]. Это оказывается возможным потому, что хотя форма (19) и не является линейной по каждому из входящих в нее векторов, по остальным своим свойствам она весьма похожа на обычное скалярное произведение. С добавлением этих преобразований, выделенные симметрии четырехмерного времени практически уравниваются как по качеству, так и по количеству с группой Пуанкаре пространства Минковского. Определенная разница в свойствах этих преобразований, все же, остается, но главное, что их множества имеют черты, присущие симметриям реального Мира. Какая же из двух групп более точно описывает действительность, — вопрос отдельного серьезного исследования.

К сожалению, мы не имеем простой и наглядной возможности изобразить четырехмерное аффинное пространство, в котором по образу и подобию с рис. 1, *б* могли бы нанести радиальные линии и равноудаленные точки на трехмерной гиперповерхности одновременности. Но если бы такая возможность все же была, перед нами предстала бы, в общем-то, похожая картина. На ней радиальные линии, равномерно исходящие из центральной точки, сначала располагаются в трехмерной плоскости, однако затем постепенно выходят из нее в четвертое измерение и, приближаясь к специфическому двенадцатиграннику (являющемуся аналогом рассматривавшегося выше шестиугольника), концентрируются в четырех его вершинах. В результате, радиальные линии непрерывным образом заполняют трехмерную область, но не плоскую, а искривленную в четырех измерениях. Окаймляющий эту область предельный двенадцатигранник представляет собой пересечение двух световых конусов, один из которых имеет вершину в точке акта наблюдения, а другой — обращен к нему на встречу и выходит из точки симметричной первой относительно поверхности одновременности и отстоящей от нее на интервал T. Пространство, оказавшееся внутри этих двух световых конусов, образует четырехмерный куб и все устроено так же, как и на рис. 1, *б*, только с поправкой на одно дополнительное измерение.

На рис. 2 изображена граница поверхности относительной одновременности, в том виде, в каком она предстает перед наблюдателем, «живущем» в четырехмерном времени. Поскольку ближайшая к наблюдателю окрестность является почти евклидовой, то естественно, что и геометрию ее границы он интерпретирует в том же ключе и воспринимает грани, ребра и вершины предельного двенадцатигранника, как бы спроецированными на евклидово-сферический небосвод. Различные точки такого небосвода и направления на них не равноправны, однако проявляется такая неравноправность ближе к периферии поверхности одновременности, а поскольку расстояние до нее велико в сравнении с обычным временем наблюдений, определить, имеется ли она на самом деле, оказывается далеко не тривиальной задачей.

С точки зрения наблюдателя, «живущего» в четырехмерном времени предельный двенадцатигранник является не чем иным, как самым дальним краем видимой ему Вселенной. Следовательно, для обнаружения разницы в предсказаниях рассматриваемой модели многомерного времени и Мира Минковского необходимо сравнение информации, получаемой хотя бы с двух достаточно разнесенных точек. К сожалению, размеры солнечной системы, пределами которой пока ограничены наши

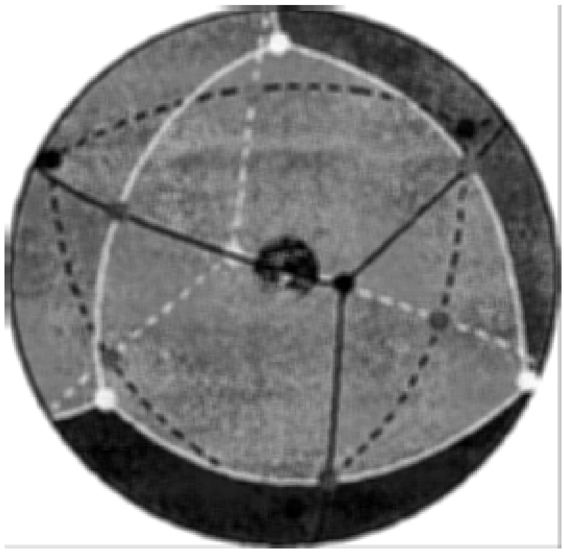

Рис. 2

экспериментальные возможности, слишком малы в сравнении с размерами видимой Вселенной, так что прямыми измерениями углов и расстояний нам вряд ли удастся определить, какая из двух концепций: риманова или финслерова — ближе к реальности. И все же различие двух геометрий слишком существенно, что бы не нашлось способов, позволяющих с достаточной достоверностью решить вопрос в пользу одной из них.

Такую возможность, похоже, предоставляют наблюдения за поведением квазаров, которые являются наиболее удаленными из всех известных космических объектов. Квазары демонстрируют серьезные аномалии своего поведения, не укладывающиеся в рамки предсказаний теории относительности. Частота изменения яркости некоторых квазаров в пересчете на предполагаемые расстояния до них, дает либо неправдоподобно малые значения поперечных размеров, либо сверхсветовые значения скоростей распространяющихся внутри них волн, которые должны быть ответственны за наблюдаемые колебания светимости [4]. И то, и другое вступает в явное противоречие с современными космологическими представлениями, но вполне естественно могло бы быть объяснено с позиций финслеровых геометрических искажений.

Другими данными, подтверждающими нашу гипотезу о связи геометрии реального Мира с метрикой Бервальда-Моора, служат исследования углового распределения температурных флуктуаций микроволнового фонового излучения, на основании которых был сделан вывод о двенадцатигранной форме границ физического пространства Вселенной [5]. Наиболее известным двенадцатигранником является додекаэдр, с которым авторы [5] и отождествили границы Вселенной. В четырехмерном времени границы видимого физического пространства наблюдателя также являются двенадцатигранником, только его стороны не пятиугольники, как у додекаэдра, а обычные квадраты. Кроме того, фигура, возникающая в четырехмерном времени, будучи замкнутой по двум измерениям, оказывается погруженной не в трех-, а в четырехмерное пространство. Однако, поскольку из проведенных экспериментов, похоже, прямо не следуют ни вид граней, ни другие детали, — какой из двух фигур следует отдать предпочтение, вопрос, как минимум, дискуссионный.

Таким образом, четырехмерное время вполне допускает такие правила интерпретации своих геометрических объектов, что, возникающие на их основе построения, оказываются в естественном соответствии с построениями, как классической, так и релятивистской физики. Более того, целый ряд астрофизических наблюдений могут свидетельствовать именно в пользу фикслеровых представлений о геометрии реального пространства-времени.

Литература

1. *Asanov G. S.* Finslerian Extension of General Relativity, Dordrecht, 1984.
2. *Pavlov D. G.* Finsler Alternative of Flat Space-Time. Proceedings of International Scientific Meeting «PIRT-2003», Moscow, Liverpool, Sunderland, 2003.
3. *Pavlov D. G.* Nonlinear Relativistic Invariance For Qvadrahyperbolic Numbers. ArXiv: gr-qc/0212090.
4. *Гинзбург В. Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1987.
5. *Luminet J.-P., Weeks J., Riazuelo A., Lehoucq R., Uzan J.-P.* Dodecahedral space topology as an explanation for weak wide-angle temperature correlations in the cosmic microwave background. ArXiv: astro-ph/0310253.

Часть III

ЗОЛОТАЯ ПРОПОРЦИЯ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ

Золотое сечение, священная геометрия и математика гармонии

А. П. Стахов

Доктор технических наук, профессор
(Канада, Торонто)
Международный Клуб Золотого Сечения

admin@goldenmuseum.com
http://www.goldenmuseum.com/

В статье излагаются основные идеи «Математики Гармонии», нового направления в математической науке. Делается попытка дать интерпретацию основных соотношений «Математики Гармонии» с точки зрения «Священной Геометрии» и показать направления их использования для развития «Священной Геометрии» и современного теоретического естествознания.

§ 1. Введение

Научно-технический прогресс имеет длительную историю и прошел в своем историческом развитии несколько этапов (культура Древнего Китая и Древней Индии, вавилонская и древнеегипетская культура, древнегреческая культура, эпоха Средневековья, эпоха Возрождения, промышленная революция 18 в., великие научные открытия 19 в., научно-техническая революция 20 в.). И хотя каждый из этих этапов имеет свою специфику, вместе с тем он обязательно включает содержание предшествующих этапов. В этом и состоит преемственность в развитии науки. Преемственность может осуществляться в различных формах. Одной из сущностных форм ее выражения являются фундаментальные научные идеи, которые пронизывают все этапы научно-технического прогресса и оказывают влияние на различные области науки, искусства, философии и техники.

К разряду таких фундаментальных идей относится идея *Гармонии,* связанная с *Золотым Сечением.* В древнегреческой философии Гармония противостояла Хаосу и означала организованность Вселенной, Космоса. *«С точки зрения Платона, да и вообще с точки зрения всей античной космологии,* — писал гениальный русский философ Алексей Лосев, — *мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиняющееся закону гармонического деления — Золотого Сечения».* Широко известен тезис Готфрида Лебница: *«Мир подчиняется Предустановленной Гармонии».* В 19 в. идея Гармонии, возрождается в работах немецкого ученого Цейзинга, который формулирует свой знаменитый «Закон всеобщей пропорциональности» и при этом вновь открывает «Золотое Сечение». По словам Б. Г. Кузнецова, исследователя творчества Эйнштейна, Эйнштейн верил в то, что наука, физика в частности, всегда имела своей извечной фундаментальной целью *«найти в лабиринте наблюдаемых фактов объективную гармонию»*. В этой связи уместно напомнить следующее высказывание Эйнштейна: *«Религиозность ученого состоит в восторженном отношении к законам гармонии»*. В современной науке интерес к проблеме Гармонии и Золотого Сечения возрождается с новой силой, о чем, например, свидетельствует проведение Международной конференции «Проблемы Гармонии, Симметрии и Золотого Сечения в Природе, Науке и Искусстве» (Винница, Украина, октябрь 2003 г.).

Золотое Сечение и связанные с ним числа Фибоначчи пронизывают всю историю искусства. Пирамида Хеопса, самая известная из Египетских пирамид, знаменитый греческий храм Парфенон, большинство греческих скульптурных памятников, непревзойденная «Джоконда» Леонардо да Винчи, картины Рафаэля, Шишкина и современного русского художника Константина Васильева, этюды Шопена, музыка Бетховена, Чайковского и Бэллы Барток, «Модулор» Корбюзье — вот далеко не полный перечень выдающихся произведений искусства, наполненных чудесной гармонией, основанной на Золотом Сечении.

Иоганн Кеплер назвал «Золотое Сечение» одним из сокровищ геометрии, поставив его в один ряд с «Теоремой Пифагора», одной из самых знаменитых геометрических теорем. К сожалению, приходится констатировать, что в современном математическом образовании роль «Золотого Сечения» незаслуженно принижена. В чем причина этого? Возможно, причина состоит в широком использовании «Золотого Сечения» в астрологии и так называемых «эзотерических науках». Известно, что основные символы астрологии (пентаграмма, Платоновы тела и т. д.) тесно связаны с «Золотым Сечением». Возможно, что именно это обстоятельство и стало основной причиной того, что «материалистическая» наука, а вместе с ней и «материалистическое» образование выбросили «Золотое Сечение» на «свалку сомнительных научных концепций» вместе с астрологией и эзотерическими науками.

Однако возвращение к Богу, к «эзотерическим наукам» и «священным знаниям», содержащихся в Талмуде, Библии, китайской «Книге Перемен» и других древних текстах, сближение религиозного и научного мировоззрений является едва ли не наиболее характерной особенностью современного этапа в развитии человеческой культуры [1].

Как подчеркивается в [2], «существует группа пяти основных математических отношений, которые можно найти во всем мире от японских пагод до майянских храмов в Юкатане, от Стоунхенджа до Великой

Пирамиды. Знание этих отношений закладывает базис постижения священной геометрии. В мистическом смысле они понимаются как отношение математического числа к единице». Согласно [2] к разряду основных отношений священной геометрии относятся:

1. Число $\pi = 3{,}141\ldots$ Это число выражает отношение длины окружности к ее диаметру. Оно лежит в основе тригонометрии и тригонометрических функций и считается важнейшей математической константой.
2. Квадратный корень числа 2: $\sqrt{2} = 1{,}414\ldots$ В сакральной геометрии квадрат представляет физический мир. Тот факт, что корень числа 2 является иррациональным числом, выражает идею, что наши способности не всегда могут быть представлены обычным способом. С корнем числа 2 связано открытие несоизмеримых отрезков, которое привело математиков к разработке теории иррациональных чисел и в конечном итоге — к созданию современной «непрерывной» математики.
3. Квадратный корень числа 3: $\sqrt{3} = 1.732\ldots$ Это число связано с важнейшей фигурой сакральной геометрии Vesica Piscis, которая образуется пересечением двух кругов, при этом окружность каждого проходит через центр другого. Если теперь из центров кругов провести прямые к точкам пересечения окружностей, то возникают равносторонние треугольники. Равносторонний треугольник представляет собой фундамент, на котором возведено все здание сакральной геометрии. В сакральной геометрии считается, что Вселенная — Дух, Душа и Тело Бога могут быть представлены равносторонним треугольником. Равносторонний треугольник обладает наилучшими излучающими свойствами. Поэтому К. Э. Циолковский выдвигал идею вырубки в сибирской тайге гигантского равностороннего треугольника для установления контактов с внеземными цивилизациями.
4. Квадратный корень числа 5: $\sqrt{5} = 2.236\ldots$ Если взять два единичных квадрата и соединить по общему основанию, то мы получаем прямоугольник с отношением сторон 2 : 1; этот прямоугольник называется в сакральной геометрии «двойным квадратом». Если теперь вычислить значение диагонали «двойного квадрата», то согласно «Теореме Пифагора» мы получим квадратный корень числа 5.
5. Золотое Сечение, которое выражается числом Φ или $\tau = 1.618\ldots$ С числом τ связаны числа Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., открытые в 13 в. знаменитым итальянским математиком Фибоначчи при решении «задачи о размножении кроликов». В эпоху итальянского Возрождения золотая пропорция $\tau = 1.618$ возво-

дится в ранг основного эстетического принципа. В 1509 г. вышло сочинение Луки Пачиоли «Divina Propoprtione», в котором свойства золотой пропорции сравниваются со свойствами Самого Бога, а сама пропорция называется «божественной». Отношение золотой пропорции вызывает положительные эмоции, подъем эстетических чувств. Платон рассматривал это число как наиболее обязательное из всех математических отношений и называл его ключом к пониманию физики космоса.

Сакральная геометрия широко использует 5 правильных выпуклых многогранников (тетраэдр, октаэдр, куб, додекаэдр и икосаэдр), называемых также «Платоновыми Телами». Эти тела были положены Платоном в основу его космологии. В диалоге «Тимей» он дает подробное объяснение мироздания на основе этих 5 тел. Платон утверждает: *«Нет видимых тел более прекрасных, чем эти, притом каждое из них прекрасно в своем роде»*. Согласно Платону, атомы «четырех элементов», из которых построен мир, — огня, воздуха, воды и земли — имеют форму правильных выпуклых многогранников: тетраэдра, октаэдра, икосаэдра и куба, а весь мир в целом построен в форме додекаэдра.

Из других математических достижений в сакральной геометрии широко используется также так называемый «Треугольник Паскаля». В сакральной геометрии треугольник Паскаля символизирует процесс деления клетки. Сумма элементов каждой строки такого треугольника получается путем удвоения предыдущей суммы. Именно такой характер удвоения чисел отвечает простому делению биологических клеток и других биологических организмов в процессе размножения. Каждая клетка в результате своего деления превращается в 2 клетки, которые, в свою очередь, делятся на 2 и т. д.

В процессе своего развития человечество осознало, что его окружает огромное количество «миров»: «мир» механических и астрономических явлений, «мир» случайных процессов, «мир» информации, «мир» электромагнитных явлений, «мир» ботанических и биологических явлений, наконец, «мир» искусства и т. д. И для моделирования и описания каждого «мира» математика всегда создавала соответствующую математическую теорию, адаптированную к явлениям и процессам того или иного «мира». Для описания механических и астрономических явлений математика создала дифференциальное и интегральное исчисление, для описания электромагнитных явлений — теорию электромагнетизма Максвелла, теория вероятностей предназначена для моделирования «мира» случайных процессов, — и эти примеры можно было бы продолжить. Ясно, что огромный интерес современной науки к «Золотому Сечению» и связанным с ним числам Фибоначчи позволяет высказать предположение о существовании окружающего нас так называемого «Фибоначчиевого Мира», основанного на законах Золотого Сечения и чисел Фибоначчи. «Мир» животных и растений, «мир» Человека, включая его морфологическую оболочку и духовное содержание, а также «мир» музыки и искусства, возможно, и относятся к явлениям «Фибоначчиевого мира».

Начиная с античного периода «Гармония Мироздания» выражалась в математике с помощью математических констант, главной из которых, несомненно, является число π («культ сферы»), вошедшее в математику вместе с тригонометрией. Важную роль в выражении Гармонии Мироздания играли совершенные геометрические фигуры, например, «Платоновы Тела», и специальные математические функции, называемые *элементарными функциями.* Выдающаяся роль этих математических объектов состоит в том, что они выражают наиболее типичные и устойчивые закономерности и отношения, реально существующие в окружающем нас физическом мире. Основные классы «элементарных функций» широко известны: *тригонометрические функции, экспоненциальная, логарифмическая,* наконец, *гиперболические функции.* Все они основаны на «главных математических константах»: тригонометрические функции — на числе π, экспоненциальная, логарифмическая и гиперболические функции — на числе e,основании натуральных логарифмов.

Рекуррентные ряды Фибоначчи и Люка и связанное с ними золотое сечение занимают значительное место в современных исследованиях количественных соотношениях живой и неживой природы [3–7]. Яркие открытия современной науки — квазикристаллы Шехтмана [8], теория филлотаксиса Боднара [9], закон структурной гармонии систем Сороко [10], резонансная теория Солнечной системы Бутусова [11], алгоритмическая теория измерения [12–14], коды золотой пропорции [15] и др., основанные на золотом сечении, имеют «стратегическое» значение для развития современной науки. Необходимо отметить большой интерес современной теоретической физики к золотому сечению [16–27]. В статье [16] «доказана теорема, которая на первый взгляд кажется несколько парадоксальной, но воспринимается с захватывающим интересом. Эта теорема доказывает, что величина $d_c^{(0)}$ Хаусдорфа (Hausdorf) для неупорядоченного множества Кантора (Cantor) $d_c^{(0)} = \frac{1}{\tau}$, где $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ — «Золотое Сечение» (цит. по [17]).

На Международной конференция «Проблемы гармонии, симметрии и золотого сечения в природе, науке и искусстве», состоявшейся в конце 2003 г. в Виннице (Украина) и привлекшей внимание ученых и специалистов различных научных профилей, были представлены доклады физиков-теоретиков [24–26]. Доклад профессора Ю. С. Владимирова [24] (кафедра теоретической физики Московского университета), как и его книга [27], представляют особый интерес, так как отражают исследования в области теории кварков, основанные на икосаэдре и золотом сечении.

Таким образом, согласно работам Шехтмана, Бутусова, Молдина, Вильямса, Владимирова и других ученых золотое сечение начинает занимать важное место в современной теоретической физике, поэтому трудно представить себе дальнейший прогресс физических исследований в отрыве от золотого сечения.

Движение естествознания к пониманию и описанию таких явлений как самоорганизация и гармония требует нового математического аппарата. В отличие от классической математики с доминированием фундаментальных математических констант π и e, в математике живой природы наряду с константами π и e доминирует константа «Золотого Сечения» $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ и это подтверждается современными научными открытиями в этой области [9–27].

В 1996 г. в лекции «The Golden Section and Modern Harmony Mathematics», прочитанной автором на 7-й Международной конференции по числам Фибоначчи и их приложениям [28], была выдвинута концепция новой математики, «Математики Гармонии», дополняющей и развивающей классическую математику и предназначенной для моделирования явлений так называемого «Фибоначчиевого мира», который нас окружает (ботаническое явление филлотаксиса, деление биологических клеток, квазикристаллы, все виды искусства, морфология человека и т. д.). В 1998 г. по инициативе академика Ю. А. Митропольского эта лекция была повторена автором на заседании Украинского математического общества. Результаты этой лекции были опубликованы в «Украинском математическом журнале» [29].

Цель настоящей статьи — изложить основные математические идеи и концепции Математики Гармонии», показать их связь со «Священной геометрией» [2] и показать направления их использования для развития «Священной Геометрии» и современного теоретического естествознания.

§ 2. Новый класс гиперболических функций

2.1. Роль гиперболических функций в развитии современной физики

На этапе зарождения науки и священной геометрии доминирующей являлась «Геометрия Евклида», описанная в знаменитых «Началах Евклида». Однако развитие геометрии привело к созданию так называемых «неевклидовых геометрий». Честь создания первой в истории науки «неевклидовой геометрии» по праву принадлежит гениальному русскому геометру Н. И. Лобачевскому. «Геометрию Лобачевского» часто называют «гиперболической геометрией», так как в ее основе лежат так называемые «гиперболические функции», «гиперболический синус»

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \tag{2.1}$$

и «гиперболический косинус»

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}. \tag{2.2}$$

Функции (2.1), (2.2) связаны следующем фундаментальным соотношением:

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1. \tag{2.3}$$

20-й век стал новым этапом в эволюции пространственных представлений во всех сферах науки. Толчок глобальному процессу изменения представлений о геометрии пространства был дан физикой. Для физики вопрос связи с геометрией, с понятием пространства — это вопрос, обусловленный глубокой связью пространства, времени и материи. До создания неевклидовой геометрии не было необходимости в доказательстве взаимодействия механики Ньютона и геометрии Евклида. Это считалось очевидным фактом. Такая необходимость возникла в конце 19-го — начале 20-го веков, когда в физике было накоплено много новых наблюдений и фактов, не укладывающихся в систему классической концепции пространства. Из исследований Максвелла по электродинамике, опытов Майкельсона по измерению скорости света, других научных данных непосредственно вытекал вопрос о соответствии евклидовой модели пространства свойствам реального физического пространства. Объяснение новых физических фактов, ставивших в тупик отношение физики с классической геометрией, дала *теория относительности Эйнштейна*, одним из главных результатов которой стал вывод о неевклидовом характере геометрии реального пространства. Теория относительности впервые показала, что пространство и время — единое целое, континуум, что свойства пространства и времени органически взаимосвязаны.

В 1908 г., т. е. спустя три года после обнародования специальной теории относительности, немецкий математик Г. Минковский представил геометрическое обоснование специальной теории относительности [30]. Идея Минковского характеризуется двумя существенными особенностями. Во-первых, предлагаемая им геометрическая пространственно-временная модель четырехмерна, в ней пространственные и временные координаты объединены в общую координатную систему. Положение материальной точки в пространстве Минковского определяется точкой $M(x, y, z, t)$, называемой «мировой точкой». Во-вторых, геометрическая связь между пространственными и временными координатами в системе

Минковского имеет неевклидов характер, то есть данная модель обнаруживает некие особые свойства реального пространства-времени, которые не могут быть описаны в рамках «традиционной» евклидовой геометрии.

Геометрически связь между пространственной (x) и временной (t) координатами в пространстве Минковского устанавливается с помощью *гиперболического поворота* — движения, аналогичного обычному повороту декартовой системы в евклидовом пространстве. При этом координаты x и t произвольной точки преобразуются согласно формулам:

$$x' = x \operatorname{ch} \psi + t \operatorname{sh} \psi;$$
$$t' = x \operatorname{sh} \psi + t \operatorname{ch} \psi,$$

где ψ — угол гиперболического поворота, ch и sh — гиперболические синус и косинус соответственно, определяемы формулами (2.1), (2.2).

Из данной модели вытекает оригинальная геометрическая интерпретация знаменитых формул Лоренца

$$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}; \qquad t' = \frac{t + \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

где v — скорость системы, с — скорость света.

Заметим, что в геометрии Минковского преобразования Лоренца — не что иное, как выраженные в терминах физики зависимости гиперболической тригонометрии. В сущности, геометрия Минковского раскрывает гиперболическую природу всего множества математических формул теории относительности. В то же время из нее следует, что геометрия, с помощью которой моделируются аналитические соотношения теории относительности, объективно отражает неевклидов характер физического пространства-времени.

2.2. Формулы Бине

Наиболее значительным научным результатам принято присваивать имена их создателей (геометрия Лобачевского, формулы Эйлера, закон Гаусса, «мир Минковского» и т. д.). В «теории чисел Фибоначчи» [3–7] широко известны так называемые формулы Бине (Бине — это имя французского математика 19-го века), связывающие числа Фибоначчи и числа Люка с «Золотым Сечением»:

Формула Бине для чисел Фибоначчи

$$F_n = \frac{\tau^n - (-1)^n \tau^{-n}}{\sqrt{5}}. \tag{2.4}$$

Формула Бине для чисел Люка

$$L_n = \tau^n + (-1)^n \tau^{-n}, \qquad (2.5)$$

где $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ — «золотая пропорция», n — дискретная переменная, принимающая значения из множества $\{0, \pm1, \pm2, \pm3, \dots\}$, F_n, L_n — соответственно числа Фибоначчи и числа Люка (Люка — имя французского математика 19-го столетия), задаваемые табл. 1.

Таблица 1

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F_n	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
F_{-n}	0	1	−1	2	−3	5	−8	13	−21	34	−55
L_n	2	1	3	4	7	11	18	29	47	76	123
L_{-n}	2	−1	3	−4	7	−11	18	−29	47	−76	123

Из формул Бине (2.4), (2.5) непосредственно вытекают следующие замечательные свойства чисел Фибоначчи и Люка:

$$F_{2k+1} = F_{-2k-1}; \qquad F_{2k} = -F_{-2k}, \qquad (2.6)$$

$$L_{2k} = L_{2k}, L_{2k+1} = -L_{-2k-1}. \qquad (2.7)$$

Используя свойства (2.6), (2.7), формулы Бине (2.4), (2.5) могут быть представлены в следующем виде:

$$F_n = \begin{cases} \dfrac{\tau^{2k+1} + \tau^{-(2k+1)}}{\sqrt{5}}; \\ \dfrac{\tau^{2k} - \tau^{-2k}}{\sqrt{5}}, \end{cases} \qquad (2.8)$$

$$L_n = \begin{cases} \tau^{2k} + \tau^{-2k}; \\ \tau^{2k+1} - \tau^{-(2k+1)}, \end{cases} \qquad (2.9)$$

где k — дискретная переменная, принимающая значение из множества $\{0, \pm1, \pm2, \pm3, \dots\}$.

Числа Фибоначчи и Люка, задаваемые (2.8), (2.9), связаны огромным количеством удивительных математических соотношений и тождеств. Нахождение этих тождеств и является предметом бурно развивающейся в последние десятилетия «теории чисел Фибоначчи» [3–7]. Приведем только одно из них, задающее связь трех соседних чисел Фибоначчи:

$$F_n^2 - F_{n-1}F_{n+1} = (-1)^{n+1}. \qquad (2.10)$$

Эта формула вызывает глубокое восхищение, если представить, что она справедлива для любого целого n, принимающего значения в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, а также дает эстетическое наслаждение, так как бесконечное повторение +1 и −1 в правой части выражения (2.10) при последовательном прохождении всех последовательных чисел Фибоначчи вызывает неосознанное чувство ритма и гармонии.

2.3. Гиперболические функции Фибоначчи и Люка

Проведя аналогию между формулами Бине (2.8), (2.9) и гиперболическими функциями (2.1), (2.2) и заменив дискретную переменную k в формудах (2.8), (2.9) непрерывной переменной x, украинские математики А. П. Стахов и И. С. Ткаченко ввели новый класс гиперболических функций, названных *гиперболическими функциями Фибоначчи и Люка.* Впервые статья по новым гиперболическим функциям Фибоначчи и Люка [31] была опубликована в 1993 г. журнале «Доклады Академии Наук Украины» по рекомендации академика Ю. А. Митропольского.

(1) Фибоначчиевый гиперболический синус

$$sF(x) = \frac{\tau^{2x} - \tau^{-2x}}{\sqrt{5}}. \tag{2.11}$$

(2) Фибоначчиевый гиперболический косинус

$$cF(x) = \frac{\tau^{2x+1} + \tau^{-(2x+1)}}{\sqrt{5}}. \tag{2.12}$$

(3) Люковый гиперболический синус

$$sL(x) = \tau^{2x+1} - \tau^{-(2x+1\}}. \tag{2.13}$$

(4) Люковый гиперболический косинус

$$cL(x) = \tau^{2x} + \tau^{-2x}. \tag{2.14}$$

Заметим, что для дискретных значений переменной $x{=}k$ фибоначчиевые и люковые гиперболические функции (2.11)–(2.14) совпадают с числами Фибоначчи и числами Люка, причем

$$sF\,(k) = F_{2k}; \qquad cF(k) = F_{2k+1}; \qquad sL(k) = L_{2k+1}; \qquad cL(k) = L_{2k}. \tag{2.15}$$

Свойство (2.15) является отличительной особенностью введенных выше гиперболических функций Фибоначчи и Люка (2.11)–(2.14) по сравнению с классическими гиперболическими функциями (2.1), (2.2), которые не имеют «дискретного аналога».

Полная теория гиперболических функций Фибоначчи и Люка (2.11)–(2.14) изложена в книге автора [32], опубликованной небольшим тиражом. «Вступительное слове» к книге [32] написано академиком Митропольским, который по праву может считаться «крестным отцом» нового класса гиперболических функций. В своем «Вступительном слове» академик Митропольский предложил назвать функции (2.11)–(2.14) *гиперболическими функциями Стахова—Ткаченко.*

Гиперболические функции Фибоначчи и Люка, задаваемые (2.11)–(2.14), обладают многими замечательными математическими тождествами, доказанными в [31, 32]. Приведем без доказательства только два из них:

$$sF(x)^2 - cF(x-1) \times cF(x) = -1, \tag{2.16}$$

$$cF^2(x) - sF(x) \times sF(x+1) = 1. \tag{2.17}$$

Тождества (2.16), (2.17) относятся к разряду фундаментальных и играют в «гиперболической тригонометрии Фибоначчи» ту же роль, что и тождество (2.3) в классической гиперболической геометрии.

Используя (2.15), легко показать, что для дискретных значений $x = k$ тождества (2.16), (2.17) сводятся к тождеству (2.10). Этот пример имеет «стратегическое» значение для развития «теории чисел Фибоначчи» [3–7]. Действительно, можно показать, что любое тождество для гиперболических функций Фибоначчи и Люка имеет «дискретный аналог» в виде некоторого тождества для чисел Фибоначчи и Люка.

Нет никаких сомнений в том, что обнаруженная выше связь чисел Фибоначчи и чисел Люка с гиперболическими функциями может представлять фундаментальный интерес для священной геометрии и современной теоретической физики и стать источником новых идей и интерпретаций.

2.4. Симметричное представление гиперболических функций Фибоначчи и Люка

Как следует непосредственно из определения (2.12), график гиперболического косинуса Фибоначчи в системе координат XOY является асимметричным относительно оси OY, в то время как график гиперболического синуса Люка (2.13) асимметричен относительно начала координат. Это ограничивает область эффективного применения нового класса гиперболических функций, задаваемых (2.11)–(2.14), в физике, где понятие симметрии является фундаментальным.

Для устранении этого недостатка в статье [33] развит следующий подход. Введем следующее определение гиперболических функций Фибоначчи и Люка, отличающееся от определений (2.11)–(2.14).

Определение 2.1. ***Симметричным гиперболическим синусом Фибоначчи*** *будем называть функцию:*

$$sFs(x) = \frac{\tau^x - \tau^{-x}}{\sqrt{5}}. \tag{2.18}$$

Определение 2.2. ***Симметричным гиперболическим косинусом Фибоначчи*** *будем называть функцию:*

$$cFs(x) = \frac{\tau^x + \tau^{-x}}{\sqrt{5}}. \tag{2.19}$$

Определение 2.3. ***Симметричным гиперболическим синусом Люка*** *будем называть функцию:*

$$sLs(x) = \tau^x - \tau^{-x}. \tag{2.20}$$

Определение 2.4. ***Симметричным гиперболическим косинусом Люка*** *будем называть функцию:*

$$cLs(x) = \tau^x + \tau^{-x}. \tag{2.21}$$

Числа Фибоначчи и Люка могут быть тождественно определены через симметричные гиперболические функции Фибоначчи и Люка следующим образом:

$$F_n = \begin{cases} sFs(n), & \text{для } n = 2k, \\ cFs(n), & \text{для } n = 2k+1; \end{cases} \tag{2.22}$$

$$L_n = \begin{cases} cLs(n), & \text{для } n = 2k, \\ sLs(n), & \text{для } n = 2k+1. \end{cases} \tag{2.23}$$

Симметричные гиперболические функции Фибоначчи и Люка (2.18)–(2.21) связаны с классическими гиперболическими функциями (2.1), (2.2) следующими простыми соотношениями:

$$sFs(x) = \frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{sh}(\ln(\tau) \cdot x); \qquad sLs(x) = 2 \operatorname{sh}(\ln(\tau) \cdot x), \tag{2.24}$$

$$cFs(x) = \frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{ch}(\ln(\tau) \cdot x); \qquad cLs(x) = 2 \operatorname{ch}(\ln(\tau) \cdot x). \tag{2.25}$$

Графики симметричных гиперболических функций Фибоначчи и Люка, определяемых формулами (2.18)–(2.21), имеют симметричную форму и подобны графикам классических гиперболических функций. В соответствии с соотношениями (2.22) числа Фибоначчи F_n с четными индексами $n = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \ldots$ «лежат» на симметричном гиперболическом синусе Фибоначчи $sFs(x)$ в дискретных точках $x =$

$0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \ldots$, а числа Фибоначчи F_n с нечетными индексами ($n = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \ldots$) «лежат» на симметричном гиперболическом косинусе Фибоначчи $cFs(x)$ в дискретных точках ($x = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \ldots$). С другой стороны, в соответствии с соотношениями (2.23) числа Люка с четными индексами «лежат» на симметричном гиперболическом косинусе Люка $cLs(x)$ в дискретных точках ($x = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \ldots$), а числа Люка с нечетными индексами «лежат» на симметричном гиперболическом синусе Люка $sLs(x)$ в дискретных точках ($x = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \ldots$).

Симметричные гиперболические функции Фибоначчи и Люка связаны между собой следующими простыми соотношениями:

$$sFs(x) = \frac{sLs(x)}{\sqrt{5}}; \qquad cFs(x) = \frac{cLs(x)}{\sqrt{5}}. \tag{2.26}$$

Симметричные гиперболические функции Фибоначчи и Люка, с одной стороны, являются обобщением рекуррентных последовательностей Фибоначчи и Люка, а, с другой стороны, являются новым классом гиперболических функций. Поэтому они обладают, с одной стороны, «рекуррентными» свойствами, подобными свойствам рекуррентных последовательностей Фибоначчи и Люка, а с другой стороны, «гиперболическими» свойствами, подобными свойствам гиперболических функций (2.1), (2.2). Многие из этих свойств выведены в [33].

В частности, в [33] доказаны следующие тождества для симметричных гиперболических функций Фибоначчи и Люка, подобные тождеству (2.10):

$$\begin{aligned} &[sFs(x)]^2 - cFs(x+1)cFs(x-1) = -1; \\ &[cFs(x)]^2 - sFs(x+1)sFs(x-1) = 1. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Как упоминалось выше, для «теории чисел Фибоначчи» [3–7] введение гиперболических функций (2.11)–(2.14) и (2.18)–(2.21) имеет «стратегическое» значение. Поскольку рекуррентные последовательности Фибоначчи и Люка являются частными («дискретными») случаями более общего класса математических объектов, задаваемыми (2.11)–(2.14) и (2.18)–(2.21), то все тождества для чисел Фибоначчи и Люка могут быть получены из соответствующих тождеств для гиперболических функций Фибоначчи и Люка (2.11)–(2.14) и (2.18)–(2.21) путем использования соотношений (2.15), (2.22), (2.23), а это означает, что «теория чисел Фибоначчи», активно развиваемая математиками-фибоначчистами в последние десятилетия, как бы «вырождается» и заменяется более общей «теорией гиперболических функций Фибоначчи и Люка» [31–33].

2.5. Геометрия Боднара

Известное в ботанике явление филлотаксиса (листорасположения) можно наблюдать во многих плотноупакованных ботанических объектах, например, головка подсолнечника, сосновые и кедровые шишки, ананас, кактус и т. д. Для характеристики филлотаксиса обычно используют численное отношение левых и правых спиралей, наблюдаемых на поверхности объектов филлотаксиса, называемое *порядком филлотаксиса*, который равен отношению соседних чисел Фибоначчи:

$$\frac{F_{n+1}}{F_n}: \qquad \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \ldots \to \tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Например, головка подсолнечника может иметь порядки филлотаксиса, отображаемые отношениями Фибоначчи $\frac{89}{55}$, $\frac{144}{89}$ и даже $\frac{233}{144}$. Для некоторых растений порядок филлотаксиса равен отношению чисел Люка.

Наблюдая объект филлотаксиса и получая удовольствие от четко упорядоченной картины на его поверхности, можно задаться вопросом: как формируется на его поверхности решетка Фибоначчи в процессе его роста? Эта проблема представляет собой одну из наиболее интригующих загадок живой природы, уходящих в своих истоках к генетическому коду. Его сущность состоит в том, что большинство видов биологических форм изменяет свой порядок филлотаксиса по мере своего роста. Известно, например, что диски подсолнечника, расположенные на различных уровнях одного и того же стебля, имеют различные порядки филлотаксиса. При этом, чем старше диск, тем выше его порядок филлотаксиса. Это означает, что во время роста «філлотаксисного объекта» происходит естественная модификация симметрии (возрастание порядков филлотаксиса), и эта модификация симметрии осуществляется согласно закону:

$$\frac{1}{1} \to \frac{2}{1} \to \frac{3}{2} \to \frac{5}{3} \to \frac{8}{5} \to \frac{13}{8} \to \frac{21}{13} \to \ldots \tag{2.28}$$

Модификацию (возрастание) порядков филлотаксиса согласно [9] называют *динамической симметрией*. Многие ученые, исследовавшие этот феномен, полагают, что явление динамической симметрии объектов филлотаксиса имеет фундаментальное междисциплинарное значение. Согласно мнению Вернадского, проблема биологической симметрии — ключевая проблема биологии.

Таким образом, феномен динамической симметрии (2.28) представляет собой «главную загадку» филлотаксиса. Можно предполагать, что числовая последовательность (2.28) отражает некоторые фундаментальные геометрические законы, раскрытие которых имело бы большое значение для разъяснения феномена филлотаксиса и механизма роста объектов живой природы в целом.

Украинский архитектор Олег Боднар, в своей книге [9] решил «загадку филлотаксиса», представленную числовой последовательностью (2.28). Моделируя рост объектов филлотаксиса, он использовал понятие «гиперболического поворота», используемое в геометрии [34], и так называемые «золотые» гиперболические функции, отличающихся от представленных выше симметричных гиперболических функций Фибоначчи только постоянными коэффициентами. Из исследований О. Боднара [9] вытекает еще одна «стратегическая» роль введенных выше гиперболических функций Фибоначчи и Люка: можно высказать предположение, что именно этот класс гиперболических функций, обладающих «рекуррентными» свойствами, лежит в основе геометрии живой природы.

§ 3. Обобщенный принцип Золотого Сечения

3.1. «Принцип дихотомии» и «Принцип Золотого Сечения»

Замечательная книга русского архитектора И. Шевелева [35] посвящена исследованию наиболее общих принципов, лежащих в основе «Метаязыка живой природы». Наиболее важными из них являются *«Принцип дихотомии»* и *«Принцип Золотого Сечения»*.

«Принцип дихотомии» основан на следующем тривиальном свойстве двоичных чисел:

$$1 = 2^0 = 2^{-1} + 2^{-1}. \tag{3.1}$$

В книге [35] «динамическая» модель «Принципа дихотомии» представляется в виде бесконечного деления «Единицы» («Целого») в «дихотомичном» отношении (3.2).

$$\begin{array}{l} 1 = 2^0 = 2^{-1} + 2^{-1} \\ \qquad\qquad\quad 2^{-1} = 2^{-2} + 2^{-2} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad 2^{-2} = 2^{-3} + 2^{-3} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 2^{-3} = 2^{-4} + 2^{-4} \\ 1 = 2^0 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6} + \ldots = \sum\limits_{i=1}^{\infty} 2^{-i} \end{array} \tag{3.2}$$

«Принцип Золотого Сечения», пришедший к нам от Пифагора, Платона, Аристотеля и Евклида, основывается на следующем фундаментальном свойстве, связывающем соседние степени «золотой пропорции»:

$$\tau^n = \tau^{n-1} + \tau^{n-2}, \tag{3.3}$$

где $n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$. При $n = 0$ тождество (3.3) принимает следующий вид:

$$1 = \tau^0 = \tau^{-1} + \tau^{-2}. \tag{3.4}$$

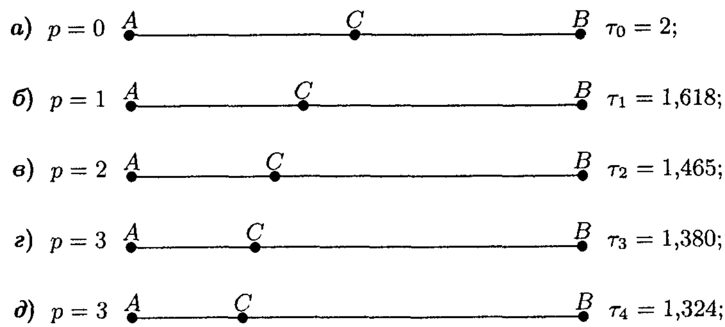

Рис. 1. Золотые p–сечения ($p = 0, 1, 2, 3, \ldots$).

Основываясь на «золотых» отношениях, задаваемых (3.3), (3.4), в книге [35] представлена следующая «динамическая» модель «Принцип Золотого Сечения»:

$$\begin{aligned}
1 = \tau^0 = \tau^{-1} + \tau^{-2}& \\
\tau^{-2} = \tau^{-3} + \tau^{-4}& \\
\tau^{-4} = \tau^{-5} + \tau^{-6}& \\
\tau^{-6} = \tau^{-7} + \tau^{-8}& \\
1 = \tau^0 = \tau^{-1} + \tau^{-3} + \tau^{-5} + \tau^{-7} + \tau^{-9} + \tau^{-11} + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} \tau^{-(2i-1)}&
\end{aligned} \tag{3.5}$$

3.2. Обобщение задачи о золотом сечении

Пришедшая к нам из «Начал Евклида» задача о *«делении отрезка в крайнем и среднем отношении»*, получившая позже название задачи о *«золотом сечении»*, допускает следующее обобщение [12, 13, 29]. Зададимся целым неотрицательным числом р(р $= 0, 1, 2, 3, \ldots$) и разделим отрезок AB точкой С в таком отношении (рис. 1), чтобы

$$\frac{CB}{AC} = \left(\frac{AB}{CB}\right)^p . \tag{3.6}$$

Обозначим отношение $AB : CB = x$; тогда $CB : AC = x^p$. С другой стороны, $AB = AC + CB$, откуда вытекает следующее уравнение для нахождения искомого отношения:

$$x^{p+1} = x^p + 1. \tag{3.7}$$

Обозначим через τ_p положительный корень алгебраического уравнения (3.7).

Уравнение (3.7) задает бесконечное число пропорциональных делений отрезка AB в отношении (3.6), так как каждому p соответствует свой вариант деления. Рассмотрим частные случаи отношения (3.6). При $p = 0 \tau_p = 2$, а деление отрезка в отношении (3.6) сводится к классической дихотомии (рис. 1, *а*). При $p = 1 \tau_p = \tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ («золотая пропорция»), а деление отрезка в отношении (3.6) совпадает с классическим «золотым сечением» (рис. 1, *б*). На этом основании деление отрезка в отношении (3.6) было названо *обобщенным золотым сечением* или *золотым p-сечением,* а числа τ_p, являющиеся положительными корнями уравнения (3.7), были названы *обобщенными золотыми пропорциями* или *золотыми p-пропорциями* [12, 13 29].

Из уравнения (3.7) непосредственно вытекает следующее тождество, связывающее степени золотых p-пропорций:

$$\tau_p^n = \tau_p^{n-1} + \tau_p^{n-p-1} = \tau_p \times \tau_p^{n-1}. \tag{3.8}$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.

Заметим, что частными случаями (3.8) являются следующие математические тождества для «двоичных чисел» и степеней классической золотой пропорции τ:

$$2^n = 2^{n-1} + 2^{n-1} = 2 \times 2^{n-1};$$
$$\tau^n = \tau^{n-1} + \tau^{n-2} = \tau \times \tau^{n-1}.$$

Какое значение для «священной геометрии» могут иметь обобщенные золотые пропорции, задаваемые (3.6)? Для ответа на этот вопрос рассмотрим прямоугольник с отношением сторон τ_{p}:1. Такой прямоугольник будем называть *обобщенным золотым прямоугольником* или *золотым p-прямоугольником.* Ясно, что для случая p = 0 мы имеем: $\tau_0 = 2$. Ясно, что для этого случая золотой 0-прямоугольник (p = 0) сводится к такой священной геометрической фигуре как «двойной квадрат» (2 : 1), диагональ которого равна священному числу $\sqrt{5} = 2.236\ldots$. Пусть теперь p = 1; для этого случая $\tau_1 = \tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$(«золотая пропорция») и тогда золотой 1-прямоугольник (p = 1) сводится к классическому «золотому прямоугольнику», широко используемому в «священной геометрии» и произведениях искусства. Наконец, когда p $\to \infty$, золотая p-пропорция $\tau_{\mathrm{p}} \to 1$, а это означает, что золотой p-прямоугольник вырождается в квадрат (1 : 1), выражающий священное число $\sqrt{2} = 1{,}414\ldots$. Таким образом, уже первые шаги в интерпретации «Математики Гармонии» с точки зрения «священной геометрии» приводят нас к заключению, что рассмотренное выше важное математическое соотношение «Математики Гармонии» — обобщенная золотая пропорция — «порождает» бесконечное количество прямоугольников с соотношением сторон τ_{p} : 1, которые включают в качестве частных случаев, по крайней мере, три геометрические фигуры священной геометрии: квадрат, «двойной квадрат» и «золотой прямоугольник».

3.3. Обобщенный принцип Золотого Сечения

А теперь разделим все члены тождества (3.8) на τ_p^n; в результате мы получим следующее представление «Единицы» «Единицы» в виде суммы двух степеней золотой p-пропорции:

$$1 = \tau_p^0 = \tau_p^{-1} + \tau_p^{-p-1}. \tag{3.9}$$

Используя (3.8), (3.9), мы можем построить следующую «динамическую» модель разложения «Единицы» p-пропорции:

$$\begin{aligned}
&1 = \tau_p^0 = \tau_p^{-1} + \tau_p^{-(p+1)}\\
&\qquad\qquad \tau_p^{-(p+1)} = \tau_p^{-(p+1)-1} + \tau_p^{-2(p+1)}\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \tau_p^{-2(p+1)} = \tau_p^{-2(p+1)-1} + \tau_p^{-3(p+1)}\\
&1 = \tau^0 = \tau_p^{-1} + \tau_p^{-(p+1)-1} + \tau_p^{-2(p+1)-1} + \tau_p^{-3(p+1)-1} + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} \tau_p^{-(i-1)(p+1)-1}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

В результате проведенных рассуждений мы нашли более общий принцип представления «Единицы», которая в «Метаязыке живой природы» [35] выражает «Целое». В дальнейшем мы будем называть этот принцип «Обобщенным Принципом Золотого Сечения» и задавать его с помощью следующего математического тождества:

$$1 = \tau_p^{-1} + \tau_p^{-(p+1)} = \sum_{i=1}^{\infty} \tau_p^{-(i-1)(p+1)-1}, \tag{3.11}$$

где τ_p — золотая p-пропорция, $p \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Ясно, что этот общий принцип включает в себя в качестве частных случаев «Принцип дихотомии» ($p = 0$) и классический «Принцип Золотого Сечения» ($p = 1$), для которых общее тождество (3.11) принимает следующий вид соответственно:

«Принцип дихотомии» ($p = 0$):

$$1 = 2^{-1} + 2^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} 2^{-i}. \tag{3.12}$$

«Принцип Золотого Сечения» ($p = 1$):

$$1 = \tau^{-1} + \tau^{-2} = \sum_{i=1}^{\infty} \tau^{-2(i-1)-1}, \tag{3.13}$$

где $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ — «золотая пропорция».

В работе [35] утверждается, что *«Закон золотого сечения порождает закон воспроизведения себе подобных и комплементарных структур (идея генетики)»*. Ясно, что «Обобщенный Принцип Золотого Сечения», задаваемый (3.11), выражает более общий закон «воспроизведения себе подобных и комплементарных структур» — и в этом состоит его фундаментальное значение для «Священной геометрии» и современной науки.

3.4. «Закон структурной гармонии систем»

Более глубокий подход к пропорции (3.6) состоит в трактовке золотых p-пропорций и порождаемых ими «обобщенных золотых прямоугольников» как математической основы новой «священной геометрии», выражающей некоторые глубокие закономерности окружающего нас мира. И именно этот подход был развит белорусским философом Э. М. Сороко, который недавно сформулировал свой знаменитый «Закон структурной гармонии систем», суть которого сводится к следующему [10]:

> *«Обобщенные золотые сечения суть инварианты, на основе и посредством которых в процессе самоорганизации естественные системы обретают гармоничное строение, стационарный режим существования, структурно-функциональную ... устойчивость».*

В чем же принципиальная особенность «Закона Сороко» с точки зрения «священной геометрии? Начиная с Пифагора и до наших дней [35], ученые связывали понятие гармонии с классической золотой пропорцией $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618$, которая всегда считалась единственной, уникальной и неповторимой. «Закон Сороко» утверждает, что для одной и той же системы может существовать бесконечное количество «гармоничных» состояний, соответствующих числам τ_p или обратным к ним числам $\beta_S = \frac{1}{\tau_S}$, где p принимает значения из множества натуральных чисел.

Значения структурных инвариантов τ_p и $\beta_{\rm p}$ для начальных значений параметра p задаются с помощью табл. 2.

Таблица 2

p	1	2	3	4	5	6	7
τ_p	1,618	1,465	1,380	1,324	1,285	1,255	1,232
$\beta_{\rm p}$	0,6180	0, 6823	0,7245	0,7549	0,7781	0,7965	0,8117

3.5. Обобщенные числа Фибоначчи

А теперь найдем связь обобщенных золотых пропорций с треугольником Паскаля, играющим важную роль в священной геометрии. Для этого представим упомянутый выше треугольник Паскаля в виде следующей числовой таблицы:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		1	3	6	10	15	21	28	36
			1	4	10	20	35	56	84
				1	5	15	35	70	126
					1	6	21	56	126
						1	7	28	84
							1	8	36
								1	9
									1
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512

Заметим, что биномиальный коэффициент C_n^k находится на пересечении n-го столбца (n =0, 1, 2, 3, ...) и k-й строки ($k = 0, 1, 2, 3, \ldots$) треугольника Паскаля. Если теперь последовательно просуммировать биномиальные коэффициенты по столбцам, то возникающая при этом числовая последовательность есть ни что иное, как «двоичный ряд»: $1, 2, 4, 8, 16, \ldots, 2^n, \ldots$. В комбинаторике этот результат выражается с помощью широко известного тождества, связывающего биномиальные коэффициенты с двоичными числами:

$$2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n.$$

Сдвинем теперь каждую строку треугольника Паскаля на один столбец вправо относительно предыдущей строки и рассмотрим следующий *«деформированный» треугольник Паскаля,* называемый 1-*треугольником Паскаля*:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				1	3	6	10	15	21	28	36
						1	4	10	20	35	56
								1	5	15	35
										1	6
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

7—2104

Если теперь просуммировать биномиальные коэффициенты «деформированного» треугольника Паскаля по столбцам, то получим *ряд Фибоначчи*: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$, причем сумма биномиальных коэффициентов n-го столбца «деформированного» треугольника Паскаля будет равна $(n+1)$-му числу Фибоначчи $F_{n+1}(F_{n+1}= F_n + F_{n-1};\ F_1 = F_2 = 1)$.

Если теперь сдвинуть каждую строку исходного треугольника Паскаля на p столбцов вправо относительно предыдущей строки ($p = 0, 1, 2, 3, \ldots$), то получим таблицу биномиальных коэффициентов, называемую *p-треугольником Паскаля*, которая в результате сложения по столбцам дает *обобщенные числа Фибоначчи* или *p-числа Фибоначчи* [12, 13, 29], выражаемые с помощью следующей рекуррентной формулы:

$$F_p(n) = F_p(n-1) + F_p(n-p-1) \quad \text{для } n > p+1; \tag{3.14}$$

$$F_p(1) = F_p(2) = \ldots = F_p(p+1) = 1. \tag{3.15}$$

Заметим, что рекуррентное соотношение (3.14) при начальных условиях (3.15) задает бесконечное количество новых числовых последовательностей. При этом их частными случаями являются «двоичный ряд» $1, 2, 4, 8, 16, \ldots$, соответствующий случаю $p = 0$, и ряд Фибоначчи $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$, соответствующий случаю $p = 1$!

В сакральной геометрии широко используется тот факт, что отношение соседних чисел Фибоначчи F_n/F_{n-1}стремится в пределе к «золотой пропорции». Доказано [12, 31, 29], что для заданного р(р $= 0, 1, 2, 3, \ldots$) отношение соседних p-чисел Фибоначчи $F_p(n)/F_p(n-1)$ при $n \to \infty$ также стремится к некоторой константе и этой константой является ни что иное, как золотая р−пропорция τ_p! Это означает, что введенные выше золотые p-пропорции, задаваемые (3.6), лежащие в основе «Обобщенного Принципа Золотого Сечения», выражают некоторые глубокие математические закономерности треугольника Паскаля! Таким образом, между «священными числами» 2 и 1, которые являются вырожденными золотыми p-пропорциями, соответствующими случаям $p = 0$ и р $= \infty$, на числовой оси находится бесконечное число особых иррациональных чисел τ_p, которые согласно «Закону Сороко» выражают гармонические состояния, в которых могут пребывать различные самоорганизующихся системы Природы. Нет никаких сомнений, что этот математический результат может дать новый стимул для развития современной науки и священной геометрии.

Как упоминалось, треугольник Паскаля символизирует в священной геометрии процесс деления биологических клеток в процессе их размножения. И в этом пункте это положение священной геометрии также может быть скорректировано, основываясь на современных научных данных. В работе [36] показано, что в действительности процесс деления клеток подчиняется более общему, «фибоначчиевому» закону, который математически выражается рекуррентным соотношением (3.14), (3.15), задающим p-числа (3.15), задающим p-числа Фибоначчи.

Трудно переоценить методологическое значение установленной выше связи «Обобщенного Принципа Золотого Сечения», задаваемого (3.11), с треугольником Паскаля и биномиальными коэффициентами! Это может стать началом переосмысливания многих направлений современной математики и теоретической физики, основанных на комбинаторных отношениях, в частности, теории вероятностей и многих статистических законов.

§ 4. Алгоритмическая теория измерения

4.1. Несоизмеримые отрезки и математическая теория измерения

Наиболее крупным математическим достижением античной математики является открытие *иррациональных чисел*. Считается, что это открытие было сделано в 5-м веке до н. э. в научной школе Пифагора при исследовании отношения диагонали к стороне квадрата. Методом от противного пифагорейцам удалось доказать, что рассматриваемое отношение, равное $\sqrt{2}$, не может быть выражено в виде отношения двух натуральных чисел, и такие отрезки были названы *несоизмеримыми*, а числа, выражающие подобные отношения, были названы *иррациональными*.

Как гласит легенда, в честь этого открытия Пифагор совершил «гекатомбу», то есть принес в жертву богам 100 быков. Вначале пифагорейцы старались держать в секрете новое открытие. Согласно легенде, один из пифагорейцев Гиппас Метапонтский, разгласивший секрет «несоизмеримых отрезков», погиб во время кораблекрушения, что было приподнесено пифагорейцами как наказание от богов. Открытие «несоизмеримых отрезков» активизировало развитие математики. Уже в конце 5-го века до н. э. была доказана иррациональность $\sqrt{N}$ для любого целого N, не являющегося полным квадратом.

Открытие «несоизмеримых отрезков» привело к первому кризису в основаниях математики и, в конечном итоге, стало поворотным пунктом в ее развитии. Для преодоления этого кризиса выдающийся геометр Евдокс предложил так называемый «метод исчерпывания», с помошью которого он преодолел указанный кризис. Считается, что своей «теорией отношений» Евдокс почти на 2,5 тысячелетия предвосхитил современную «теорию измерений» [37] и «теорию иррациональных чисел», построенную Дедекиндом в 19-м столетии.

Основным результатом «математической теории измерения» [37], основанной на так называемых *аксиомах непрерывности*, является доказательство существования и единственности решения q основного уравнения измерения:

$$Q = qV, \tag{4.1}$$

где V — единица измерения, Q — измеряемая величина, q — действительное число, представляющее собой результат измерения.

4.2. «Infinitum Actu Non Datur»

Несмотря на кажущуюся простоту «основного уравнения измерения» (4.1), тем не менее оно является продуктом более чем двухтысячелетнего периода в развитии математики и содержит в себе ряд глубоких математических понятий. В частности, оно содержит в себе одно удивительное достижение математической мысли 19-го столетия — абстракцию *актуальной бесконечности,* введенную Георгом Кантором в своей теории бесконечных множеств. Действительно, как подчеркивается в [37, с. 24], доказательство уравнения (4.1) связано с *«указанием на возможность бесконечной длительности процесса измерения, с неизбежным появлением иррационального числа и доказательством реальности этой ситуации».*

Как известно, понятие «актуальной бесконечности» явилось предметом ожесточенного спора в математике 20-го века после обнаружения парадоксов в Канторовской теории множеств на рубеже 19-го и 20-го столетий. Многие математики считают, что основной причиной возникших противоречий является использование в математике абстракции «актуальной бесконечности», что привело к нарушению тезиса Аристотеля «*Infinitum Actu Non Datur*». Этот знаменитый тезис, который представляет собой утверждение о невозможности существования актуально-бесконечных объектов (что является сутью Канторовской теории бесконечных множеств), на протяжении последних 2300 лет разделяли и активно поддерживали такие великие единомышленники Аристотеля, как Лейбниц, Коши, Гаусс, Кронекер, Пуанкаре, Брауэр, Вейль, Лузин, Зенкин и многие другие выдающиеся создатели классической логики и современной классической математики в целом! Резко негативное отношение к Канторовской «актуальной бесконечности» привело математиков-конструктивистов к созданию так называемой *конструктивной математики* [38], основанной на использовании более «скромного» представления о бесконечном, называемом *«потенциальной бесконечностью»* и полностью соответствующего «тезису Аристотеля».

Развитие «конструктивного» подхода в математической теории измерения привело к созданию так называемой «алгоритмической теории измерения» [12–14], которая в своих истоках восходит к «задаче о выборе наилучшей системы гирь», сформулированной знаменитым итальянским математиком Фибоначчи в 13 в. Как известно, существует два

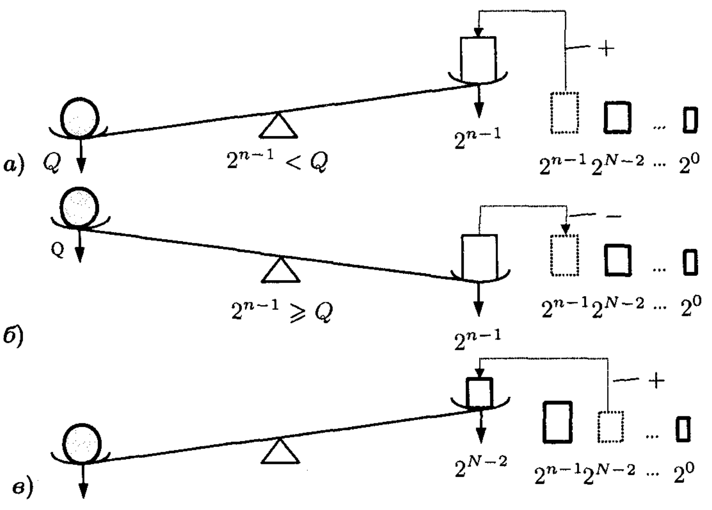

Рис. 2. Принцип асимметрии измерения

решения «задачи о выборе наилучшей системы гирь»: (а) когда гири разрешается класть только на «свободную» чашу весов и (б) кода гири разрешается класть на обе чаши весов. В первом случае оптимальной является «двоичная» система гирь

$$\{2^0, 2^1, 2^2, \ldots, 2^{n-1}\}, \tag{4.2}$$

которая «порождает» двоичный алгоритм измерения и двоичную систему счисления

$$Q = \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i \tag{4.3}$$

лежащую в основе современных компьютеров. Заметим, что в основе системы гирь (4.2) и системы счисления (4.3) лежит «Принцип дихотомии».

4.3. Принцип асимметрии измерения

При внимательном анализе упомянутого выше «двоичного» алгоритма измерения, основанного на «двоичной» системе гирь (4.2), обнаруживается одна его особенность, которая имеет общий характер для любых мыслимых измерений, основанных на сравнении измеряемой величины с «эталонными гирями», и наглядно может быть продемонстрирована на модели взвешивания на рычажных весах неизвестного веса $Q < 2^n$ с помощью системы двоичных гирь (4.2) (рис. 2).

На первом шаге взвешивания на правую чашу весов кладется «старшая» гиря весом 2^{n-1} (рис. 2, *а*), что обозначено символом «+» («добавить»). При этом могут возникнуть две ситуации, изображенные на рис. 2, *а* ($2^{n-1} < Q$) и на рис. 2, *б* ($2^n \geqslant Q$). В первом случае (рис. 2, *а*) следующий шаг состоит в том, чтобы добавить (+) на правую чашу весов очередную по старшинству гирю 2^{n-2}. Во втором случае (рис. 2, *б*) «весовщик» должен выполнить две операции: снять (−) предыдущую гирю, после чего весы возвращаются в исходное положение (рис. 2, *в*); после возвращения рычажных весов в исходное положение он должен добавить (+) на правую чашу весов следующую по старшинству гирю.

Следовательно, логика любого сравнения с помощью рычажных весов *«несимметрична»,* так как предполагает различную степень сложности действий «весовщика» в зависимости от положений, в которых оказываются рычажные весы (устройство сравнения) после очередного шага сравнения; при этом действия «весовщика» после получения сигнала «больше» (правая чаша перевесила) оказываются «сложнее» по сравнению с его действиями после получения сигнала «меньше» (весы остались в исходном положении).

Обнаруженное свойство измерения и составляет содержание *принципа асимметрии измерения* [12]. Сложность действий «весовщика» после получения сигнала «больше» (ситуация на рис. 2, *б*) определяется двумя факторами. Во-первых, он должен снять гирю и, во-вторых, учесть время, затрачиваемое на «восстановление» весов в исходное положение. Введение *восстановительного периода* устройства сравнения (рычажных весов) и учет этого периода в математической модели измерения и его алгоритме и является центральной идеей алгоритмической теории измерения [12], вытекающей из принципа асимметрии измерения.

Как показано в [12], введение этого принципа в теорию измерения, приводит к новым и неожиданным результатам. Одним из них является доказательство оптимальности так называемой «фибоначчиевой» системы гирь, которая в общем виде (для заданного p) задается числовой последовательностью, описываемой рекуррентным соотношением (3.14), (3.15). А это означает, что в основе «алгоритмической теории измерения» лежит «Обобщенный Принцип Золотого Сечения»!

Как показано в [12], возникающий при этом «фибоначчиевый» алгоритм измерения «порождает» следующий способ позиционного представления натуральных чисел:

$$N = a_n F_p(n) + a_{n-1} F_p(n-1) + \ldots + a_i F_p(i) + \ldots + a_1 F_p(1), \qquad (4.4)$$

где $a_i \in \{0, 1\}$ — двоичная цифра i-го разряда кода (4.4); n число двоичных разрядов кода (4.4); $F_p(i)$ — вес i-го разряда, вычисляемый в соответствии с рекуррентной формулой (3.14), (3.15).

Ясно, что выражение (4.4) «порождает» бесконечное число новых, неизвестных ранее способов двоичного позиционного представления натуральных чисел. В частности, при р = 0 «код Фибоначчи» (4.4) сводится к классическому двоичному коду, а при $p = 1$ — к так называемому «представлению Цекендорфа», предложенному датским любителем математики Эдуардом Цекендорфом в 1939 г.

Таким образом, изучение стариной математической задачи привело нас к проблеме систем счисления, которая является весьма актуальной проблемой современной компьютерной науки, — и этом состоит основное прикладное значение «алгоритмической теории измерения».

§ 5. Новая теория чисел

5.1. Евклидово определение натурального числа

Число является едва ли не главным понятием математики и сакральной геометрии. В течение многих тысячелетий это понятие уточнялось и совершенствовалось. В основе классической теории чисел, восходящей к пифагорейцам, лежит следующее определение натурального числа, основанное на геометрическом подходе и изложенное в «Началах Евклида».

Пусть

$$S = \{1, 1, 1, \ldots\} \tag{5.1}$$

представляет собой бесконечное множество геометрических отрезков, называемых *«монадами»* или *единицами*. Тогда согласно Евклиду натуральное число N определяется следующим образом:

$$N = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1(N \text{ раз}). \tag{5.2}$$

Несмотря на предельную простоту такого определения, оно сыграло огромную роль в развитии теории чисел и лежит в основе многих полезных математических понятий, в частности, понятий *простого* и *составного* числа, *умножения, деления*, а также понятий *делимости* и *сравнения,* которые являются одними из основных понятий элементарной теории чисел, то есть определение (5.2) «порождает» как сами натуральные числа, так и всю проблематику их теории.

5.2. Конструктивный подход к определению числа

Известен также «конструктивный подход» к определению числа, в основе которого лежит «Принцип дихотомии». Согласно «конструктивному подходу» всякое «конструктивное» действительное число A является некоторым математическим объектом, задаваемым с помощью следующей математической формулы:

$$A = \sum_i a_i 2^i, \tag{5.3}$$

где $a_i \in \{0, 1\}$ и $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.

Определение числа, задаваемое (5.3), имеет следующую геометрическую интерпретацию. Пусть

$$B = \{2^n\} \tag{5.4}$$

множество геометрических отрезков длины 2^n ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$). Тогда «конструктивными» действительными числами называются все математические объекты, которые могут быть представлены в виде конечной суммы геометрических отрезков из (5.4) в виде (5.3).

Ясно, что определение (5.3) выделяет из множества действительных чисел только некоторую часть чисел, которые могут быть представлены в виде суммы (5.3). Такие числа мы будем называть *конструктивными*. Все остальные действительные числа, которые не могут быть представлены в виде суммы (5.3), являются *неконструктивными*. Ясно, что к «неконструктивным» числам относятся, прежде всего, все иррациональные числа, в частности, главные математические константы π и e, число $\sqrt{2}$, «золотое сечение» и т. д. Но в рамках определения (5.3) к разряду «неконструктивных» мы должны отнести и некоторые рациональные числа (например, 2/3, 3/7 и т. д.), называемые «периодическими дробями», которые не могут быть представлены в виде конечной суммы (5.3).

Заметим, что хотя определение (5.3) значительно ограничивает множество действительных чисел, это никак не умаляет его значение с «практической», вычислительной точки зрения. Легко доказать, что любое «неконструктивное» действительное число может быть представлено в виде (5.3) приближенно, причем ошибка приближения Δ будет неограниченно уменьшаться по мере увеличения числа членов в (5.3), однако $\Delta \neq 0$ для «неконструктивных» действительных чисел. По существу, в современных компьютерах мы пользуемся только «конструктивными» числами, задаваемыми (5.3), и это нас вполне устраивает, потому что любое «неконструктивное» число может быть представлено в виде (5.3) с погрешностью, потенциально стремящейся к 0.

5.3. Определение Ньютона

В 17-м веке в период зарождения современной науки и математики разрабатывается ряд методов изучения непрерывных процессов, и понятие действительного числа вновь выходит на передний план. Наиболее отчетливо новое определение действительного числа дается одним из основоположников математического анализа И. Ньютоном в его «Всеобщей Арифметике»:

> *«Под числами мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу».*

Эта формулировка дает нам единое определение действительного числа, рационального или иррационального. Если теперь рассмотреть «Евклидово определение числа» (5.2) с точки зрения «определения Ньютона», то в качестве «другой величины того же рода, принятой за единицу», выступает «монада». В двоичной системе счисления (5.3) роль «единицы», играет число 2, то есть основание системы счисления.

5.4. Новое конструктивное определение действительного числа

Рассмотрим теперь бесконечное множество геометрических отрезков, степенями золотой p-пропорции τ_p :

$$G_p = \{\tau_p^n\}, \tag{5.5}$$

где p принимает значения из множества $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, а n — из множества $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$; при этом все степени τ_p^n связаны между собой математическим тождеством (3.8).

Используя множество (5.5), можно «сконструировать» следующий метод позиционного представления чисел:

$$A = \sum_i a_i \tau_p^i, \tag{5.6}$$

где $a_i \in \{0, 1\}$ и $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$.

Заметим, что выражение (5.6) «генерирует» бесконечное количество позиционных способов представления чисел (систем счисления), так как каждому $\mathrm{p}(\mathrm{p} = 0, 1, 2, 3, \dots)$ соответствует своя система счисления типа (5.6). Заметим, что при $\mathrm{p} = 0$ основание $\tau_{\mathrm{p}} = \tau_0 = 2$ и система счисления (5.6) сводится к классической двоичной системе (5.3).

Рассмотрим случай $\mathrm{p} = 1$. Для этого случая основанием системы счисления (5.6) является классическое «золотое сечение» $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ и система (5.6) вырождается в «Тау-систему», введенную в 1957 г. американским математиком Джорджем Бергманом [39]. Бергман назвал свою «Тау-систему» *системой счисления с иррациональным основанием.* Любопытно отметить, что статья [39] написана Бергманом в возрасте 12 лет! Сейчас Джордж Бергман является профессором одного из американских университетов.

Заметим также, что выражение (5.6) было введено автором в 1980 г. в статье [40] и названо *«кодом золотой p-пропорции»*. Теория этих систем счисления изложена в [15].

Рассмотрим теперь случай $p = \infty$. Для этого случая основание τ_pстремится к 1, а это означает, что в пределе выражение (5.6) сводится к классическому Евклидовому определению числа, задаваемому (5.2).

Таким образом, мы можем рассматривать позиционный способ представления чисел, задаваемый (5.6), как весьма широкое обобщение и развитие «Евклидового определения» числа (5.2) и конструктивного определения (5.3).

Как упоминалось выше, «Евклидово определение» (5.2) порождает как сами натуральные числа, так и всю проблематику их теории. Но формула (5.6) задает бесконечное число новых определений действительных чисел. Но тогда каждое из определений (5.6) «генерирует» свою собственную теорию действительных чисел. Покажем плодотворность такого подхода на примере изучения математических свойств систем счисления (5.6).

5.5. Некоторые свойства систем счисления с иррациональными основаниями

Рассмотрим системы счисления с иррациональными основаниями, задаваемые (5.6), с точки зрения священной геометрии. Прежде всего, заметим, что системы счисления (5.6) переворачивают все наши традиционные представления о системах счисления. До публикации работ [39, 40, 13] традиционно считалось, что основанием системы счисления могут быть только натуральные или целые числа, то есть началом счисления является некоторое натуральное число 2, 10, 12, 20, 60, через которое с использованием позиционного принципа может быть представлено любое действительное число. В системах счисления (5.6) впервые в качестве такого начала выступает некоторое иррациональное число τ_{p}(для $\mathrm{p} > 0$), с помощью которого с использованием позиционного принципа может быть представлено любое действительное число.

Заметим, что выражение (5.6) разделяет все действительные числа на две группы, «конструктивные числа», которые могут быть представлены в виде конечной суммы степеней золотой p-пропорции в виде (5.6), и «неконструктивные» числа, которые не могут быть представлены в виде суммы (5.6).

Ясно, что все степени золотой p-пропорции типа τ_p^i $(i = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots)$ могут быть представлены в виде (5.6). Например,

$$\begin{aligned} \tau_p^1 &= 10 & \qquad \tau_p^{-1} &= 0.1 \\ \tau_p^2 &= 100 & \qquad \tau_p^{-2} &= 0.01 \\ \tau_p^3 &= 1000 & \qquad \tau_p^{-3} &= 0.001. \end{aligned}$$

Это означает, что все иррациональные числа типа τ_p^i (степени золотой p-пропорции) являются «конструктивными числами» в рамках определения (5.6). Из определения (5.6) также вытекает, что все действительные числа, являющиеся суммами степеней золотой р—пропорции, также являются «конструктивными числами» в смысле (5.6). Например, действительное число $A = \tau_p^2 + \tau_p^{-1} + \tau_p^{-3}$ в соответствии с (5.6) может быть представлено в виде следующей кодовой комбинации:

$$A = 100{,}101.$$

Заметим, что возможность представления некоторых иррациональных (степеней золотой p-пропорции и их сумм) в виде конечной совокупности совокупности «битов» является первой необычной особенностью введенных выше позиционных представлений (5.6).

5.6. Представление натуральных чисел

Рассмотрим теперь представление натуральных чисел в системах счисления (5.6), то есть рассмотрим все возможные суммы типа:

$$N = \sum_i a_i \tau_p^i, \tag{5.7}$$

где N — некоторое натуральное число, τ_p — основание системы счисления (5.7), $a_i \in \{0, 1\}, i = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$.

В работе [15] показано, что все представления типа (5.7) для любого заданного p являются *конечными*, то есть любая сумма типа (5.7) для любого натурального N состоит из конечного числа степеней золотой p-пропорции. Например, для случая $p = 1$ (система счисления Бергмана) имеют место следующие представления начального отрезка натуральных чисел:

$$1 = 1{,}0; \quad 2 = 10{,}01; \quad 3 = 100{,}01; \quad 4 = 101{,}01;$$
$$5 = 1000{,}1001; \quad 6 = 1010{,}0001; \quad 7 = 10000{,}0001$$

и т. д.

А теперь возвратимся на 2,5 тысячелетия назад и представим себе реакцию пифагорейцев на сформулированный выше результат. Согласно главной доктрине пифагорейцев *«Все есть число»* в основе мироздания лежат натуральные числа и их отношения, так как любую вещь в природе можно выразить как отношение двух натуральных чисел. Но в теории систем счисления с иррациональными основаниями [39, 40, 13] показано, что любое натуральное число может быть выражено через золотую пропорцию. Из этого рассуждения с необходимостью вытекает новая доктрина, которую пифагорейцы немедленно приняли бы, если бы знали о системах счисления с иррациональными основаниями: *«Все есть Золотая Пропорция»*! И они не были бы далеки от истины!

5.7. Z-свойство натуральных чисел

Покажем теперь, что сформулированное выше общее определение действительного числа (5.6), основанное на «Обобщенном принципе

Золотого Сечения», может стать источником новых теоретико-числовых результатов. Рассмотрим один из таких результатов, называемых *Z-свойством натуральных чисел.*

Для рассмотрения этого свойства представим натуральное число N в системе счисления Бергмана:

$$N = \sum_i a_i \tau^i. \tag{5.8}$$

Выражение (5.8) называется τ-кодом натурального числа N.

Заметим, что в формуле (5.8) дискретная переменная i принимает свои значения из множества $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$.

В теории чисел Фибоначчи [3–7] широко известна математическая формула, выражающая связь чисел Фибоначчи F_n и чисел Люка L_n с золотой пропорцией τ:

$$\tau^i = \frac{L_i + F_i\sqrt{5}}{2}, \tag{5.9}$$

где индексы i для чисел Фибоначчи и Люка принимают значения из множества $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$. Считается, что формула (5.9) была выведена в 19 в. французским математиком Бине.

Воспользовавшись формулой (5.9), нетрудно доказать следующую теорему.

Теорема 5.1 (***Z-свойство натуральных чисел***). *Если в выражении для τ-кода любого натурального числа N, задаваемого выражением (5.8), заменить все степени золотой пропорции τ^i соответствующими числами Фибоначчи F_i ($i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$), то возникающая при этом сумма тождественно равна нулю независимо от исходного натурального числа N.*

Примем без доказательства еще одну теорему, которая является обобщением теоремы 5.1.

Теорема 5.2 (***Z_p-свойство натуральных чисел***). *Если представить в виде (5.7) некоторое натуральное число N, а затем в выражении (5.7) заменить все степени золотой p-пропорции τ_p^i p-числами Фибоначчи $F_p(i)$, то возникающая при этом сумма всегда тождественно равна нулю независимо от исходного натурального числа N.*

Заметим, что свойства, задаваемые Теоремами 1 и 2, справедливы только для натуральных чисел! Это означает, что наши исследования привели к открытию нового свойства натуральных чисел, называемого Z- или Z_p-*свойством* (от слова «Zero» — нуль). И это свойство могло быть обнаружено в математике только *после открытия* Бергманом [39] систем счисления с иррациональными основаниями!

Продемонстрируем теорему 5.1 на конкретном примере. Рассмотрим представление «священного числа» 5 в системе счисления Бергмана:

$$5 = 1000{,}1001. \tag{5.10}$$

В соответствии с (5.8) кодовое представление (5.10) является сокращенной записью следующей суммы:

$$5 = \tau^3 + \tau^{-1} + \tau^{-4}. \tag{5.11}$$

Заменим теперь степени золотой пропорции в (5.11) соответствующими числами Фибоначчи, то есть рассмотрим сумму:

$$F_3 + F_{-1} + F_{-4}. \tag{5.12}$$

Если теперь воспользоваться формулой (5.9), то получим следующее:

$$F_3 + F_{-1} + F_{-4} = 2 + 1 + (-3) = 0,$$

т. е. для данного конкретного примера Z-свойство выполняется.

§ 6. Матрицы Фибоначчи

6.1. Q-матрица

В последние десятилетия «теория чисел Фибоначчи» дополнилась теорией матрицы специального типа, названной *Q-матрицей* [4]. Последняя представляет собой простейшую квадратную матрицу размером 2×2 следующего вида:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{6.1}$$

Заметим, что детерминант Q-матрицы равен -1, т. е.

$$\operatorname{Det} Q = -1. \tag{6.2}$$

Но какое отношение имеет Q-матрица к числам Фибоначчи? Чтобы ответить на этот вопрос, достаточно возвести Q-матрицу в n-ю степень [4]. Тогда мы получим:

$$Q^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}, \tag{6.3}$$

где F_{n-1}, F_n, F_{n+1} числа Фибоначчи.

Если теперь вычислить детерминант матрицы (6.3), то мы получим:

$$\operatorname{Det} Q^n = (\operatorname{Det} Q)^n = (-1)^n = F_{n+1} \times F_{n-1} - (F_n)^2. \tag{6.4}$$

Сравнивая выражения (6.4) и (2.10), нетрудно усмотреть, что эти выражения совпадают. А это означает, что матрица (6.2) хранит в себе многие тайны чисел Фибоначчи и может быть использована для дальнейшего развития «теории чисел Фибоначчи»!

6.2. Обобщенные «фибоначчиевые» матрицы

Можно использовать идею «фибоначчиевой» Q-матрицы (6.1), (6.3) для получения обобщенных «фибоначчиевых» матриц, основанных на p-числах Фибоначчи. И тогда возникает весьма оригинальная теория обобщенных матриц Фибоначчи, изложенная автором в статье [41].

Введем следующее определение для Q_p-матрицы:

$$Q_p = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{6.5}$$

где индекс p выбирается из множества: $\{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Заметим, что Q_p-матрица представляет собой квадратную матрицу размером $(p+1)\times(p+1)$. Как вытекает из (6.5), она содержит единичную матрицу размером $(p \times p)$, ограниченную последней строкой, состоящей из нулей, и первым столбцом, который состоит из нулей, ограниченных единицами. Для случаев $p = 0, 1, 2, 3, 4$ Q_p-матрицы имеют следующий вид соответственно:

$$Q_0 = (1); Q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = Q; Q_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$Q_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad Q_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что для случая p =1 Q_p-матрица (6.5) сводится к классической Q-матрице (6.1). Матрицы Q_p связаны друг с другом следующими простыми соотношениями. Если в матрице Q_4 вычеркнуть последний столбец и предпоследнюю строку, то она вырождается в матрицу Q_3. Вычеркнув теперь последний столбец и предпоследнюю строку в матрице Q_3, мы получим матрицу Q_2 и т. д. Таким образом, каждая матрица Q_p , с одной стороны, содержит в себе все предыдущие матрицы и, с другой стороны, входит во все последующие матрицы. Эта удивительная регулярность в построении матриц Q_p вызывает неосознанное чувство ритма и гармонии!

Для степеней матрицы Q_p доказаны [41] следующие теоремы.

Теорема 6.1. *Для заданного целого* р(р $= 1, 2, 3, \ldots$) *и заданного целого* $n(= 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots)$ *имеет место следующее выражение для n-й степени матрицы Q_p:*

$$Q_p^n = \begin{pmatrix} F_p(n+1) & F_p(n) & \cdots & F_p(n-p+2) & F_p(n-p+1) \\ F_p(n-p+1) & F_p(n-p) & \cdots & F_p(n-2p+2) & F_p(n-2p+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ F_p(n-1) & F_p(n-2) & \cdots & F_p(n-p) & F_p(n-p-1) \\ F_p(n) & F_p(n-1) & \cdots & F_p(n-p+1) & F_p(n-p) \end{pmatrix} \tag{6.6}$$

Теорема 6.2.

$$\operatorname{Det} Q_p^n = (-1)^{pn}, \tag{6.7}$$

где $p = 0, 1, 2, 3, \ldots; n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.

И теперь мы можем выразить наше восхищение по поводу теорем 6.1 и 6.2. Действительно, невозможно было вообразить, что p-числа Фибоначчи, вытекающие из треугольника Паскаля, могут стать основой нового класса квадратных матриц, задаваемых выражениями (6.5) и (6.6). Но результат (6.7) кажется нам совершенно невероятным! Невозможно вообразить, чтобы для любых заданных p и n детерминант матрицы будет равен либо 1, либо (-1), что непосредственно следует из (6.7)! Это ощущение «божественного характера» полученного результата дает основание высказать предположение, что рассмотренные выше матрицы Фибоначчи могут стать важнейшими соотношениями священной геометрии и могут войти в арсенал современной науки!

Ясно, что выражения (6.6) и (6.7) представляют нам неограниченные возможности для «фибоначчиевых» исследований, потому что они позволяют получить бесконечное число фундаментальных соотношений, связывающих p-числа Фибоначчи $F_p(n)$ с биномиальными коэффициентами и треугольником Паскаля. И ясно также, что теория матриц Фибоначчи (6.6), (6.7) ждет своей качественной интерпретации в рамках священной геометрии!

6.3. «Золотые матрицы»

А теперь рассмотрим еще один необычный класс матриц, которые были обнаружены автором совсем недавно в процессе написания книги [42].

Представим выражение (6.3) в виде двух выражений для четных ($n = 2k$) и нечетных ($n = 2k + 1$) значений индекса n:

$$Q^{2k} = \begin{pmatrix} F_{2k+1} & F_{2k} \\ F_{2k} & F_{2k-1} \end{pmatrix}, \tag{6.8}$$

$$Q^{2k+1} = \begin{pmatrix} F_{2k+2} & F_{2k+1} \\ F_{2k+1} & F_{2k} \end{pmatrix}. \tag{6.9}$$

А теперь обратимся к гиперболическим функциям Фибоначчи. Для определенности рассмотрим симметричные гиперболические функции Фибоначчи, задаваемые (2.18), (2.19). Учитывая (2.22), мы можем записать выражения (6.8), (6.9) в терминах симметричных гиперболических функций Фибоначчи следующим образом:

$$Q^{2k} = \begin{pmatrix} cFs(2k+1) & sFs(2k) \\ sFs(2k) & cFs(2k-1) \end{pmatrix}, \tag{6.10}$$

$$Q^{2k+1} = \begin{pmatrix} sFs(2k+2) & cFs(2k+1) \\ cFs(2k+1) & sFs(2k) \end{pmatrix}. \tag{6.11}$$

А теперь заменим дискретную переменную k в выражениях (6.10), (6.11) на непрерывную переменную x, как это мы делали при введении гиперболических функций Фибоначчи и Люка. В результате мы получим следующие две необычные матрицы:

$$Q^{2x} = \begin{pmatrix} cFs(2x+1) & sFs(2x) \\ sFs(2x) & cFs(2x-1) \end{pmatrix}, \tag{6.12}$$

$$Q^{2x+1} = \begin{pmatrix} sFs(2x+2) & cFs(2x+1) \\ cFs(2x+1) & sFs(2x) \end{pmatrix}. \tag{6.13}$$

Ясно, что матрицы (6.12), (6.13) являются обобщением матрицы (6.3) для непрерывной области и обладают весьма необычными свойствами. Например, для значения $x = \frac{1}{4}$ матрица (6.12) принимает следующий вид:

$$Q^{\frac{1}{2}} = \sqrt{Q} = \begin{pmatrix} cFs\left(\frac{3}{2}\right) & sFs\left(\frac{1}{2}\right) \\ sFs\left(\frac{1}{2}\right) & cFs\left(-\frac{1}{2}\right) \end{pmatrix}. \tag{6.14}$$

Трудно вообразить, что значит «корень квадратный из матрицы Q», но это «фибоначчиевая фантазия» почему-то вытекает из выражения (6.14).

А если теперь мы вычислим детерминанты матриц (6.12), (6.13), то, используя (2.27), мы придем к совершенно «фантастическим» результатам, справедливым для любого непрерывного x:

$$\operatorname{Det} Q^{2x} = 1, \tag{6.15}$$

$$\operatorname{Det} Q^{2x+1} = -1. \tag{6.16}$$

Ясно, что для дискретных значений $x = k$ матрицы (6.12), (6.13) сводятся к матрице (6.3), а выражения (6.15), (6.16), задающие значения их детерминантов, — к выражению (6.4).

§ 7. Структура «Математики Гармонии»

Можно провести следующую параллель между классической «Элементарной математикой» и «Математикой Гармонии»:

Основания классической «Элементарной Математики»	Основания «Фибоначчиевой Математики» или «Математики Гармонии»
Евклидово определение числа; натуральные числа; классическая теория чисел	Новое определение числа, основанное на обобщенных золотых сечениях; обобщенные числа Фибоначчи; теория чисел Фибоначчи, матрицы Фибоначчи
Классическая теория измерения; иррациональные числа	Алгоритмическая теория измерения; новые числовые последовательности и системы счисления
Классические математические константы, *числа π и e; классические* элементарные функции	Золотое сечение; обобщенные золотые сечения; гиперболические функции Фибоначчи и Люка, «золотые матрицы»

Как вытекает из этого сравнительного анализа, основания «Математики Гармонии» подобны основаниям классической «Элементарной Математики», но в новой математике мы используем *«новое определение числа, основанное на обобщенных золотых сечениях»* в дополнение к *«Евклидовому определению натурального числа»*, *«алгоритмическую теорию измерения»* вместо *«классической теории измерения»* и наконец, *«золотое сечение и гиперболические функции Фибоначчи и Люка»* в дополнение к *фундаментальным математическим константам* π и e *и классическим элементарным функциям»*.

Следует отметить, что «Математика Гармонии» является лишь дополнением классической «Элементарной Математике» и является новым математическим аппаратом, который может быть эффективно использован для изучения тех процессов объективного мира, где «золотое сечение» и числа Фибоначчи являются сутью того или иного физического или биологического явления (квазикристаллы, филлотаксис и др.).

Структура «Математики Гармонии» представлена в табл. 3.

«Сердцем» новой математики является «Обобщенный Принцип Золотого Сечения», вытекающий из Треугольника Паскаля, а также «ал-

Таблица 3

Структура Математики Гармонии

горитмическая теория измерения» и «новая теория чисел». Алгоритмическая теория измерения генерирует бесконечное число новых числовых последовательностей, в частности, p-числа Фибоначчи, биномиальные коэффициенты, последовательности двоичных и натуральных чисел. Эти числовые последовательности приводят к расширению теории чисел Фибоначчи. Алгоритмическая теория измерения приводит также к развитию позиционных систем счисления, восходящим к Вавилонской шестидесятеричной системе счисления. Благодаря такому подходу этот «старейший» раздел теории чисел превращается в оригинальную математическую теорию, являющуюся дополнением к классической теоретической арифметике.

Как упоминалось выше, обнаруженная выше связь «Обобщенного Принципа Золотого Сечения» с Треугольником Паскаля может иметь «стратегическое» значение для современного теоретического естествознания. Она может стать началом переосмысливания многих направлений современной математики и теоретической физики, основанных на комбинаторных отношениях, в частности, теории вероятностей и многих статистических законов.

Формулы Бине генерируют новый класс элементарных функций, *гиперболические функции Фибоначчи и Люка.* Эти функции являются ничем иным, как обобщением формул Бине на «непрерывную» область. Благодаря этим функциям теория чисел Фибоначчи превращается в «непрерывную» теорию, потому что каждое математическое соотношение для функций Фибоначчи и Люка имеет дискретный аналог в рамках «теории чисел Фибоначчи». Новый класс гиперболических функций, обладающих рекуррентными свойствами, имеет «стратегическое» значение для развития биологии и теоретической физики, если учесть ту роль, которую гиперболические функции играют в современной теоретической физике («гиперболическая геометрия Лобачевского», «четырехмерный мир Минковского» и т. д.). Гиперболические функции Фибоначчи и Люка являются основой для новой геометрии филлотаксиса (геометрии Боднара), который является блестящим подтверждением эффективности гиперболических функций Фибоначчи и Люка для моделирования биологических процессов.

Как известно, классический математический анализ, основанный на числах π и e, был создан как математическая теория для моделирования механических процессов («Ньютоновская теория гравитации»). Из сравнения классического математического анализа с Математикой Гармонии вытекает, что «Математика Гармонии», основанная на золотом сечении, является важным дополнением к классическому математическому анализу, его расширением для моделирования биологических и информационных процессов. Благодаря этому подходу золотое сечение наряду с числами π и e должно занять достойное место в основаниях математики.

«Новая теория чисел», основанная на системах счисления с иррациональными основаниями, может иметь «стратегическое» значение для развития математики и стать источником новых теоретико-числовых результатов («Z-свойство натуральных чисел» и др.).

Приложения золотого сечения в искусстве широко известны [10, 35]. «Математика Гармонии» порождает новые геометрические пропорции (золотые p-пропорции) и новые виды «гармонических» p-прямоугольники»), которые могут стать источником новых идей в могут стать источником новых идей в художественном творчестве. Источником таких идей могут стать и гиперболические функции Фибоначчи и Люка, матрицы Фибоначчи и «Золотые Матрицы».

Таким образом, главный вывод, вытекающий из проведенных рассуждений, состоит в том, что они могут стать началом создания новой математики, в которой наряду с «классическими математическими константами» π и **e** главенствующую роль будут играть «Обобщенные Золотые Сечения» τ_p, выражающие реально существующие закономерности окружающего нас физического мира.

§ 8. Заключение

Создававшаяся в течение многих тысячелетий «Священная геометрия» — это путь познания Вселенной и человека. Пифагор относился к ней, как «к самой сокровенной науке Бога». Она воплотила в себе открытия многих посвященческих школ и метафизических традиций и гармонично соединила в себе все виды искусств и науки. Она доказывает, что геометрическая форма — это сосредоточение психической энергии, генератор силы, врата в другие пространства. Математические соотношения священной геометрии стали источником для развития многих оригинальных направлений современной науки и математики. Одним из них является так называемая «Математика Гармонии» [14], основанная на новых математических понятиях, таких, как p-числа Фибоначчи [12], обобщенные золотые сечения [14], системы счисления с иррациональными основаниями [15], гиперболические функции Фибоначчи и Люка [31–33], матрицы Фибоначчи [41], «золотые матрицы» [42]. Все эти новые математические понятия уже эффективно используются в современной компьютерной науке. Особый интерес с точки зрения компьютерной науки представляет концепция «компьютеров Фибоначчи» [13, 15], троичная зеркально-симметричная арифметика, представляющая собой синтез системы счисления Бергмана и троичной симметричной системы счисления [43], новая теория кодирования, основанная на матрицах Фибоначчи и «золотых матрицах» [42, 44], новые методы цифровой обработки сигналов, основанные на обобщенных золотых сечениях [45].

Интерес к числам Фибоначчи и золотому сечению и проблемам гармонии систем, возникший в современной науке, является подтверждением «естественного» хода развития современной науки, которая приближается к раскрытию законов гармонии, созданию новой научной картины мира, основанной на идеях гармонии, симметрии и золотого сечения. Это приведет к восстановлению и углублению связей между Наукой и Искусством как двух взаимно дополняющих друг друга методов раскрытия и отображения объективной гармонии Мироздания. Для решения этих проблем в современной науке должна возникнуть новая интегральная наука, называемая *«Наукой о Гармонии Систем»* [46], в которой числа Фибоначчи и золотое сечение должны занимать достойное место.

Литература

1. *Владимиров Ю. С.* Фундаментальная физика, философия и религия. — Кострома: Изд-во МИИЦАОСТ, 1996.
2. *Неаполитанский С. М., Матвеев С. А.* Сакральная геометрия. — СПб.: Издательство «Святослав», 2003.

3. *Воробьев Н. Н.* Числа Фибоначчи. — М.: Наука, 1978.
4. *Hoggat Verner E.* Fibonacci and Lucas Numbers. — Palo Alto — Houghton-Mifflin, 1969.
5. *Dunlap Richard A.* The Golden Ratio and Fibonacci Numbers. — World Scientific Publishing, 1997.
6. *Koshy Thomas.* Fibonacci and Lucas numbers with applications. — A Wiley-Interscience Publication. JOHN WILEY&SONS, INC., 2001.
7. *Vajda S.* Fibonacci & Lucas Numbers, and the Golden Section. Theory and Applications. — Ellis Horwood limited, 1989.
8. *Гратиа Д.* Квазикристаллы. — Успехи физических наук, 1988, т. 156, вып. 2. — с. 347–360.
9. *Боднар О. Я.* Золотое сечение и неевклидова геометрия в природе и искусстве. — Львов: Издательство «Свит», 1994.
10. *Сороко Э. М.* Структурная гармония систем. — Минск: Наука и техника, 1984.
11. *Бутусов К. П.* «Золотое сечение в Солнечной системе». — Астрономия и небесная механика. Серия «Проблемы исследования Вселенной», 1978, вып. 7. — с. 475–500.
12. *Стахов А. П.* Введение в алгоритмическую теорию измерения. — М.: Советское Радио, 1977.
13. *Стахов А. П.* Алгоритмическая теория измерения. — М.: Знание, 1979.
14. *Stakhov A. P.* The Golden Section in the Measurement Theory». — Computers & Mathematics with Applications, 1989, V. 17, No. 4–6. — pp. 613–638.
15. *Стахов А. П.* Коды золотой пропорции. — М.: Радио и связь, 1984.
16. *Mauldin R. D. and Willams S. C.* Random recursive construction. — Trans. Am. Math. Soc, 1986, 295. — pp. 325–346 .
17. *El Naschie M. S.* Complex dynamics in 4D Peano-Hilbert space. — II Nuovo Cimento, 1992, **107B**. — p. 589.
18. *El Naschie M. S.* On dimensions of Cantor set related systems. — Chaos, Solitons & Fractals, 1993, **3**. — pp. 675–685.
19. *El Nashie M. S.* Quantum mechanics and the possibility of a Cantorian space-time. — Chaos, Solitons & Fractals, 1992, **1**. — pp. 485–487.
20. *El Nashie M. S.* Is Quantum Space a Random Cantor Set with a Golden Mean Dimention at the Core? — Chaos, Solitons & Fractals, 1994, Vol.4, No.2. — pp. 177–179.
21. *M. S. El Naschie.* Fredholm Operators and the Wave-Particle Duality in Cantorian Space. — Chaos, Solitons & Fractals, 1998, Vol. 9, No. 6. — pp. 975–978.
22. *El Naschie M. S.* On a class of general theories for high energy particle physics. — Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 14. — pp. 649–668.

23. *Naschie M. S.* Complex vacuum fluctuation an a chaotic «limit» set of any Kleinian group transformation and the mass spectrum of high energy particle physics via spontaneous self-organization. — Chaos, Solitons & Fractals, 2003, 17. — pp. 631–638.

24. *Владимиров Ю. С.* Кварковый икосаэдр, заряды и угол Вайнберга. Сборник трудов Винницкого аграрного университета «Проблемы Гармонии, Симметрии и Золотого Сечения в Природе, Науке и Искусстве». — Издательство Винницкого аграрного университета, 2003, вып. 15. — с. 69–79.

25. *Петруненко В. В.* К вопросу о физической сущности явления декалогарифмической периодичности. Сборник трудов Винницкого аграрного университета «Проблемы Гармонии, Симметрии и Золотого Сечения в Природе, Науке и Искусстве». — Издательство Винницкого аграрного университета, 2003., вып. 15. — с. 80–86.

26. *Майборода А. О.* Открытие «Golden Section» в фундаментальных соотношениях физических величимн. Сборник трудов Винницкого аграрного университета «Проблемы Гармонии, Симметрии и Золотого Сечения в Природе, Науке и Искусстве», Издательство Винницкого аграрного университета, 2003, вып. 15. — с. 87–94.

27. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002.

28. *Stakhov A. P.* «The Golden Section and Modern Harmony Mathematics». — Applications of Fibonacci Numbers, 1998, V. 7. — pp. 323–399.

29. *Стахов А. П.* Обобщенные золотые сечения и новый подход к геометрическому определению числа. — Украинский математический журнал, 2004, т. 56, № 8. — с. 1143–1150.

30. *Сазанов А. А.* Четырехмерный мир Минковского. — М.: Наука, 1988.

31. *Стахов А. П., Ткаченко И. С.* Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи. — Доклады Академии наук Украины, 1993, № 7. — с. 9–14.

32. *Stakhov A. P.* Hyperbolic Fibonacci and Lucas functions: A new mathematics for the alive nature. — Vinnitsa, Publisher «ITI», 2003.

33. *Stakhov A., Rozin B.* On a new class of hyperbolic function. — Chaos, Solitons & Fractals, 2005, Volume 20, No. 2.

34. *Шерватов В. Г.* Гиперболические функции. — Москва, Физматгиз, 1958.

35. *Шевелев И. Ш.* Метаязык живой природы. — М.: Изд-во «Воскресенье», 2000.

36. *Spears C. P., Bicknell-Johnson M.* Asymmetric Cell Division: Binomial Identities for Age Analysis of Mortal vs. Immortal Trees. — Applications of Fibonacci Numbers, 1998, V. 7. — pp. 377–291.

37. *Дубнов Я. С.* Измерение отрезков. — М.: Физматгиз, 1962.

38. *Марков А. А.* О логике конструктивной математики. — М.: Знание, 1972.

39. *Bergman G. A.* A number system with an irrational base, Mathematics Magazine, No. 31, 1957. — pp. 98–119.

40. *Стахов А. П.* «Золотая» пропорция в цифровой технике. — Автоматика и вычислительная техника, 1980, № 1. — с. 27–33.

41. *Stakhov O. P.* A generalization of the Fibonacci Q-matrix. — Доповіді Національної академії наук України. 1999, № 9. — с. 46–49.

42. *Stakhov A. P.* Fibonacci Computer Science (manuscript). — Toronto, Bolton, 2004.

43. *Stakhov A. P.* Brousentsov's Ternary Principle, Bergman's Number System and Ternary Mirror-symmetrical Arithmetic. — The Computer Journal (British Computer Society), Vol. 45, No 2. — pp. 231–236.

44. *Stakhov A. P., Massingua V., Sluchenkova A. A.* Introduction into Fibonacci Coding and Cryptography. — Kharkiv: Publisher «Osnova» of Kharkiv State University, 1999.

45. *Chernov V. M., Pershina M. V.* Fibonacci-Mersenne and Fibonacci-Fermat discrete transforms. — Boletin de Informatica. The Golden Section: Theory and Applications, 1999, No 9–10. — pp. 25–31.

46. *Стахов О. П.* Золотий переріз і наука про гармонію. — Вісник Академії наук України, 1991, No 12. — с. 8–15.

Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение

С. В. Петухов

Отдел биомеханики
Института машиноведения РАН

petoukhov@hotmail.com

...истинная, единственная цель науки — раскрытие не механизма, а единства

Анри Пуанкаре

История науки свидетельствует об особой важности поиска когнитивных (познавательных) форм представления феноменологических данных, т. е. свернутых и удобных для анализа форм представления бесчисленных единиц информации о природе. Все развитие математического естествознания базируется во многом на нахождении таких форм. Классическим примером служит работа Кеплера, который, не проводя собственных астрономических наблюдений, сумел найти особую форму представления трудно обозримого множества астрономических данных о движении планет из гроссбухов Тихо Браге. Эта открытая им когнитивная форма, связанная с обобщающей идеей движения по эллипсам, позволила ему сформулировать законы движения планет относительно Солнца, вошедшие в историю под именем законов Кеплера. Во многом благодаря открытию этой когнитивной формы уже другой человек — Ньютон — сформулировал много лет спустя закон всемирного тяготения.

Сложная ситуация в современной молекулярной генетике недаром сравнивается специалистами мирового банка генетических данных Genbank с положением Кеплера: «Что дают нам миллионы нуклеотидов в последовательностях, известных на сегодняшний день? Мы находимся в положении Иоганна Кеплера, впервые приступающего к поиску закономерностей среди тех томов данных, которые всю жизнь собирал Тихо Браге. Мы знаем программу, запускающую клеточную механику, но мы почти ничего не знаем о том, как ее «прочитать». ...мы все еще понимаем удручающе мало» [Математические методы для анализа последовательностей ДНК, 1999, с. 14]. В молекулярной генетике назрела задача поиска когнитивной формы представления трудно обозримого множества единиц экспериментальной информации.

Настоящая статья посвящена предлагаемой и развиваемой автором когнитивной форме представления данных о системе генетического кодирования, а также первым содержательным результатам ее использования. Эта форма представления основана на символьных и числовых матрицах генетических мультиплетов. Данные матрицы, условно называемые геноматрицами, составляют особые семейства, образуемые и исследуемые на основе классического матричного исчисления. Числовые геноматрицы порождаются из символьных геноматриц в результате замены символов генетических элементов их реальными количественными параметрами. Эта когнитивная форма представления уже привела к обнаружению новых феноменологических правил эволюции генетического кода, выявлению скрытых связей физико-химических параметров системы генетического кода с золотым сечением, обоснованию новых подходов (в частности, хронобиологических) к вопросам генетического кодирования, и пр. Оказывается, что загадочные наборы структур, реализованные природой в иерархической системе генетического кодирования, можно эвристическим образом сопоставлять с семействами математических матриц, составленных из элементов данных структур. Язык матричного исчисления, являющийся одним из основных во всем современном математическом естествознании и компьютерной информатике, неожиданно выступает в роли языка результативного представления системы генетического кодирования. Это открывает дополнительную возможность взаимного обогащения различных «матричных» областей науки, а также усиливает роль матричного исчисления в математическом естествознании в целом. В силу ограниченного объема статьи многие из полученных результатов данного направления приведены в ней фрагментарно в расчете на возможность знакомства с деталями по другим публикациям автора, приведенным в библиографии.

О полиплетной системе генетического кодирования. Молекулярная генетика открыла, что все живые организмы — от бактерии до кашалота и от червя до птицы и человека — имеют одни и те же основы генетического кодирования и в этом отношении неотличимы друг от друга. Другими словами, в науке произошло великое объединение живых организмов.

Соответственно информационная точка зрения на живые организмы стала особенно актуальной. В биологической литературе все чаще можно встретить утверждение, что живые организмы представляют собой тексты, начиная с молекулярного уровня их организации. С этой точки зрения организмы представляют собой информационные сущности. Они существуют потому, что получают наследственную информацию от своих предков и живут для того, чтобы передать свой информационный генетический пакет потомкам. При таком подходе все остальные физические и химические механизмы, представленные в живых организмах, можно трактовать как вспомогательные, способствующие реализации этой основной — информационной — задачи. Каждая физиологическая система — сенсорная, моторная и любая другая — закрепляется в биологической эволюции лишь в том случае, если она структурно согласована с генетической системой, может быть опосредованным образом закодирована в ней и передана по наследству последующим поколениям.

Основы языка наследственной информации поразительно просты. Для записи генетических посланий, кодирующих белки, в рибонуклеиновых кислотах любых организмов используется «алфавит», состоящий всего из четырех «букв» или азотистых оснований (рис.1): аденин (A), цитозин (C), гуанин (G), урацил (U) (в ДНК вместо урацила используется родственный ему тимин (T)). Именно строчная последовательность этих четырех букв (или моноплетов) на нитях нуклеиновых кислот содержит генетическую информацию для синтеза белков. Эти буквы образуют между собой комплементарные пары C–G и A–U, поскольку в молекулах наследственности стоят напротив друг друга и связаны соответственно тремя и двумя водородными связями.

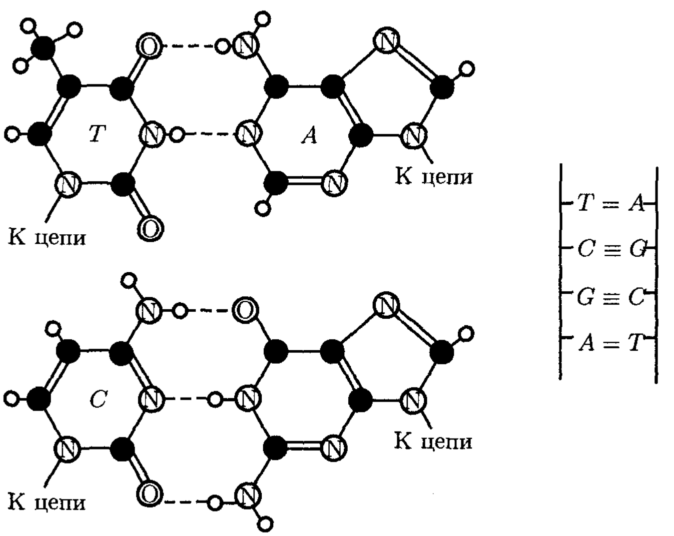

Рис. 1. Комплементарные пары четырех азотистых оснований в ДНК:

A–T (аденин и тимин), C–G (цитозин и гуанин). Пунктиром даны водородные связи в этих парах. Черные кружки — атомы углерода, маленькие белые кружки — водорода, кружки с буквой N — азота, кружки с буквой O — кислорода.

Данный набор четырех букв обычно считается элементарным алфавитом генетического кода. Современной науке не известны причины того, почему алфавит генетического языка именно четырехбуквенный (а не из тридцати букв, например) и почему из миллиардов возможных химических соединений именно эти четыре азотистые основания выбраны в качестве элементов алфавита.

Генетическая информация, передаваемая молекулами наследственности (ДНК и РНК), определяет первичное строение белков живого организма. Каждый кодируемый белок представляет собой цепь из 20 видов аминокислот. В организме человека, например, примерно 40 000 видов белков, которые отличаются друг от друга очередностью и количеством аминокислот в них. Последовательность аминокислот в белковой цепи определяется последовательностью триплетов в молекуле наследственности. Триплетом называется блок из трех соседних азотистых оснований, расположенных вдоль нити ДНК (или РНК). Из четырехбуквенного алфавита можно составить всего $4^3 = 64$ вида триплетов. Каждый из них имеет кодовое значение, кодируя ту или иную из 20 аминокислот или знаки начала и остановки белкового синтеза. Генетический код называется вырожденным, поскольку 64 триплета кодируют всего 20 аминокислот, и каждая аминокислота, как известно, может кодироваться разными — от одного до восьми — триплетами. Если произвольная белковая цепь содержит n аминокислот, то соответствующая ему последовательность (секвенции) азотистых оснований в молекуле ДНК содержит $3n$ азотистых оснований или, другими словами, задается $3n$-плетом. Белковые цепи обычно содержат сотни аминокислот и соответственно задаются весьма длинными полиплетами. Вся система генетического кода белков является полиплетной — от четырех моноплетов генетического алфавита и 64 триплетов до полиплетов из многих тысяч элементов. Эта система может быть представлена как состоящая из семейств полиплетов одинаковой длины.

Матричное представление генетических полиплетов. Информация в компьютере обычно хранится в виде матриц. Автор предложил представлять систему четырех букв генетического алфавита в форме символьной квадратной матрицы второго порядка P (рис. 2). И, кроме того, рассматривать всю трудно обозримую систему семейств одинаковых по длине генетических полиплетов в виде соответствующего семейства матриц $P^{(n)}$, представляющих собой тензорные (кронекеровы) степени данной матрицы P (скобки при показателе степени означают, что возведение в степень n понимается в смысле тензорного умножения матриц, символом которого является знак $\otimes$). Для терминологического обозначения предложено называть эти взаимосвязанные матрицы геноматрицами, поскольку они состоят из генетических полиплетов. Данное семейство геноматриц $P^{(n)}$ при достаточно большом «n» унифицированным образом представляет всю систему генетических кодовых полиплетов, как кодирующих белки всех живых организмов, так и имеющих иное кодовое содержание: моноплеты генетического алфавита и триплеты, кодирующие не белки, а аминокислоты.

В каждом из четырех квадрантов геноматрицы $P^{(n)}$ собраны все n-плеты, начинающиеся с одной из четырех букв C, A, U, G. Если не

$P =$

	1	0
1	*C*	*A*
0	*U*	*G*

$P^{(2)} = P \otimes P =$

	11	10	01	00
11	*CC*	*CA*	*AC*	*AA*
10	*CU*	*CG*	*AU*	*AG*
01	*UC*	*UA*	*GC*	*GA*
00	*UU*	*UG*	*GU*	*GG*

$P^{(3)} =$

	111	110	101	100	011	010	001	000
111	*CCC*	*CCA*	*CAC*	*CAA*	*ACC*	*ACA*	*AAC*	*AAA*
110	*CCU*	*CCG*	*CAU*	*CAG*	*ACU*	*ACG*	*AAU*	*AAG*
101	*CUC*	*CUA*	*CGC*	*CGA*	*AUC*	*AUA*	*AGC*	*AGA*
100	*CUU*	*CUG*	*CGU*	*CGG*	*AUU*	*AUG*	*AGU*	*AGG*
011	*UCC*	*UCA*	*UAC*	*UAA*	*GCC*	*GCA*	*GAC*	*GAA*
010	*UCU*	*UCG*	*UAU*	*UAG*	*GCU*	*GCG*	*GAU*	*GAG*
001	*UUC*	*UUA*	*UGC*	*UGA*	*GUC*	*GUA*	*GGC*	*GGA*
000	*UUU*	*UUG*	*UGU*	*UGG*	*GUU*	*GUG*	*GGU*	*GGG*

Рис. 2. Простейшие представители семейства геноматриц $P^{(n)}$ для случаев $n = 1, 2, 3$ [Петухов, 2001].

обращать внимания на эту первую букву в n-плетах квадранта, то легко видеть, что квадрант матрицы $P^{(n)}$ полностью воспроизводит матрицу $P^{(n-1)}$ предыдущего поколения (это обусловлено свойствами тензорного возведения матрицы в степень). Если процесс образования в этом семействе очередных геноматриц $P^{(n)}$ с ростом «n» условно назвать эволюционным порождением очередного поколения геноматриц, то геноматрица каждого нового поколения в силу описанной особенности содержит в себе в скрытом виде информацию о всех предыдущих поколениях (геноматрицы с «памятью поколений»). Самая большая геноматрица $P^{(n)}$, n-плеты которой кодируют самый длинный из белков, называется архматрицей. Поскольку она содержит в себе информацию обо всех геноматрицах с более короткими кодовыми полиплетами, то формально задача исследования всей системы генетических полиплетов сводится к изучению архматрицы.

Эти геноматрицы возникли в ходе авторского исследования набора структурных признаков у четырех азотистых оснований A, C, G, U. Данное исследование показало, что этот набор четырех биохимических структур является носителем трех пар оппозиционных признаков, с учетом которых четырехбуквенный генетический алфавит содержит три бинарных субалфавита [Петухов, 2001; Petoukhov, 1999, 2001a]. Для данной статьи существенно лишь отметить, что из четырех букв кода две буквы C и U являются пиримидинами, а две другие буквы A и G — пуринами. Поэтому можно на объективной основе ввести бинарную систему обозначений (первый бинарный субалфавит), в которой пиримидины C

и U характеризуются символом 1, а пурины A и G — символом 0. По другой паре оппозиционных признаков (наличию или отсутствию свойства аминомутируемости) — эквивалентными оказываются другие пары букв, что позволяет ввести другую бинарную систему обозначений (второй бинарный субалфавит): эквивалентные по наличию данного свойства буквы С и А обозначаются символом $\underline{\mathit{1}}$, а другая пара букв, лишенная этого свойства, — символом $\underline{\mathit{0}}$ (для отличия данных двух бинарных систем бинарные символы второй системы наклонены и подчеркнуты). В матрицах на рис. 2 указаны бинарные номера всех столбцов и строк. Эти номера образуются автоматически при чтении полиплетов каждого столбца с точки зрения первого бинарного субалфавита, а полиплетов каждой строки — с точки зрения второго бинарного субалфавита. Например, триплет CAU в первом субалфавите имеет бинарное побуквенное обозначение 101 (совпадает с бинарными обозначениями всех триплетов его столбца, а потому используется как номер данного столбца), а во втором субалфавите — бинарное обозначение $\underline{\mathit{110}}$ (совпадает с бинарными обозначениями всех триплетов его строки, а потому используется как ее номер). В силу такой эквивалентности триплетов по строкам и столбцам матрицы с точки зрения двух бинарных субалфавитов данные геноматрицы называются также бипериодическими.

Формально построенная матрица $P^{(3)}$ содержит все 64 триплета. Каждый из ее столбцов представляет собой один из восьми классических октетов Виттмана [Wittmann, 1961], отражающих реальные биохимические свойства элементов кода. Это является первым косвенным подтверждением состоятельности данного матричного подхода, вскрывающего упорядоченность внутри генетической системы.

Числовые геноматрицы. При замене в символьных матрицах $P^{(n)}$ каждого символа азотистых оснований на те или иные их количественные параметры получаются соответствующие числовые геноматрицы. Конкретным примером служат мультипликативные матрицы водородных связей азотистых оснований кода. Комплементарные водородные связи букв кода давно подозреваются на особую информационную значимость. Речь идет о двух и трех водородных связях (по которым $C = G = 3$, $A = U = 2$), соединяющих комплементарные пары азотистых оснований в молекулах наследственности. Заменим каждый полиплет во всех матрицах $\mathrm{P}^{(n)}$ произведением чисел водородных связей его азотистых оснований. При этом, например, триплет CGA в октетной матрице $P^{(3)}$ заменяется на произведение $3 \times 3 \times 2 = 18$. В результате получаем мультипликативные числовые невырожденные матрицы $P^{(n)}_{\text{мульт}}$. В частности, получаем октетную матрицу $P^{(3)}_{\text{мульт}}$ (рис. 3).

Так возникающие числовые матрицы $P^{(n)}_{\text{мульт}}$ симметричны относительно обеих диагоналей, а потому названы бисимметрическими. Они

$$P^{(3)}_{\text{мульт}} =$$

									Σ
	27	**18**	**18**	**12**	**18**	**12**	**12**	**8**	125
	18	**27**	**12**	**18**	**12**	**18**	**8**	**12**	125
	18	**12**	**27**	**18**	**12**	**8**	**18**	**12**	125
	12	**18**	**18**	**27**	**8**	**12**	**12**	**18**	125
	18	**12**	**12**	**8**	**27**	**18**	**18**	**12**	125
	12	**18**	**8**	**12**	**18**	**27**	**12**	**18**	125
	12	**8**	**18**	**12**	**18**	**12**	**27**	**18**	125
	8	**12**	**12**	**18**	**12**	**18**	**18**	**27**	125
Σ	125	125	125	125	125	125	125	125	***1000***

Рис. 3. Мультипликативная матрица $P^{(3)}_{\text{мульт}}$, которая содержит произведения чисел водородных связей для триплетов ($C = G = 3$, $A = U = 2$). Правый столбец показывает сумму чисел в каждой строке. Нижняя строка показывает сумму чисел в каждом столбце. Жирными рамками обведены диагональные ячейки матрицы

имеют интересные свойства. Так, в любой из матриц $P^{(n)}_{\text{мульт}}$ сумма чисел в каждой ее строке и каждом ее столбце равны 5^n, а общая сумма чисел в матрице равна 10^n . Например, в матрице $P^{(3)}_{\text{мульт}}$ суммы в строке и столбце равны 125, а общая сумма чисел равна 1000. Детерминант $P^{(3)}_{\text{мульт}}$ равен 5^{12}.

Золотое сечение и золотые геноматрицы. Автор с удивлением обнаружил, что эти бисимметрические геноматрицы $P^{(n)}$связаны с золотым сечением, которое, по крайней мере, со времен Возрождения (Леонардо да Винчи, Иоганн Кеплер и др.). служит в математике символом самовоспроизведения. Десятки авторов в разных странах публикуют статьи о проявлении золотого сечения в различных физиологических системах и процессах: сердечно-сосудистых, дыхательных, локомоторных, психофизиологических и пр. В свете этого золотое сечение выступает кандидатом на роль одного из базовых элементов в феномене наследуемой сопряженности физиологических подсистем, обеспечивающей единство организма.

Выявленная скрытая связь между золотым сечением $\phi = (1 + 5^{0.5})/2 = 1,618\ldots$ и основными параметрами генетического кода заключена в том, что каждая из мультипликативных геноматриц $P^{(n)}_{\text{мульт}}$ представляет собой вторую степень соответствующей «золотой» матрицы $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$: $P^{(n)}_{\text{мульт}} = (\Phi^{(n)}_{\text{мульт}})^2$. Для примера рассмотрим корень квадратный из матрицы $P^{(3)}_{\text{мульт}}$ (рис. 4). Каждый из 64 элементов этой бисимметрической матрицы представляют собой именно золотое сечение ϕ, взятое в одной из четырех степеней ±1 и ±3, образующих инверсионные пары (типа инь-янь): ϕ^{+1} и ϕ^{-1}; ϕ^{+3} и ϕ^{-3}. Подобные матрицы, все элементы которых представляют собой золотые сечения в той или иной целой степени, автор называет «золотыми». Обнаружен простой алгоритм выписывания всех *элементов золотой матрицы* $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$, квадрат которой равен матрице $P^{(n)}_{\text{мульт}}$, без проведения перемножения матриц. Он заключается в замене каждого полиплета в исходной символьной матрице $P^{(n)}$ (см. рис. 2) произведением следующих числовых значений для его букв: $C = G = \phi$, $A = U = \phi^{-1}$. Например, триплет CGA в октетной матрице $P^{(3)}$ заменяется на произведение $\phi \times \phi \times \phi^{-1} = \phi$.

$\Phi^{(3)}_{\text{мульт}} = (^{(3)}_{\text{мульт}})^{1/2} =$

ϕ^3	ϕ^1	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^{-1}	ϕ^{-3}
ϕ^1	ϕ^3	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^{-3}	ϕ^{-1}
ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^3	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^{-3}	ϕ^1	ϕ^{-1}
ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^1	ϕ^3	ϕ^{-3}	ϕ^{-1}	ϕ^{-1}	ϕ^1
ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^{-1}	ϕ^{-3}	ϕ^3	ϕ^1	ϕ^1	ϕ^{-1}
ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^{-3}	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^3	ϕ^{-1}	ϕ^1
ϕ^{-1}	ϕ^{-3}	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^3	ϕ^1
ϕ^{-3}	ϕ^{-1}	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^{-1}	ϕ^1	ϕ^1	ϕ^3

Рис. 4. Октетная золотая геноматрица $\Phi^{(3)}_{\text{мульт}} = (P^{(3)}_{\text{мульт}})^{1/2}$, в которой через ϕ обозначено золотое сечение.

Все матрицы $(P^{(n)}_{\text{мульт}})^{1/2}$ являются золотыми. Образно говоря, геноматрицы имеют скрытую подложку из золотых матриц. Например:

$$P_{\text{мульт}} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}; \qquad (P_{\text{мульт}})^{1/2} = \Phi_{\text{мульт}} = \begin{vmatrix} \phi & \phi^{-1} \\ \phi^{-1} & \phi \end{vmatrix};$$

$$(P^{(2)}_{\text{мульт}})^{1/2} = \Phi^{(2)}_{\text{мульт}} = \begin{vmatrix} \phi^2 & \phi^0 & \phi^0 & \phi^{-2} \\ \phi^0 & \phi^2 & \phi^{-2} & \phi^0 \\ \phi^0 & \phi^{-2} & \phi^2 & \phi^0 \\ \phi^{-2} & \phi^0 & \phi^0 & \phi^2 \end{vmatrix}$$

Рис. 5. Начало семейства золотых геноматриц $(\mathrm{P}^{(n)}_{\text{мульт}})^{1/2} = \Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$, в которых через ϕ обозначено золотое сечение.

Обнаружение связи золотого сечения с параметрами генетического кода и геноматрицами позволило автору предложить новое — матрично-генетическое — определение золотого сечения: золотое сечение и его обратная величина (ϕ и ϕ^{-1}) представляют собой единственные матричные элементы бисимметрической матрицы Φ, являющейся корнем квадратным из такой бисимметрической числовой матрицы $P_{\text{мульт}}$ второго порядка, элементами которой являются генетические числа водородных связей ($C = G = 3$, $A = U = 2$) и которая имеет положительный детерминант. Это определение не использует *элементов классических определений* золотого сечения: отрезков прямой, квадратного уравнения, предельного отношения в специальных числовых рядах. Кроме того, оно

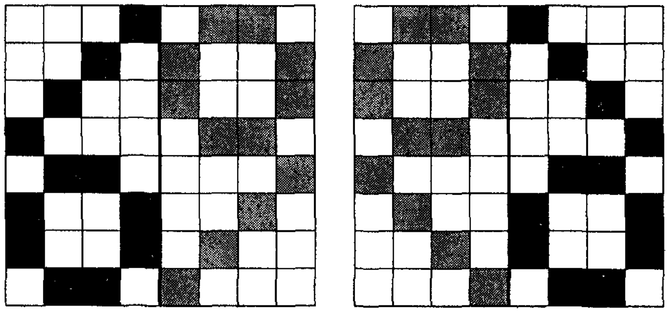

Рис. 6. Мозаика ячеек с числом ϕ^{-1} (*слева*, зачернено) и мозаика ячеек с числом ϕ^{+1} (*справа*)

носит бинарный характер, определяя сразу системную пару взаимообратных величин ϕ и ϕ^{-1} (в разных литературных источниках золотым сечением называют или величину ϕ или обратную величину ϕ^{-1}).

Имеется огромный литературный материал о применении золотого сечения для анализа и моделирования множества природных явлений и систем — от астрономии до биологии и физики элементарных частиц. Выдвинутое положение о матричном определении и матричной сущности золотого сечения дает эвристическую возможность рассмотреть весь этот материал на предмет его содержательной интерпретации с принципиально новой — матричной — точки зрения. Автор полагает, что многие реализации золотого сечения в живой и неживой природе связаны именно с матричной сущностью и матричным представлением золотого сечения. Математика золотых матриц — новая математическая веточка, изучающая, в частности, рекуррентные соотношения между рядами золотых матриц, а также моделирование с их помощью природных систем и процессов [Petoukhov, 2001a].

Свойства бисимметрических генетических матриц. Золотые и другие бисимметрические матрицы проявляют неожиданные инвариантно-групповые свойства, связанные с умножением матриц [Petoukhov, 2001a, 2003; Петухов, 2004]. Поясним их на примере октетной золотой матрицы $(P^{(3)}_{\text{мульт}})^{1/2} = \Phi^{(3)}_{\text{мульт}}$. Эта матрица содержит только четыре числа: ϕ^{+1} и ϕ^{-1}; ϕ^{+3} и ϕ^{-3}, расположение которых образует характерную мозаику. Каждое из чисел ϕ^{+3} и ϕ^{-3} занимает все ячейки соответствующей диагонали матрицы, а вместе совокупность ячеек этих чисел образует фигуру креста. Ячейки, занятые числом ϕ^{-1}, образуют мозаику, напоминающую символ «69» (рис. 6). Ячейки, занятые обратным числом ϕ^{+1}, образуют мозаику зеркального изображения этого символа «69».

$$\begin{bmatrix} d & c & c & \boldsymbol{b} & c & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{b} & a \\ c & d & \boldsymbol{b} & c & \boldsymbol{b} & c & a & \boldsymbol{b} \\ c & \boldsymbol{b} & d & c & \boldsymbol{b} & a & c & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{b} & c & c & d & a & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{b} & c \\ c & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{b} & a & d & c & c & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{b} & c & a & \boldsymbol{b} & c & d & \boldsymbol{b} & c \\ \boldsymbol{b} & a & c & \boldsymbol{b} & c & \boldsymbol{b} & d & c \\ a & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{b} & c & \boldsymbol{b} & c & c & d \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q & p & p & \boldsymbol{m} & p & \boldsymbol{m} & \boldsymbol{m} & k \\ p & q & \boldsymbol{m} & p & \boldsymbol{m} & p & k & \boldsymbol{m} \\ p & \boldsymbol{m} & q & p & \boldsymbol{m} & k & p & \boldsymbol{m} \\ \boldsymbol{m} & p & p & q & k & \boldsymbol{m} & \boldsymbol{m} & p \\ p & \boldsymbol{m} & \boldsymbol{m} & k & q & p & p & \boldsymbol{m} \\ \boldsymbol{m} & p & k & \boldsymbol{m} & p & q & \boldsymbol{m} & p \\ \boldsymbol{m} & k & p & \boldsymbol{m} & p & \boldsymbol{m} & q & p \\ k & \boldsymbol{m} & \boldsymbol{m} & p & \boldsymbol{m} & p & p & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z & v & v & \boldsymbol{g} & v & \boldsymbol{g} & \boldsymbol{g} & r \\ v & z & \boldsymbol{g} & v & \boldsymbol{g} & v & r & \boldsymbol{g} \\ v & \boldsymbol{g} & z & v & \boldsymbol{g} & r & v & \boldsymbol{g} \\ \boldsymbol{g} & v & v & z & r & \boldsymbol{g} & \boldsymbol{g} & v \\ v & \boldsymbol{g} & \boldsymbol{g} & r & z & v & v & \boldsymbol{g} \\ \boldsymbol{g} & v & r & \boldsymbol{g} & v & z & \boldsymbol{g} & v \\ \boldsymbol{g} & r & v & \boldsymbol{g} & v & \boldsymbol{g} & z & v \\ r & \boldsymbol{g} & \boldsymbol{g} & v & \boldsymbol{g} & v & v & z \end{bmatrix}$$

$$X(a,b,c,d) \quad * \quad Y(k,m,p,q) \quad = \quad Z(r,g,v,z)$$

Рис. 7. Иллюстрация свойства мозаико-инвариантности при перемножении матриц рассматриваемого типа (пояснение в тексте)

Вообще говоря, при возведении в квадрат или другую степень произвольной октетной матрицы, содержащей четыре вида повторяющихся чисел, в общем случае получается матрица, содержащая много больше видов чисел (вплоть до 64 видов). Но золотая матрица $\Phi^{(3)}_{\text{мульт}}$ при возведении в любую степень демонстрирует свойство мозаико-инвариантности. Оно заключается в том, что новая матрица также содержит только четыре вида чисел, причем с тем же самым мозаичным расположением. Например, матрица $(\Phi^{(3)}_{\text{мульт}})^2 = P^{(3)}_{\text{мульт}}$ содержит четыре вида чисел 8, 12, 18 и 27 с той же мозаикой их расположения. В силу этого свойства из таких матриц можно, например, образовывать многочлены, которые сами будут матрицами данного типа. Это свойство мозаико-инвариантности выполняется для всех бисимметрических матриц и оно не зависит от величины самих чисел, а только от характера их расположения в матрице. Оно выполняется не только для операций возведения матрицы в степень, но и для перемножения бисимметрических матриц рассматриваемого типа с наборами чисел, отличающихся по величине (рис. 7).

При этом каждый из четырех элементов в данных матрицах, очевидно, может быть не только вещественным числом, но также комплексным числом, произвольной функцией от времени, блочной матрицей и т. д. Другими словами, свойство мозаико-инвариантности рассматриваемого семейства бисимметрических генетических матриц не зависит от вида или поведения индивидуального члена набора, а носит кооперативный характер. Оно дает пример системы, целостная форма которой не зависит от поведения отдельных ее элементов. Это напоминает ситуации, распространенные в биологии, когда, например, целостная форма эмбриона мало зависит от отдельных клеток в составляющем его клеточном ансамбле.

8—2104

А каковы числовые мозаики в последовательности рассматриваемых числовых матриц, например, матриц $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$ и как они взаимосвязаны?

$$
\begin{bmatrix} \phi & \phi^{-1} \\ \phi^{-1} & \phi \end{bmatrix}
\Rightarrow
\begin{bmatrix} \phi^{2} & \phi^{0} & \phi^{0} & \phi^{-2} \\ \phi^{0} & \phi^{2} & \phi^{-2} & \phi^{0} \\ \phi^{0} & \phi^{-2} & \phi^{2} & \phi^{0} \\ \phi^{-2} & \phi^{0} & \phi^{0} & \phi^{2} \end{bmatrix}
\Rightarrow
\begin{bmatrix}
\phi^{3} & \phi^{1} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{-1} & \phi^{-3} \\
\phi^{1} & \phi^{3} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{-3} & \phi^{-1} \\
\phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{3} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{-3} & \phi^{1} & \phi^{-1} \\
\phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{1} & \phi^{3} & \phi^{-3} & \phi^{-1} & \phi^{-1} & \phi^{1} \\
\phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{-1} & \phi^{-3} & \phi^{3} & \phi^{1} & \phi^{1} & \phi^{-1} \\
\phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{-3} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{3} & \phi^{-1} & \phi^{1} \\
\phi^{-1} & \phi^{-3} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{3} & \phi^{1} \\
\phi^{-3} & \phi^{-1} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{-1} & \phi^{1} & \phi^{1} & \phi^{3}
\end{bmatrix}
\Rightarrow \ldots
$$

Рис. 8. Примеры глобальных мозаик в последовательности матриц $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$

Каждая матрица $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$ при n = 2, 3, 4, ... имеет глобальные числовые мозаики, проявляющиеся при рассмотрении матрицы в целом, и локальные числовые мозаики, проявляющиеся при рассмотрении только отдельных квадрантов и субквадрантов матрицы. Бесконечное семейство таких бисимметрических матриц образует «цепь поколений с наследованием мозаик». При этом по ходу данной цепи матриц глобальные числовые мозаики предыдущего звена становятся локальными мозаиками в очередных звеньях, а картина глобальных мозаик все усложняется, образуя интересные и, вероятно, физиологически значимые формы [Petoukhov, 2003].

Эта цепь матриц допускает много интересных модификаций. Например, у матриц цепи могут переставляться их половины («кроссинговер» матриц) с образованием новой бисимметрической матрицы с новой инвариантной мозаикой и новыми свойствами. Так, перестановка левой и правой половин октетной матрицы $\Phi^{(3)}_{\text{мульт}}$ дает матрицу с мозаикой по форме символа «96». Эта матрица при возведении в степень дает пульсирующую бинарную последовательность: при возведении в четную целую степень она порождает матрицу с мозаикой «69», а при возведении в нечетную — матрицу с мозаикой «96».

Отметим аналогию между бисимметрическими геноматрицами второго порядка, например, $\Phi_{\text{мульт}}$ и известными матрицами гиперболических поворотов, которые также бисимметричны: $[\operatorname{sh} x \operatorname{ch} x; \operatorname{ch} x \operatorname{sh} x]$ (здесь и далее матрицы записаны в строчной форме, известной, например, по программе Matlab). Данная аналогия позволяет интерпретировать бисимметрические геноматрицы в связи с гиперболическими поворотами, имеющими приложения в физике и математике [Петухов, 2004в]. Речь идет, прежде всего, об их приложениях в специальной теории относительности и релятивистском солитонном уравнении синус-

Гордона, ранее выдвинутом автором в связи с общебиологическими феноменами надмолекулярных солитонов на роль фундаментального солитонного уравнения для живой материи [Петухов, 1999]. Эта аналогия представляет геноматрицы высоких порядков в виде соответствующих тензорных степеней матрицы (2 × 2) гиперболического поворота. Она позволила получить выражение мнимой единицы $i = (-1)^{1/2}$ через золотое сечение ϕ, а также через число π:

$$i = \mathrm{Arch}(1/(2*\phi))/\arccos(1/(2*\phi)); i = \mathrm{Arch}[\cos(0,4*\pi)]/(0,4*\pi), \quad (1)$$

где Arch и arccos — гиперболический и тригонометрический арккосинусы. Отметим также, что матрица гиперболического поворота может быть записана в терминах «золотых гиперболических функций» [Стахов, 2003, с. 255], которые этим связываются с геноматрицами.

О других формах записи базовой геноматрицы. Предпринятое автором представление системы четырех элементов генетического алфавита в виде базовой матрицы Р (рис. 2) и использование вещественных чисел при переходе к числовым матрицам, характеризующим систему количественных параметров данных элементов, является волевым актом. Формально с тем же правом можно рассматривать базовую матрицу генетического алфавита с использованием иных типов чисел, например, комплексных. В свете этого автором рассмотрен ряд альтернативных форм записи базовой матрицы генетического алфавита, прежде всего, эрмитова комплексная форма записи, напоминающая известную в квантовой механике матрицу Паули (рис. 9). При переходе к числовым представлениям этих матриц P_i (где i — мнимая единица) через числа водородных связей $C = G = 3$, $A = U = 2$ получаем комплексные числовые матрицы $(P_{i\,\text{мульт}})^{(n)}$, обладающие многими из свойств вышеописанных числовых матриц $(P_{\text{мульт}})^{(n)}$. В том числе они также имеют квадратичную связь с *золотыми матрицами комплексного типа*, примеры которых приведены на рис. 9. Данные комплексные числовые геноматрицы являются квази-бисимметрическими, поскольку мнимые числа, расположенные симметрично относительно главной диагонали, противоположны по знаку, как и в исходной матрице $(P_{i\,\text{мульт}})$. Это отражает эрмитовость матриц $(P_{i\,\text{мульт}})^{(n)}$.

Комплексная форма геноматриц представляется особенно интересной в связи с возможностью формальной интерпретации числовых геноматриц (при их соответствующей нормировке) как матриц плотности статистической квантовой механики (см. ниже).

Добавим, что в биологической морфологии исключительно широко реализуются спиральные формы. По этой причине спирали давно называются «линиями жизни» [Cook, 1914]. Один из вариантов квази-бисимметрической золотой матрицы, легко связываемый с базовой геноматрицей Р и сохраняющий многие ее математические свойства, экви-

$$\begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix} \quad P_i = \begin{vmatrix} C & -iA \\ iU & G \end{vmatrix} \quad P_{i\text{мульт}} = \begin{vmatrix} 3 & -2i \\ 2i & 3 \end{vmatrix} \quad (P_{i\text{мульт}})^{1/2} = \Phi_{i\text{мульт}} = \begin{vmatrix} \varphi & -(\varphi^{-1})i \\ (\varphi^{-1})i & \varphi \end{vmatrix}$$

$$(\Phi_{i\text{мульт}}))^{(3)} = \begin{vmatrix} \varphi^3 & -\varphi i & -\varphi i & -\varphi^{-1} & -\varphi i & -\varphi^{-1} & -\varphi^{-1} & (\varphi^{-3})i \\ \varphi i & \varphi^3 & \varphi^{-1} & -\varphi i & \varphi^{-1} & -\varphi i & -(\varphi^{-3})i & -\varphi^{-1} \\ \varphi i & \varphi^{-1} & \varphi^3 & -\varphi i & \varphi^{-1} & -(\varphi^{-3})i & -\varphi i & -\varphi^{-1} \\ -\varphi^{-1} & \varphi i & \varphi i & \varphi^3 & (\varphi^{-3})i & \varphi^{-1} & \varphi^{-1} & -\varphi i \\ \varphi i & \varphi^{-1} & \varphi^{-1} & -(\varphi^{-3})i & \varphi^3 & -\varphi i & -\varphi i & -\varphi^{-1} \\ -\varphi^{-1} & \varphi i & (\varphi^{-3})i & \varphi^{-1} & \varphi i & \varphi^3 & \varphi^{-1} & -\varphi i \\ -\varphi^{-1} & (\varphi^{-3})i & \varphi i & \varphi^{-1} & \varphi i & \varphi^{-1} & \varphi^3 & -\varphi i \\ -(\varphi^{-3})i & -\varphi^{-1} & -\varphi^{-1} & \varphi i & -\varphi^{-1} & \varphi i & \varphi i & \varphi^3 \end{vmatrix}$$

Рис. 9. Пример комплексной формы записи базовой геноматрицы P_i. При ее числовом представлении с $C{=}G{=}3$, $A{=}U{=}2$ образуется матрица $(P_{i\text{мульт}})$, которая является квадратом соответствующей комплексной золотой матрицы $(\Phi_{i\text{мульт}})$. Здесь i — мнимая единица. Слева вверху — матрица Паули.

валентен матрице преобразования вращения в плоскости: $1/3 * [\varphi\ \varphi^{-1}; -\varphi^{-1}\varphi] = [\cos\alpha \sin\alpha; -\sin\alpha\cos\alpha]$. Поэтому итеративное применение данной и других золотых матриц может использоваться для моделирования спиралей. Интерпретация таких геноматриц как матриц поворота в случаях углов 72^0и 36^0 симметрии вращения у правильных пятиугольника (пентаграммы) и десятиугольника позволяет получить следующие формулы выражения числа π через золотое сечение φ:

$$\pi = (10/3) * a\sin(\varphi/2); \pi = 10 * \arcsin[1/(2 * \varphi)]. \tag{2}$$

Интересно, что через золотое сечение точным образом выражаются числа π, мнимая единица i, основание натурального логарифма е, все целые положительные числа (однозначно представимые в фибоначчиевой системы счисления). Это позволяет рассматривать золотое сечение как «проточисло», которое может сыграть важную роль в концепции, связанной с именами Д. Гильберта, Б. Рассела и др., о возможном в будущем теоретическом вычислении фундаментальных физических констант (типа постоянной тонкой структуры) через математические «проточисла», а не путем установления их приближенных значений в физических экспериментах (см. обзор в [Аракелян, 1981]). Описанное выше новое определение золотого сечения через геноматрицы, связанные с матрицами гиперболического и тригонометрического поворота, также может оказаться полезным в реализации этой концепции, как и сами эти матрицы.

Разнообразие вариантов числовых представлений геноматриц перекликается с наличием множества параллельных каналов информации у организма и его способностью полифункционального использования своих структур.

Симметрия аминокислот в геноматрице триплетов. Как размещаются 20 аминокислот в матрице $P^{(3)}$, содержащей все 64 триплета? Нет никаких исходных оснований надеяться на их симметричное расположение в ней. Матрица $P^{(3)}$ триплетов строится на формальной основе возведения простейшей матрицы Р из четырех букв кода в третью тензорную степень без какого-либо упоминания об аминокислотах и без учета кодовой роли триплетов. Кроме того, между триплетными последовательностями ДНК и местом сборки соответствующей цепи аминокислот лежит целая биохимическая пропасть из большого числа промежуточных биохимических агентов и процессов, кооперативная деятельность которых сама по себе представляет научную проблему, далекую от ясности. Если же вдруг окажется, что в полученную формальным способом матрицу 64 триплетов множество 20 аминокислот впишется упорядоченным, симметрическим образом, то этот феноменологический факт будет сильным аргументов в пользу адекватности матричного представления системы генетического кодирования.

Оказывается, что именно закономерное, симметрическое расположение категорий аминокислот с различной кодовой вырожденностью реализуется в данной матрице $P^{(3)}$[Петухов, 2001]. На рис. 10 представлено распределение аминокислот и стоп-кодонов по ячейкам триплетов для случая генетического кода митохондрий человека и позвоночных, который в литературе называется наиболее древним и идеальным.

В матрице $P^{(3)}$ каждый ее субквадрант размером (2x2) содержит подсемейство всех тех четырех триплетов, которые эквивалентны друг другу по своим двум первым буквам. Будем называть такие четверки подсемействами NN-триплетов. Все множество 16 подсемейств NN-триплетов в рассматриваемом случае поделено природой на два подмножества по 8 подсемейств в каждом. Первое подмножество, выделенное черным цветом на рис. 10, содержит подсемейства таких NN-триплетов, кодовое значение которых не зависит от третьей буквы триплета. В силу этого все четыре триплета подсемейства кодируют одну и ту же аминокислоту. Второе подмножество содержит подсемейства NN-триплетов, кодовое значение которых зависит от третьей буквы, а потому в каждом подсемействе некоторые из четырех триплетов кодируют одну аминокислоту, а другие — другую (или стоп-сигнал белкового синтеза).

Расположение этих «черных» и «белых» подсемейств NN-триплетов в матрице $P^{(3)}$ носит выражено симметричный характер. Так, левая и правая половины матрицы зеркально-антисимметричны по своей черно-белой мозаике: любая пара ячеек, расположенных зеркально симметрично в левой и правой половинах матрицы, имеют противоположный

	111	110	101	100	011	010	001	000
111	*CCC* Pro 63	*CCA* Pro 62	*CAC* His 61	*CAA* Gln 60	*ACC* Thr 59	*ACA* Thr 58	*AAC* Asn 57	*AAA* Lys 56
110	*CCU* Pro 55	*CCG* Pro 54	*CAU* His 53	*CAG* Gln 52	*ACU* Thr 51	*ACG* Thr 50	*AAU* Asn 49	*AAG* Lys 48
101	*CUC* Leu 47	*CUA* Leu 46	*CGC* Arg 45	*CGA* Arg 44	*AUC* Ile 43	*AUA* Met 42	*AGC* Ser 41	*AGA* *Stop* 40
100	*CUU* Leu 39	*CUG* Leu 38	*CGU* Arg 37	*CGG* Arg 36	*AUU* Ile 35	*AUG* Met 34	*AGU* Ser 33	*AGG* *Stop* 32
011	*UCC* Ser 31	*UCA* Ser 30	*UAC* Tyr 29	*UAA* *Stop* 28	*GCC* Ala 27	*GCA* Ala 26	*GAC* Asp 25	*GAA* Glu 24
010	*UCU* Ser 23	*UCG* Ser 22	*UAU* Tyr 21	*UAG* *Stop* 20	*GCU* Ala 19	*GCG* Ala 18	*GAU* Asp 17	*GAG* Glu 16
001	*UUC* Phe 15	*UUA* Leu 14	*UGC* Cys 13	*UGA* Trp 12	*GUC* Val 11	*GUA* Val 10	*GGC* Gly 9	*GGA* Gly 8
000	*UUU* Phe 7	*UUG* Leu 6	*UGU* Cys 5	*UGG* Trp 4	*GUU* Val 3	*GUG* Val 2	*GGU* Gly 1	*GGG* Gly 0

Рис. 10. Расположение 20 аминокислот в геноматрице $P^{(3)}$ для генетического кода митохондрий человека и позвоночных /Петухов, 2001, с. 99 и 106/. 20 аминокислот обозначены их классическими сокращениями типа Pro, His, Gln и пр. Стоп-кодоны обозначены как «stop». Те субквадранты (2×2) таблицы, которые содержат подсемейства NN-триплетов, все четыре триплета которых кодируют одну и ту же аминокислоту не зависимо от буквы на их третьей позиции, закрашены черным цветом в отличие от субквадрантов, подсемейства NN-триплетов которых не имеют этого свойства. Числами от 0 до 63 указаны естественные порядковые номера триплетов.

цвет относительно друг друга. Пары квадрантов, расположенные вдоль любой диагонали, эквивалентны друг другу по своей мозаике. Четыре пары соседних строк 1–2, 3–4, 5–6, 7–8 эквивалентны между собой по расположению в них идентичных аминокислот.

Из всего множества 20 аминокислот 8 аминокислот принадлежат черным квадрантам матрицы $P^{(3)}$, а остальные 12 аминокислот фигурируют в ее белых квадрантах. Симметрическое распределение множества 20 аминокислот в матрице $P^{(3)}$ позволило автору обнаружить скрытую регулярность в эволюционных феноменах вырожденности генетических кодов и сформулировать соответствующее феноменологическое правило об эволюционных инвариантах в данном множестве, что изложено в следующем параграфе.

Правила вырожденности и две ветви эволюции внутри генетического кода. Начиная с уровня биологического соответствия множества 64 триплетов множеству 20 аминокислот в природе начинает наблюдаться значительное эволюционное разнообразие кодов. На сегодня известно 17 генетических кодов, исходные данные о которых взяты автором на общедоступном сайте авторитетного «National Center for Biotechnology Information (США)»: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/Taxonomy/Utils/wprintgc.cgi. В каждом генетическом коде любая из 20 аминокислот кодируется определенным числом триплетов. Это число кодирующих ее триплетов будем называть числом вырожденности аминокислоты в данном коде. Разные генетические коды имеют несколько разные совокупности своих чисел вырожденности для унифицированного набора из 20 аминокислот, причем у всех известных кодов числа вырожденности лежат в диапазоне их значений от 1 до 8. Например, аминокислота Thr в одном коде кодируется четырьмя триплетами, т. е. имеет в этом коде число вырожденности 4, а в другом коде она почему-то кодируется 8 триплетами и т. д.

Множество вариантов генетических кодов, отличающихся по своей вырожденности, отражает особенности биологической эволюции на самых базовых уровнях. В силу этого представляется, что сравнительный анализ данных кодов способен дать важную информацию о сущности биологических организмов и жизни в целом. Такой сравнительный анализ, предпринятый автором, выявил существование определенных эволюционных правил. Первое знакомство с набором чисел вырожденности аминокислот в 17 известных кодах производит впечатление нерегулярности этого набора, отсутствия в нем содержательной закономерности. Однако, это впечатление исчезает, если только предпринять разделение всех 20 аминокислот на две типовые категории аминокислот — низковырожденных (с числами вырожденности от 1 до 3) и высоковырожденных (с числами вырожденности от 4 до 8).

Представленные в таблице на рис. 11 данные позволили автору сформулировать следующее феноменологическое правило № 1 [Петухов, 2004; Petoukhov, 2001]:

> *— в генетических кодах множество 20 аминокислот содержит два оппозиционных подмножества: одно — из 12 низковырожденных аминокислот (с числами вырожденности от 1 до 3), и второе — из 8 высоковырожденных аминокислот (с числами вырожденности от 4 до 8).*

Существует малое исключение из этого правила: два кода из семнадцати имеют соотношение количества низковырожденных и высоковырожден-

Название кода	Распределение 20 АК по числам вырожденности от 1 до 8								Σ АК с ЧВ от 1 до 3	Σ АК с ЧВ от 4 до 8
	1	2	3	4	5	6	7	8		
1) The Vertebrate Mitochondrial Code		12		6		2			12	8
2) The Standard Code	2	9	1	5		3			12	8
3) The Mold, Protozoan, and Coelenterate Mitochondrial Code and the Mycoplasma /Spiroplasma Code	1	10	1	5		3			12	8
4) The Invertebrate Mitochondrial Code		12		6		1		1	12	8
5) The Echinoderm Mitochondrial Code	2	8	2	6		1		1	12	8
6) The Euplotid Nuclear Code	2	8	2	5		3			12	8
7) The Bacterial and Plant Plastid Code	2	9	1	5		3			12	8
8) The Ascidian Mitochondrial Code		12		5		3			12	8
9) The Flatworm Mitochondrial Code	2	7	3	6		1		1	12	8
10) Blepharisma Nuclear Code	2	8	2	5		3			12	8
11) Chlorophycean Mitochondrial Code	2	9	1	5		2	1		12	8
12) Trematode Mitochondrial Code	1	10	1	6		1		1	12	8
13) Scenedesmus obliquus mitochondrial Code	2	9	1	5	1	1	1		12	8
14) Thraustochytrium Mitochondrial Code	2	9	1	5	1	2			12	8
15) The Alternative Yeast Nuclear Code	2	9	1	5	1	1	1		12	8
16) The Yeast Mitochondrial Code		13		5		1		1	13	7
17) The Ciliate, Dasycladacean and Hexamita Nuclear Code	2	8	1	6		3			11	9

Рис. 11. Феномен разделения в генетических кодах множества 20 аминокислот на два типовых подмножества — высоковырожденных и низковырожденных — аминокислот (из /Петухов, 2001/). В двух правых столбцах показаны количества Σ низковырожденных аминокислот (с числом вырожденности от 1 до 3) и высоковырожденных аминокислот (с числом вырожденности от 4 до 8). АК означает аминокислоты, ЧВ — число вырожденности аминокислоты.

ных аминокислот, равное 11 : 9 и 13 : 7. Эти нестандартные отношения являются минимально возможными отклонениями от канонического отношения 12 : 8 (для двух чисел, дающих в сумме 20) и окружают его с обеих сторон на числовой оси, подчеркивая его центральную роль. Правило выполняется особо строго для автотрофных организмов, которые добывают углерод для своего тела благодаря механизмам фотосинтеза.

Отметим, что с разделением 20 аминокислот на две категории из 12 и 8 аминокислот мы уже встречались в конце предыдущего параграфа в связи с черными и белыми подсемействами NN-триплетов в матрице $P^{(3)}$. Именно «черные» подсемейства NN-триплетов кодируют в этой матрице (рис. 10) восемь высоковырожденных аминокислот Ala, Arg, Gly, Leu, Pro, Ser, Thr, Val, а остальные двенадцать аминокислот Asn, Asp, Cys, Gln, Glu, His, Ile, Lys, Met, Phe, Trp, Tyr кодируются

NN-триплетами из «белых» подсемейств. Эти конкретные наборы из 8 и 12 аминокислот двух категорий вырожденности будем называть каноническими.

Как оказывается, в природе достаточно строго реализуется еще одно правило № 2:

— если какой-то триплет кодирует разные аминокислоты в разных генетических кодах, то все эти аминокислоты относятся к одному и тому же каноническому набору аминокислот (высокой или низкой вырожденности). Другими словами, в ходе биологической эволюции генетических кодов триплетам, кодирующим аминокислоты из одного канонического набора вырожденности, практически запрещено переходить в группу триплетов, кодирующих аминокислоты другого канонического набора.

Единственным исключением из этого правила является триплет UAG, который в разных кодах может кодировать аминокислоты Leu или Gln, относящиеся к разным категориям. В этом правиле № 2 не фигурируют стоп-кодоны, а потому оно не относится к тем эволюционным случаям, когда триплеты, кодировавшие в коде на рис. 10 стоп-кодоны (или аминокислоты), начинают кодировать аминокислоты (или стоп-кодоны).

Описанные эволюционные факты существования двух категорий аминокислот, отличающихся своей вырожденностью и почти полной обособленностью по наборам кодирующих их триплетов на всем множестве 17 генетических кодов, свидетельствуют в пользу следующего. Существуют две самостоятельные ветви эволюции генетического кода у миллионов видов живых организмов: одна — для канонического набора высоковырожденных аминокислот, а вторая — для канонического набора низковырожденных аминокислот. Эти две ветви эволюции внутри единой кодовой системы можно образно сравнить, например, с параллельной эволюцией женского и мужского организмов в рамках одного биологического вида, или с эволюцией гласных и согласных звуков в языке.

Одновременно обнаруживается, что вместо единого множества 20 аминокислот природа реализует объединение двух весьма разных подмножеств из 8 и 12 аминокислот (по типу инь-янь категорий). Отметим еще ряд математических особенностей природной системы чисел вырожденности у аминокислот.

Примечание 1: наименьшим общим делимым для чисел 8 и 12 является число 24.

Примечание 2: основные числа вырожденности аминокислот во всех кодах — 1, 2, 3, 4, 6, 8 — являются делителями числа 24 (в четырех кодах есть по одной аминокислоте, у которой число вырожденности равно 5 или 7; встречаемость каждого из этих экстраординарных чисел вырожденности в 17 кодах составляет всего 0,88 %).

Предсказание: вероятно существование неизвестного генетического кода, у которого одна из аминокислот имеет число вырожденности 12 (оно также является делителем 24) [Petoukhov, 2001b].

В связи с фактами, отмеченными в этих двух примечаниях, число 24 может рассматриваться как скрытая константа согласования чисел вырожденности в генетических кодах. Число 24 давно известно в биологии в связи с хрономедициной, имеющей успешную тысячелетнюю историю и говорящей о том, что в течение суток системы организма претерпевают закономерные смены физиологической активности и пассивности в рамках определенных интервалов времени, связанных с делением суток на 24 равные части. Положения восточной хрономедицины, тесно сопряженные с символьными системами древнекитайской «Книги перемен» и суточным циклом «день-ночь» поступления солнечной энергии на поверхность земли, являются составной частью акупунктуры, тибетской диагностики по пульсу, учений об оптимальном времени фармакологических и терапевтических воздействий на организм и пр. В хронобиологии число 24 представляет собой не произвольное членение суток на части, а феноменологическое сопряжение физиологических циклов организма с суточным циклом.

Механизмы фотосинтеза, на основе которых за счет потребления солнечной энергии производится само первичное живое вещество автотрофных организмов, связывают это биологическое производство с суточными циклами поступления животворной солнечной энергии к организмам. Выявление скрытой константы 24 в описанных особенностях эволюции генетических кодов позволило автору выдвинуть следующую рабочую хронобиологическую гипотезу [Petoukhov, 2001b; Петухов, 2004]: структуры генетического кода имеют через механизмы фотосинтеза (выступающих в роли первичных механизмов) связь с суточными 24-часовыми циклами поступления солнечной энергии на поверхность земли. С этой точки зрения известная привязка функционирования белковых систем организма к фазам суток имеет предшественников в аналогичных привязках на уровне генетического кода. И секреты структур генетических кодов надо искать с учетом структурных особенностей биологического феномена фотосинтеза, который до сих пор не воспроизводим в современных лабораториях и благодаря которому продуцируется само циклически существующее живое вещество, подлежащее затем наследственному кодированию в адекватных циклических формах. Одним из аргументов в пользу хронобиологической зависимости (природы?) структур генетического кода является полное совпадение матричных структур генетического кода с символьными таблицами «Книги перемен», на которых базируется восточная хрономедицина.

Автором опубликован также ряд других феноменологических правил по особенностям эволюции генетических кодов [Petoukhov, 2001b; Петухов, 2004].

Генетические тетра-множества, сегрегации в генетических кодах и параллелизмы с законами Менделя. Генетический код лежит в основе великого объединения живых организмов и в этом смысле он составляет основу жизни. Но какого типа законы лежат в основе самого генетического кода и генетических секвенций? Попытки ответить на этот вопрос привели автора к выдвижению рабочей гипотезы о реализации в генетической системе особых биологических правил («законов») расщеплений, имеющих аспекты формального родства с теми законами Менделя, на которых построена научная генетика и которые зачастую называются основными законами биологии.

Назовем тетра-множеством такое произвольное множество элементов, которое по критерию наличия или отсутствия значимого признака у его элементов расщеплено на два или три подмножества, количественные составы которых соотносятся в «канонических» пропорциях 1 : 3 или 2 : 2 или 4 : 0 или 1 : 2 : 1. Автором обращено внимание на широкое распространение «тетра-множеств» в системе генетического кодирования [Петухов, 2004а, б]. Приведем примеры.

Половые клетки (гаметы), через которые происходит передача наследственной информации, образуются в результате особого деления клеток, называемого мейозом. Еще Э. Шрёдингер в своей книге «Что такое жизнь? С точки зрения физика» обращал внимание на загадочную особенность природы, диктующей для самых разных видов организмов реализацию в результате мейоза типового набора из четырех половых клеток. В случае образования женской половой клетки (овогенез) возникают четыре клетки как тетра-множество с отношением расщепления 1 : 3, поскольку одна из клеток резко отличается по своей готовности к оплодотворению, увеличенному размеру и массе от трех других клеток. Эти три хилые клетки со временем дегенерируют и объединяются общим названием: редукционные тельца. При мейозе с образованием мужских половых клеток (сперматогенез) четыре половые клетки равноценны друг другу, т. е. в этом тетра-множестве реализуется отношение расщепления 4 : 0.

Совсем на другом конце биологических феноменов — при изучении архетипов человеческого сознания — создатель аналитической психологии Карл Юнг обнаружил существование аналогичного универсального архетипа: «Четверичность (также кватерность). Универсальный архетип, являющий собой логическую предпосылку всякого целостного суждения, часто имеет структуру 3+1, в которой один из элементов занимает особое положение, или обладает несхожей с остальными природой. Именно «четвертый», дополняя три других, делает их чем-то единым, символизирующим универсум» (цитируется по [Вер, 1998, с. 202]). И в связи с этим: «Мандала — изображение психического процесса, воссоздание нового центра личности. Символически выражается при помощи круга, симметричного расположения некоего четырехкратного количества. В ламаизме и тантра-йоге является инструментом созерцания (янтра), местом рождения и пребывания божества» [там же, с. 201].

В области собственно генетического кода пример тетра-множества дает четырехбуквенный алфавит кода, расщепленный по значимому признаку на два подмножества с соотношением их количественного состава 3 : 1. Три буквы A, C, G этого алфавита одинаковы для молекул ДНК и РНК и по этому признаку объединены в единое подмножество, а одна буква U (урацил) образует оппозиционное подмножество, поскольку не обладает данным свойством и при переходе от РНК к ДНК заменяется на букву T (тимин). Эволюция генетических кодов дает другой пример тетра-расщепления с отношением 3 : 1. Речь идет о том, что из четырех семейств N-триплетов только одно семейство G-триплетов ни в одном из 17 известных генетических кодов не меняет кодовых значений своих триплетов, является эволюционно устойчивым.

Черно-белая мозаика на рис. 10 наглядно демонстрирует, что каждое семейство N-триплетов, сгруппированное в одном из квадрантов октетной матрицы, также оказывается тетра-множеством из четырех подсемейств NN-триплетов с отношением 3 : 1 между подсемействами противоположного цвета. Каждое из подсемейств NN-триплетов в свою очередь является тетра-множеством, которое в разных генетических кодах может характеризоваться одним из канонических отношений сегрегации — 1 : 3 или 2 : 2 или 4 : 0 или 1 : 2 : 1. Но ни в одном из 17 генетических кодов ни разу не встречается тетра-расщепление подсемейства NN-триплетов в неканоническом отношении 1 : 1 : 1 : 1. Другими словами, в эволюции генетического кода исключена ситуация распада одного подсемейства NN-триплетов на четыре разных по кодовому значению триплета, каждый из которых кодировал бы разные аминокислоты или стоп-сигнал. Обязательным является именно объединение четырех триплетов подсемейства по их кодовым значениям в группы с одним из канонических отношений расщепления.

Известно, что по законам Менделя в первом и втором поколении гибридных организмов от скрещивания форм, различающихся по альтернативным признакам, реализуются тетра-множества с указанными выше каноническими отношениями (1 : 3 или 2 : 2 или 4 : 0 или 1 : 2 : 1) между количествами особей, наделенных одним из альтернативных признаков или признаком, представляющим их смешение. Отмечаемые количественные правила тетра-расщепления (сегрегации) генетического кода поставлены автором в параллель с известными количественными законами Менделя о расщеплении наследуемых признаков у гибридных организмов ([Петухов, 2004а, б]). Современное понимание происхождения законов Менделя связано с расщеплением пар гомологичных хромосом. На уровни генетических микроструктур, меньших уровня хромосом, законы Менделя не распространяются. Поэтому закономерности расщепления множеств элементов генетического кода по бинарно-оппозиционным признакам, вскрываемые в ходе данного исследования, имеют вполне самостоятельный характер и из законов Менделя никак не выводятся. Для ряда случаев тетра-множеств в системе генетического кодирования автором развивается теория проаллелей, носящих доминантный и рецессивный характер по аналогии с аллелями менделевской генетики. По одному из вариантов данной теории в качестве проаллелей выступают бинарные субалфавиты генетического алфавита (подробнее об этом см. [Петухов, 2004а, б]).

Генетические секвенции как тетра-множества. Не могут ли аналогичные принципы тетра-расщепления обусловливать также особенности состава генетических секвенций (текстов), кодирующих конкретные белки? Например, не могут ли генетические секвенции из некоторого обширного класса быть расщеплены по бинарно-оппозиционному признаку на подмножества триплетов с отношением 1 : 3 между их количествами?

Первые исследования этого проведены автором на отдельных примерах с положительным результатом. Так, рассмотрим простейший белок инсулин с секвенцией из 51 триплета (с учетом старт-кодона ATG число триплетов — $52 = 4 \times 13$):

- альфа-цепь (21 триплет, перед триплетом указан его порядковый номер): $1GGC \to 2ATC \to 3GTT \to 4GAA \to 5CAG \to 6TGT \to 7TGC \to 8ACT \to 9TCT \to 10ATC \to 11TGC \to 12TCT \to 13CTT \to 14TAC \to 15CAG \to 16CTT \to 17GAG \to 18AAC \to 19TAC \to 20TGT \to 21AAC$;
- бэта-цепь (30 триплетов, перед триплетом указан его порядковый номер): $1TTC \to 2GTC \to 3AAT \to 4CAG \to 5CAC \to 6CTT \to 7TGT \to 8GGT \to 9TCT \to 10CAC \to 11CTC \to 12GTT \to 13GAA \to 14GCT \to 15TTG \to 16TAC \to 17CTT \to 18GTT \to 19TGC \to 20GGT \to 21GAA \to 22CGT \to 23GGT \to 24TTC \to 25TTC \to 26TAC \to 27ACT \to 28CCT \to 29AAG \to 30ACT$.

Это множество из 51 триплетов расщеплено на подмножество из 13 G-триплетов и подмножество из 38 A-, C- и U-триплетов (с учетом старт-кодона ATG второе подмножество содержит 39 триплетов), находящихся в каноническом отношении 1 : 3.

Второй случайно взятый пример — секвенция для EG13077 у Escherichia:

*ATG-GTT-CAG-AAG-CCC-CTC-ATT-AAG-CAG-GGA-TAT-
TCA-CTG-GCA-GAG-GAA-ATA-GCC-AAC-AGC-GTC-AGT-CAC-
GGC-ATT-GGG-TTG-GTG-TTT-GGT-ATC-GTT-GGG-CTG-
GTG-TTG-CTA-CTG-GTT-CAG-GCG-GTG-GAT-CTT-AAT-GCC-
AGC-GCC-ACA-GCG-ATA-ACC-AGC-TAC-AGC-CTC-TAT-
GGC-GGC-AGT-ATG-ATC-CTG-CTG-TTC-CTC-GCT-TCG-
ACG-CTC-TAT-CAC-GCC-ATT-CCT-CAT-CAA-CGG-GCA-
AAA-ATG-TGG-CTG-AAG-AAA-TTT-GAC-CAT-TGC-GCT-
ATT-TAC-CTG-TTG-ATT-GCC-GGA-ACC-TAC-ACG-CCG-
TTT-TTG-CTG-GTG-GGG-CTG-GAT-TCT-CCG-TTA-GCG-
CGC-GGG-TTG-ATG-ATT-GTT-ATC-TGG-AGC-CTG-GCA-
TTG-CTG-GGT-ATT-CTG-TTT-AAA-CTG-ACC-ATC-GCG-
CAC-CGA-TTC-AAA-ATT-TTA-TCT-CTG-GTG-ACC-TAT-
CTG-GCG-ATG-GGC-TGG-CTG-TCG-CTG-GTG-GTA-ATT-TAT-
GAA-ATG-GCA-GTT-AAG-CTC-GCG-GCG-GGC-AGC-GTT-
ACC-TTA-CTG-GCG-GTA-GGC-GGC-GTG-GTT-TAT-CG-CTC-
GGG-GTG-ATT-TTC-TAC-GTC-TGC-AAA-CGC-ATT-CCA-
TAC-AAC-CAT-GCC-ATC-TGG-CAC-GGC-TTC-GTG-CTC-
GGC-GGT-AGT-GTG-TGC-CAC-TTT-CTG-GCG-ATC-TAT-
TTG-TAT-ATT-GGG-CAG-GCG-TAA*

Эта секвенция из 220 триплетов расщеплена на подмножество 55 A-триплетов (подчеркнуты) и подмножество остальных 165 остальных триплетов (50 C-триплетов, 69 T-триплетов, 46 G-триплетов) с отношением 55 : 165 =**1 : 3**. Другими словами, можно говорить о том, что в данной генетической секвенции представлено тетра-множество тех же четырех семейств N-триплетов с расщеплением 1 : 3.

Выдвигается программа систематического «гибридологического» анализа генетических секвенций как тетра-множеств с возможным приложением к ним понятий доминантных и рецессивных проаллелей. Этот анализ должен уточнить, в какой степени процесс образования генетических текстов с формальной точки зрения аналогичен процессу гибридизации организмов. В случае широкого распространения подобных тетра-расщеплений в организации генетических текстов, число допустимых вариантов состава этих текстов оказывается сильно ограниченным и может являться одной из причин того, что далеко не все мыслимые генетические секвенции кодируют белки.

Почему число генетически кодируемых аминокислот равно 20? Известно много попыток различных исследователей ответить на этот фундаментальный вопрос. Автор предлагает новый ответ: множество 20 аминокислот представлено в генетическом коде потому, что оно состоит из двух альтернативных подмножеств из 8 и 12 аминокислот [Petoukhov, 2001b; Петухов 2004a].Тем самым, исходный вопрос сведен к существенно иному, более глубокому вопросу: почему существуют альтернативные группы из 8 и 12 аминокислот в едином генетическом наборе из 20 аминокислот?

Возможный ответ на этот новый фундаментальный вопрос связан с тем, что эти два подмножества аминокислот составляют предмет двух самостоятельных ветвей эволюции внутри генетического кода, как описано выше. Именно биологический механизм тетра-расщепления может быть ответственным за параллельное существование двух таких альтернативных групп в связи с очевидным тетра-представлением данных чисел: $8 = 4 \times \mathbf{2}$ и $12 = 4 \times \mathbf{3}$. В данном тетра-представлении число 8 содержит число 2 в качестве модульного блока, а число 12 — число 3 в аналогичной роли. При этом в случае подмножества 8 аминокислот каждый модульный блок содержит две аминокислоты, а в случае подмножества 12 аминокислот каждый модульный блок состоит из трех аминокислот. Отметим формальную аналогию этим двух- и трехсоставным модулям из совсем другой области — физики элементарных частиц. Согласно кварковой гипотезе, барионы состоят из трех кварков, мезоны — из кварка и антикварка. Не могут ли формальные элементы теории кварков быть перенесены в сферу структур генетического кодирования? Будущее покажет.

Исследования выявили, что типовые расщепления множества 20 аминокислот на подмножества из 8 и 12 аминокислот происходят не по единственному, а по нескольким вариантам в зависимости от вида бинарно-оппозиционного признака, по которому расщепление имеет место. Речь идет о том, что не только пара оппозиционных признаков «высоковырожденная-низковырожденная» аминокислота приводит к распадению сообщества 20 аминокислот на 8 и 12 аминокислот. Сходные расщепления, но с другим составом аминокислот в образующихся подмножествах из 8 и 12 аминокислот дают такие бинарно-оппозиционные признаки, как «комплементарная-некомплементарная» аминокислота, «восьмеричная-невосьмеричная» аминокислота (по количеству протонов в молекуле аминокислоты), «высокоуглеродная-низкоуглеродная» аминокислота (по количеству атомов углерода в молекуле аминокислоты) (см. [Петухов, 2004; Petoukhov, 2004c]). По мнению автора, этот многовариантный феномен типового расщепления множества 20 аминокислот связан с обеспечением параллельных каналов биологической информации, работающих с разными бинарно-оппозиционными признаками.

Подтверждающий пример выдвигаемого положения о том, что реализация подмножеств 8 и 12 аминокислот в генетическом коде обусловлена самим принципом их тетра-строения из модулей 2 и 3 ($8 = 4 \times 2$

и 12 = 4 × 3) дает рис. 12. Он показывает реальное разделение множества 20 аминокислот на подмножество из 8 «комплементарных» и 12 «некомплементарных» аминокислот. Напомним, что некоторые пары аминокислот имеют такое соответствие между своими триплетами, что триплеты, кодирующие одну аминокислоту из этой пары, являются антикодонами тех триплетов, которые кодируют вторую аминокислоту из этой пары. Такие аминокислоты называются «комплементарными» (по своим триплетам) в отличие от остальных «некомплементарных» аминокислот. На рис. 10 первое подмножество состоит из четырех таких пар аминокислот, каждая из которых кодируется триплетами одного из четырех семейств N-триплетов. А второе подмножество сходным образом состоит из четырех таких троек аминокислот, каждая из которых также кодируется триплетами одного из этих четырех семейств N-триплетов. (Подробнее об этом см. [Петухов, 2004а, б]).

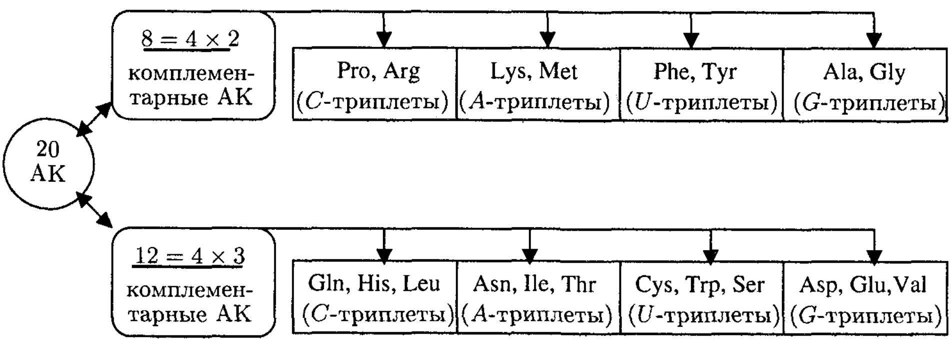

Рис. 12. Множество 20 аминокислот (АК) как объединение двух подмножеств из 8 комплементарных и 12 некомплементарных аминокислот. Каждое из этих подмножеств представляет собой тетра-объединение модульных блоков из двух и трех аминокислот соответственно, относящихся сходным образом к четырем семействам N-триплетов.

Матрицы плотности. Одно из перспективных направлений для попыток осмысления феноменов генетического кода с позиций квантовой физики определено предлагаемой автором интерпретацией числовых геноматриц как матриц плотности статистической квантовой механики. Как известно, понятие волновых функций из обычной квантовой механики применимо для описания систем, состоящих всего из нескольких частиц. Если же частиц много, то единственный путь исследования их системы с позиций квантовой физики лежит через исследование ее матриц плотности. В квантовой биологии сложных систем нет альтернативы попыткам поиска матриц плотности биосистем. Матрица плотности должна удовлетворять нескольким простым условиям (см. например, [Ландау, Лифшиц, 1989, с. 61]). В частности, ее след должен быть равен единице. Легко проверить, что описанные выше числовые геноматрицы, например, $(P_{i\ \text{мульт}})^{(n)}$ или $(\Phi_{i\ \text{мульт}})^{(n)}$ (рис. 9) при их нормировании к единичному следу, т. е. делению на сумму их диагональных членов, удовлетворяют всем формальным требованиям к матрицам плотности. Исследование квантового уравнения Лиувилля, которому удовлетворяют матрицы плотности, открывает дополнительные возможности для построения моделей и теорий биологических феноменов разного уровня.

Сопряжение с теорией блоковых кодов. Проблема системы генетического кода специфична в том, что она должна осмысливаться как с позиций физико-химических знаний о механизмах, делающих возможным само существование данной системы, так и с позиций математической теории кодирования для понимания особенностей исполнения ею информационно-кодовых задач. Описанное матричное представление системы генетического кодирования обращает внимание на возможность его сопряжения с развитой теорией блоковых кодов, известной в компьютерной информатике. Это предлагаемое автором сопряжение представляется особо перспективным для познания генетической информатики.

В компьютерах код определяется как представление множества символов последовательностями, состоящими из единиц и нулей. При декодировании сообщения не должно возникать проблем с тем, какую букву представляет элемент кода. Одним из способов достижения такого однозначного декодирования является кодирование всех символов бинарными последовательностями одинаковой длины. Такой код называется блоковым, а его развитая теория использует множество красивых понятий и результативных методов [Андерсен, 2003, с. 753]. Все элементы каждой из рассмотренных выше геноматриц P и $P^{(3)}$ (рис. 12), состоящих из 4 моноплетов и 64 триплетов соответственно, представляют собой кодо-генетические последовательности одинаковой длины. Но они являются не бинарными, а образованными на базе четырехбуквенного (C, G, A, U) алфавита генетического кода, что осложняет применение теории блоковых кодов к их изучению.

Однако, система четырех азотистых оснований (букв генетического алфавита) является носителем трех видов бинарно-оппозиционных признаков; это позволяет ввести понятие бинарных субалфавитов по признакам и увидеть то, что каждая генетическая секвенция представляет собой связку трех параллельных последовательностей на трех разных бинарных языках [Петухов, 2001]. В этих субалфавитах каждая буква кода характеризуется следующим бинарным символом: в первом субалфавите $C = U = 1$, $A = G = 0$ (по альтернативному признаку «пиримидин или пурин»); во втором субалфавите $C = A = 1$, $U = G = 0$ (по признаку наличия или отсутствия свойства аминомутируемости); в третьем субалфавите C =G= 1, $A = U = 0$ (по признаку трех или двух комплементарных водородных связей). Учет этих бинарных субалфавитов позволяет каждый буквенный n-плет матрицы $P^{(n)}$ заменить ее бинарным эквивалентом с позиций одного из трех бинарных субафлавитов. Например, при такой замене буквенный триплет CGA превращается при его прочтении с позиций первого бинарного субалфавита в бинарный триплет 100; с позиций второго субалфавита — 101; с позиций третьего субалфавита — 110. Соответственно каждая матрица $P^{(n)}$ при такой замене с позиций одного из трех субалфавитов становится матрицей, содержащей все бинарные полиплеты длины n, а потому представляет собой систематизированный блоковый код с полным набором бинарных последовательностей длины n. С учетом трех бинарных субалфавитов каждая матрица $P^{(n)}$ является скрытым объединением трех разных бинарно-алфавитных матриц $P_1^{(n)}$, $P_2^{(n)}$, $P_3^{(n)}$, соответствующих этим субалфавитам. На рис. 13 показан пример тетра-алфавитной матрицы $P^{(2)}$ и ее трех бинарно-алфавитных ипостасей $P_1^{(2)}$, $P_2^{(2)}$, $P_3^{(2)}$.

$$\begin{vmatrix} CC & CA & AC & AA \\ CU & CG & AU & AG \\ UC & UA & GC & GA \\ UU & UG & GU & GG \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 11 & 10 & 01 & 00 \\ 11 & 10 & 01 & 00 \\ 11 & 10 & 01 & 00 \\ 11 & 10 & 01 & 00 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 11 & 11 & 11 & 11 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \\ 01 & 01 & 01 & 01 \\ 00 & 00 & 00 & 00 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 11 & 10 & 01 & 00 \\ 10 & 11 & 00 & 01 \\ 01 & 00 & 11 & 10 \\ 00 & 01 & 10 & 11 \end{vmatrix}$$

Рис. 13. Матрица $P^{(2)}$ и ее три бинарно-алфавитные ипостаси $P_1^{(2)}$, $P_2^{(2)}$, $P_3^{(2)}$.

К этой совокупности трех бинарно-алфавитным ипостасей геноматриц $P^{(n)}$ уже вполне приложима теория блоковых кодов с ее понятиями порождающих матриц, расстояния Хэмминга, кода Грея, двойственного кода и пр. Вся система полиплетов генетического кодирования аминокислот и белков всех живых организмов предстает при этом как система трех бинарно-алфавитных иерархических семейств $P_1^{(n)}$, $P_2^{(n)}$, $P_3^{(n)}$. Одной из специфик данных кодовых семейств является то, что коды с последовательностями разной длины системно взаимосвязаны через их матричные представления. Совокупное изучение этих трех семейств или трех бинарно-алфавитных ипостасей архматрицы $P^{(N)}$ (где N достаточно большое для кодирования самого длинного белка N-плетом) способно многое сказать о природе и скрытых свойствах общебиологической системы генетического кодирования. В геноматрицах $P^{(3n)}$ далеко не все $3n$-плеты кодируют реальные белки, а потому оказывается полезным рассмотрение разреженных геноматриц, т. е. матриц с нулями вместо «незначащих» полиплетов в них. У любых двух видов организмов генетические последовательности, кодирующие первичное строение всей белковой системы в них, заключены соответственно в двух разных семействах геноматриц $P^{(n)}$, которые могут отличаться как по своему размеру (с учетом различия в длинных белках у этих видов), так и по характеру разреженности геноматриц, отражающему состав кодируемых белков. Анализ характера разреженности геноматриц у разных видов организмов, а также взаимосвязи между разреженными геноматрицами, относящимися к белкам разной длины в одном организме, представляется важным новым направлением системного исследования белковой кооперации и эволюции в живой природе. Полезным математическим приемом в этом начатом исследовании является разложение разреженных матриц $P^{(3n)}$на тензорные произведения соответствующих разреженных матриц $P_K^{(3)}$, триплеты которых кодируют аминокислоты в рассматриваемых системах белков. На данном пути можно ожидать, в частности, ответа на вопрос, почему лишь некоторые категории полиплетов кодируют белки.

Гипотеза Г. Стента о структурной связи генетического кода и символьной системы «Книги перемен». Крупный американский молекулярный генетик Г. Стент опубликовал в 1969 году книгу, в которой отметил интересный исторический параллелизм: «Общие свойства генетического кода несут любопытное сходство с другой символической системой, созданной более 3000 лет назад для постижения природы жизни, а именно древнекитайской «И цзин» или «Книги перемен». ...«Естественный» порядок «И цзин» может теперь рассматриваться как генератор ряда нуклеотидных триплетов, в котором представлены многие отношения генетических кодонов .... Возможно, исследователи все еще загадочного происхождения генетического кода должны учитывать обширные комментарии к «И цзин» для получения ключей к решению их проблемы» [G. Stent, 1969, с. 64].

Речь идет об ученом, чьи книги по молекулярной генетике переведены на многие языки мира, в том числе на русский, и используются в качестве учебников молекулярной генетики в ВУЗах. Впоследствии ряд других исследователей поддержал публикацию Стента о возможной связи структур генетического кода с символьной системой сакраментальной древней книги, оказавшей огромное влияние на всю восточную культуру, медицину, науку и другие сферы жизни. Литературные источники отмечают, что ««И цзин» — книга, которую мудрецы и ученые всех поколений полагали ключом к разгадке таинств Природы и неисчерпаемой сокровищницей метафизической премудрости, объясняющей все явления Вселенной» [Ермаков, 1998, с. 92].

В частности, Стента поддержал нобелевский лауреат по молекулярной генетике Ф. Жакоб, утверждавший: «Возможно, именно через древнекитайскую «Книгу перемен» удастся установить связь между генетическим кодом и языком» [F. Jacob, 1974]. В целом, в молекулярной генетике уже десятки лет существует положение о необходимости углубленного анализа названных параллелизмов и их возможного расширения. Описанное в настоящей работе матричное представление системы генетического кода позволило получить существенные дополнительные материалы к этой области исследований.

Напомним, что в основе названной китайской символьной системы лежит представление о четырех базовых сущностях — молодых и старых инь и ян, каждая из которых обозначается парой соответствующих бинарных символов в виде непрерывной черты (или символа 1) и прерывной черты (или символа 0). Эти четыре символа представляются в форме матрицы второго порядка (рис. 14, вверху).

Старый Ян (11)	Молодая Инь (10)
Молодой Ян (01)	Старая Инь (00)

	111	110	101	100	011	010	001	000
111	*111*111	*111*110	*111*101	*111*100	*111*011	*111*010	*111*001	*111*000
110	*110*111	*110*110	*110*101	*110*100	*110*011	*110*010	*110*001	*110*000
101	*101*111	*101*110	*101*101	*101*100	*101*011	*101*010	*101*001	*101*000
100	*100*111	*100*110	*100*101	*100*100	*100*011	*100*010	*100*001	*100*000
011	*011*111	*011*110	*011*101	*011*100	*011*011	*011*010	*011*001	*011*000
010	*010*111	*010*110	*010*101	*010*100	*010*011	*010*010	*010*001	*010*000
001	*001*111	*001*110	*001*101	*001*100	*001*011	*001*010	*001*001	*001*000
000	*000*111	*000*110	*000*101	*000*100	*000*011	*000*010	*000*001	*000*000

Рис. 14. Базовые таблицы «Книги перемен» для четырех диграмм молодых и старых инь и янь (вверху) и для 64 гексаграмм в порядке Фу-си (внизу).

Также в «Книге перемен» важное место отведено октетной таблице 64 гексаграмм, расположенных в порядке Фу-си [Щуцкий, 1997; Еремеев, 1993; Кобзев, 1994; Петухов, 2001]. Эта исторически знаменитая таблица воспроизведена в бинарных символах 0 и 1 на рис. 14 внизу. Каждая гексаграмма в этой таблице составлена из двух независимых друг от друга триграмм, символизирующих те строку и столбец, на пересечении которых находится данная гексаграмма (подчеркивая различие в их природе, их называют триграммами «земли» и «неба», внутренней и внешней триграммой, пространственной и временной триграммой и т. д.) [Щуцкий, 1997, с. 101]. Согласно «Книге перемен» эти две таблицы являются всеобщими природными архетипами, наиболее сообразными природными системами.

Удивительным является то, что эти две исторически знаменитые матрицы связаны с геноматрицами P и $P^{(3)}$ генетического кода [Петухов, 2001]. Действительно, если в геноматрицах P и $P^{(3)}$ на рис. 2 заменить каждый их полиплет (т. е. моноплет и триплет соответственно) на его координатный номер, представляющий собой объединение бинарных номеров строки и столбца, на пересечении которых стоит данный полиплет, то мы получим две такие бинарно-числовые матрицы, которые в точности совпадают с матрицами на рис. 14, существующими в мировой культуре уже несколько тысяч лет на заявленном положении всеобщих природных архетипов. Древние китайцы ничего не знали о генетическом коде, открытом недавно западной наукой, а автор статьи, конструируя бипериодические геноматрицы на основе чисто академических данных, никак не использовал таблицы «Книги перемен». Но в итоге обнаружилось формальное совпадение двух названных пар матриц и оказалось, что бинарные представления построенных автором геноматриц известны уже тысячи лет.

Нетривиальные совпадения этим не ограничиваются. Числа 2 и 3, которые в генетическом коде реализованы в информационно значимом числе водородных связей у комплементарных оснований генетического алфавита, издревле являются основой китайских числовых систем [Кобзев, 1994, с. 15]. Другой пример связан с опубликованным [Петухов, 2001, с. 61] числовым представлением октетной геноматрицы $P^{(3)}$ через количества атомов в кольцах азотистых оснований ($A = G = 9$, $C = U = T = 6$). В соответствующей числовой геноматрице суммы чисел в каждом из восьми столбцов, соответствующих восьми бинарным триграммам, образуют числовой ряд 144, 168, 168, 192, 168, 192, 192, 216. Но, как выяснилось много позже названной публикации, этот числовой ряд для восьми китайских триграмм известен издревле и называется в системе знаний «Книги перемен» рядом «счетных палочек» [Виногродский, 2003, с. 269–292].

Пара чисел 8 и 12, характеризующая описанные выше канонические наборы аминокислот, является «стандартной мерой альтернативных членений пространства-времени на китайских хронотопограммах... Стереометрически числа 8 и 12 взаимосвязаны также в качестве основных параметров куба и октаэдра. У куба 8 вершин и 12 ребер, у октаэдра 8 граней и 12 ребер. Оба правильных многогранника издревле были для китайских мыслителей базовыми мироописательными моделями. ... Идея сочетания 8 и 12 как символа пространственно-временного универсума отражена в архитектонике «Книги перемен»» [Кобзев, 1994, с. 39–40].

Молодые и старые инь и янь символизируются по «Книге перемен» числами 6, 7, 8 и 9 [Щуцкий, 1997, с. 22, 522]. Именно эти числа характеризуют количество протонов в элементах, из которых состоят буквы генетического алфавита: углерод C имеет 6 протонов (порядковый № 6 в таблице Менделева), азот N — 7 протонов, кислород O — 8 протонов, аминогруппа NH_2 — 9 протонов [Петухов, 2001]. Ограниченный объем статьи не позволяет продолжить этот перечень параллелизмов, в связи с которыми при проведении вполне академических исследований структур генетического кода возникает впечатление, что мы идем по коридору обнародованных в Древнем Китае формализмов и числовых систем [Петухов, 2001].

Перспективным представляется сопряжение бинарно-числовых представлений системы геноматриц с бинарной геометрофизикой, оперирующей близкими понятиями и также затрагивающей древние бинарные системы «Книги перемен» [Владимиров, 2002].

Дополнение 1: золотые геноматрицы второй категории. Оказывается, что символьные геноматрицы $P^{(n)}$ (см. рис. 2) при их представлении через числа водородных связей азотистых оснований ($C = G = 3$, $A = U = 2$) порождают еще одну категорию числовых матриц, которые связаны квадратичной зависимостью с золотыми матрицами Φ_K иного типа, чем $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$ на рис. 4, 5. Кратко проиллюстрируем это на примере октетной матрицы $P^{(3)}$с ее триплетами. Обозначим названную новую категорию матриц через B_K, где $K = 1, 2, 3$. Эти матрицы B_K (рис. 15) получаются из геноматрицы $P^{(3)}$ путем совершения двух действий: 1) замены каждого триплета моноплетом из той его буквы, которая расположена на позиции триплета, соответствующей значению индекса K: например, триплет CGA при образовании матрицы B_1 представляется буквой его первой позиции C, матрицы B_2 — буквой второй позиции G, матрицы B_3 — буквой третьей позиции A; 2) замены каждой буквы на число водородных связей соответствующего азотистого основания: C =G=3, $A = U = 2$.

Так полученные числовые матрицы B_K содержат всего два вида чисел — 2 и 3 — с разным расположением. Эти матрицы связаны квадратичным образом с числовыми золотыми матрицами Φ_K, где $K = 1, 2, 3$, в которых аналогично расположены два иррациональных числа: золотое сечение ϕ и обратная ему величина ϕ^{-1} (см. рис. 15, где $\tau = \phi^{-1}$). При этом $4 \times \text{B}_\text{K} = \Phi^2_\text{K}$. Эти матрицы B_K, имеющую скрытую «подложку» из золотых матриц Φ_K, возникли в ходе развития содержательной концепции позиционирования бинарных языков при считывании триплетов [Петухов, 2003].

Эти золотые матрицы Φ_K обладают интересными свойствами. Например, попарное перемножение разных матриц Φ_K между собой в произвольном порядке, например, $\Phi_1 \times \Phi_2 = \Phi_2 \times \Phi_3 = \Phi_1 \times \Phi_3$ дает одну и ту же матрицу с одинаковым значением всех элементов, равным 10. Возведение в квадрат любой из этих золотых матриц Φ_K дает матрицу, в которой просто все ϕ и ϕ^{-1} заменены соответственно на числа 12 и 8.

Добавление 2: геноматрицы как наследуемые метрические тензоры. Взаимосвязанные семейства геноматриц $P^{(n)}_{\text{мульт}}$ и $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$ имеют ценную геометрическую трактовку. Любая геноматрица $P^{(n)}_{\text{мульт}}$ может интерпретироваться как метрический тензор в 2^n-мерном евклидовом пространстве с таким аффинным репером, координаты векторов которого перечислены в строках (или столбцах) золотой матрицы $\Phi^{(n)}_{\text{мульт}}$. Например, на евклидовой плоскости в репере с «золотыми» век-

$$
\begin{vmatrix}
3&3&3&3&2&2&2&2\\
3&3&3&3&2&2&2&2\\
3&3&3&3&2&2&2&2\\
3&3&3&3&2&2&2&2\\
2&2&2&2&3&3&3&3\\
2&2&2&2&3&3&3&3\\
2&2&2&2&3&3&3&3\\
2&2&2&2&3&3&3&3
\end{vmatrix};\quad
\begin{vmatrix}
3&3&2&2&3&3&2&2\\
3&3&2&2&3&3&2&2\\
2&2&3&3&2&2&3&3\\
2&2&3&3&2&2&3&3\\
3&3&2&2&3&3&2&2\\
3&3&2&2&3&3&2&2\\
2&2&3&3&2&2&3&3\\
2&2&3&3&2&2&3&3
\end{vmatrix};\quad
\begin{vmatrix}
3&2&3&2&3&2&3&2\\
2&3&2&3&2&3&2&3\\
3&2&3&2&3&2&3&2\\
2&3&2&3&2&3&2&3\\
3&2&3&2&3&2&3&2\\
2&3&2&3&2&3&2&3\\
3&2&3&2&3&2&3&2\\
2&3&2&3&2&3&2&3
\end{vmatrix};
$$

$\mathbf{B}_1$ $\mathbf{B}_2$ $\mathbf{B}_3$

$$
\begin{vmatrix}
\varphi&\varphi&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\tau&\tau\\
\varphi&\varphi&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\tau&\tau\\
\varphi&\varphi&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\tau&\tau\\
\varphi&\varphi&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\tau&\tau\\
\tau&\tau&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\varphi&\varphi\\
\tau&\tau&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\varphi&\varphi\\
\tau&\tau&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\varphi&\varphi\\
\tau&\tau&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\varphi&\varphi
\end{vmatrix};\quad
\begin{vmatrix}
\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau\\
\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau\\
\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi\\
\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi\\
\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau\\
\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau\\
\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi\\
\tau&\tau&\varphi&\varphi&\tau&\tau&\varphi&\varphi
\end{vmatrix};\quad
\begin{vmatrix}
\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau\\
\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi\\
\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau\\
\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi\\
\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau\\
\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi\\
\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau\\
\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi&\tau&\varphi
\end{vmatrix};
$$

$\mathbf{\Phi}_1$ $\mathbf{\Phi}_\tau$ $\mathbf{\Phi}_\varphi$.

Рис. 15. Вверху: октетные матрицы B_1,B_2, B_3, полученные из символьной матрицы триплетов $\mathrm{P}^{(3)}$путем выписывания соответственно только кодовой буквы на первой, второй и третьей позиции триплетов и последующей заменой этой буквы числом ее комплементарных водородных связей C =G= 3, A =U=2. Внизу: три золотых матрицы $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{K}}$, все элементы которых равны золотому сечению $\phi = (1{+}5^{1/2})/2 = 1,618\ldots$ или его обратной величине $\tau = \phi^{-1}$. Матрица $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{K}}^2$ равна учетверенной матрице $(\boldsymbol{B}_{\mathrm{K}})$

торами $e_1(\phi,\ \phi^{-1})$ и $e_2(\phi^{-1},\ \phi)$, соответствующими строкам матрицы $\Phi_{\text{мульт}}$, метрический тензор имеет вид геноматрицы $P = [3\ 2; 2\ 3]$. Известна фундаментальная роль метрического тензора для евклидовой геометрии. В этой связи матричный подход к генетическому кодированию, которое обычно связывается только с наследованием первичного строения белков, выводит на феномен врожденных знаний организмов об окружающем пространстве и времени. Представление о физиологических основаниях геометрии имеет давнюю историю. Например, активный сторонник такого представления А. Пуанкаре, не зная о генетическом коде, утверждал, что возникновение у индивидуума самого понятия пространства и геометрии обусловлено деятельностью кинематической организации тела. Предлагаемое понимание геноматриц как метрических тензоров, помимо порождения новой концепции генетических оснований геометрии, позволяет моделировать биологическое формообразование как реализацию генетических потенций, связанных с такими наследуемыми метрическими генотензорами. Последние, видимо, отражают специфику реальных физических механизмов, участвующих в обеспечении генетических явлений.

Наследование информации вообще может базироваться на передаче потомкам алгоритмически связанной системы подобных тензоров, в компонентах которых реализованы те или иные информационно значимые параметры генетических элементов. Ситуация с числами 2 и 3 водородных связей в роли компонент тензора P ассоциируется со схемой Гелл-Манна и Неемана классификации адронов, каждый из которых соответствует в ней независимой компоненте некоторого тензора. Автор распространяет описанное представление реальных генетических параметров в форме компонент тензоров также на другие числовые характеристики генетических элементов, например, на числа 6 и 9 атомов в кольцах пиримидиновых и пуриновых оснований.

В настоящее время данное направление работ по биоинформатике и геометризации биологии дополнительно развивается по инициативе автора в рамках программы многолетнего сотрудничества Российской и Венгерской Академий наук, а также программ Международной ассоциации симметрии (со штаб-квартирой в Будапеште, http://us.geocities.com/symmetrion/) и Международного общества симметрии в биоинформатике (со штаб-квартирой во Флориде, США, http://polaris.nova.edu/MST/ISSB).

В заключение автор выражает благодарность академику К. В. Фролову, профессорам Ю. С. Владимирову, Д. Дарвашу, В. А. Копцику, Я. Бэму, Б. Санто, М. Хи и всем участникам семинаров по проблемам симметрии и метафизики Института машиноведения РАН и кафедры теоретической физики физического факультета МГУ за помощь в данной работе.

Литература

1. *Андерсон Дж. А.* Дискретная математика и комбинаторика. — М.: 2003.
2. *Аракелян Г. Б.* Фундаментальные безразмерные величины. — Ереван, АН Армян. ССР, 1981.
3. *Вер Г.* «Карл Густав Юнг», Свердловск, Урал Лтд, 1998, 210 с.
4. *Виногродский Б. Б.* Даосская алхимия бессмертия. — М.: «София», 2003.
5. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. — М.: Бином, 2002, 534 с.
6. *Еремеев В. Е.* Чертеж антропокосмоса. — М.: АСМ, 1993, 383 с.
7. *Ермаков М. Е.* Китайская геомантия. — СПб.: Петербургское Востоковедение, 1998.
8. *Кобзев А. И.* Учение о символах и числах в китайской классической философии. — М.: Восточная литература, 1994, 432 с.
9. *Конопельченко Б. Г., Румер Ю. Б.* Классификация кодонов в генетическом коде. — ДАН СССР, т. 223, № 2, 471–474, 1975.
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. 4-е изд. — М.: Наука, 1989

11. Математические методы для анализа последовательностей ДНК (под ред. М. С. Уотермена), — М.: Мир, 1999.
12. *Петухов С. В.* Биосолитоны. Основы солитонной биологии. — М.: 1999, 288 с.
13. *Петухов С. В.* Бипериодическая таблица генетического кода и число протонов. /Предисловие К. В. Фролова. — М.: 2001, 258 с.
14. *Петухов С. В.* Генетический код и обобщенные матрицы Фибоначчи. — Труды Международной конференции «Проблемы гармонии, симметрии и золотого сечения в природе, науке и искусстве», Винница, 2003, с. 161–169. Сборник научных трудов Винницкого гос. аграрного университета, вып. 15, Винница, 2003.
15. *Петухов С. В.* Симметрии в биологии. — Приложение к книге: Шубников А. В., Копцик В. А. «Симметрия в науке и искусстве», 3-е издание, М.: 2004а, с. 482–513.
16. *Петухов С. В.* О теории бинарных языков генетического кода и генетической алгебре. — Депонировано в ВИНИТИ РАН 02.02.2004b, 30 с., № 182-В2004 (Указатель ВИНИТИ «Депонированные научные работы», № 4, 2004).
17. *Петухов С. В.* Правила расщепления генетического кода и их параллелизм с законами Менделя. — Депонировано в ВИНИТИ РАН 07.06.2004с, 30 с., № 964-В2004 (Указатель ВИНИТИ «Депонированные научные работы», № 8, 2004).
18. *Стахов А. П.* Новая математика для живой природы. — М.: ITI, 2003.
19. *Ху М.* Симметрия в структуре генетического кода. — Труды Третьей Всероссийской конференции «Этика и наука будущего», Москва, Дельфис, февраль 2003, с. 68–75.
20. *Щуцкий Ю. К.* Китайская классическая «Книга перемен» — М.: 1997, 605 с.
21. *Cook T. A.* The curves of life. — L.: Constable and Co, 1914, 490 p.
22. *He M., Petoukhov S., Ricci P.* Genetic Code, Hamming Distance and Stochastic Matrices. — Bulletin for Mathematical biology, 2004 (в печати)
23. *Jacob F.* Le modele linguistique en biologie. — Critique, Mars 1974, tome XXX, № 322, p. 197–205
24. *Petoukhov S. V.* Genetic Code and the Ancient Chinese «Book of Changes». — Symmetry: Culture & Science, vol. 10, №3-4, 1999, p.211-226.
25. *Petoukhov S. V.* Genetic Codes I: Binary sub-alphabets, bi-symmetric matrices and golden section. — Symmetry in Genetic Information, ed. Petoukhov S. V., special issue of the journal «Symmetry: Culture and Science», Budapest, 2001a: Internat. Symmetry Foundation, p. 255–274
26. *Petoukhov S. V.* Genetic Codes II: Numeric Rules of Degeneracy and a Chronocyclic Theory. — Symmetry in Genetic Information, ed. Petoukhov S. V., ISBN 963216 242 0, special double issue of the journal «Symmetry: Culture and Science», Budapest, 2001b: International Symmetry Foundation, p. 275–306.

27. *Petoukhov S. V.* The Biperiodic Table and Attributive Conception of Genetic Code. A Problem of Unification Bases of Biological Languages. — In: Proceedings of «The 2003 International Conference on Mathematics and Engineering Techniques in Medicine and Biological Sciences», session «Bioinformatics 2003», Las Vegas, June 23–26, 2003.
28. *Petoukhov S. V.* Attributive conception of genetic code, its bi-periodic tables and a problem of unification bases of biological languages. — «Symmetry: Culture and Science», 2003, # 1–4, p. 40–59
29. *Stent G. S.* The Coming of the Golden Age. — N-Y, The Natural History Press, 1969.
30. *Wittmann H. G.* Ansatze zur Entschlusselung des genetishen Codes. — Die Naturwissenschaften, 1961, B. 48, 24, S. 55

«Золотая пропорция» как критерий универсального равновесия и оптимальной связности частей в целое

А. С. Харитонов

к.ф.-м. н.
Экологический факультет
Российского Государственного социального университета

Рассмотрена связь «золотой пропорции» со статистическим равновесием.

Сегодня в теоретической физике можно говорить о разных исходных принципах для построения модели равновесия, которые приводят к разным картинам природы [1].

Дуальный принцип равновесия построен на равенстве действия и противодействия (первый закон Ньютона). Он используется в моделях механического, термодинамического, статистического и динамического равновесий.

Тройственный принцип равновесия строится на равенстве «в среднем и крайнем отношении» по И. Кеплеру, где три неравные части по величине и знаку образуют равновесие целого. Тройственный принцип равновесия получил название «золотой пропорции» благодаря Леонардо да Винчи. Ниже исследуем связь этих двух принципов равновесия между собой.

§ 1. О неприменимости дуального принципа равновесия для описания сложных систем и их эволюции

Современная макроскопическая физика считается справедливой в рамках эргодической гипотезы или модели консервативной системы [2]. Она построена на сильных гипотезах и исходных постулатах о свойствах пространства, времени и частицах, изменением внутренней структуры которых можно пренебречь.

В результате статистическая механика не смогла описать явления, связанные с развитием, о чем свидетельствуют парадокс «тепловой смерти Вселенной», парадокс Гиббса, парадокс «возникновения порядка из хаоса», парадокс Рассела—Эйнштейна «Бог играет в кости». И, самое главное, в рамках гипотез статистической механики и термодинамики невозможно отличить живой организм от неживого. Живое тело ни чем не отличается от неживого объекта в рамках законов механики и термодинамики [3].

Живой организм является естественным физическим эталоном развития и самодвижения природы. Под самодвижением мы понимаем движение, происходящее в результате изменения структуры динамических элементов, приводящее к перераспределению энергии в системе. Статистическая механика и термодинамика не рассматривают самодвижение систем, так как предполагают такое рассмотрение объектов, когда изменением структуры динамических элементов можно пренебречь. Без теоретической модели самодвижения и развития не представляется возможным адекватное управление обществом и позитивное разрешение существующих и возникающих угроз обществу.

Две разные модели равновесия привели к разным представлениям о физической специфичности живой природы.

1. «Живое питается отрицательной энтропией», работает против второго закона термодинамики и «уходит от состояния термодинамического равновесия» по версии таких ученых как Флоренский, Бауэр, Шрёдингер, Бриллюэн, Пригожин, Моисеев и многих других исследователей.
2. «Живое тело борется за *структурную* энтропию» по Л. Больцману, оно характеризуется ускоренным ростом энтропии по С. И. Покровскому [8]. Живая природа является ускорением геологических процессов на Земле к равновесию по А. М. Молчанову [9] за счет роста структурного многообразия природы [1]. Живой организм, сам человек, есть эталон гармонии (неустойчивого равновесия), к которому и стремятся постоянно все объекты природы.

В подтверждение факта существования этой дилеммы рассмотрим высказывания выдающихся мыслителей, пытавшихся найти физическую специфичность живой природы:

- Э. Бауэр: «Живое есть устойчивое неравновесие».
- Шри Ауробиндо: «Живое есть неустойчивое равновесие».
- Л. Больцман: «Живое... борется за энтропию».
- Э. Шрёдингер: «Живое питается отрицательной энтропией».

В рамках механистических теорий физическую сущность живого и развития природы невозможно познать [3]. В результате многие сторонники механистических теорий пришли к представлению о сверхъестественной причине развития природы и возникновения жизни.

Живое достигает и поддерживает свое равновесие преимущественно за счет изменения структуры своих элементов. А именно изменением структуры элементов пренебрегают сильные гипотезы статистической механики и термодинамики, поэтому они и не могут отличать живое тело от неживого.

Для объектов природы, где определяющую роль играет изменение структуры динамических элементов, все положения первого принципа равновесия неприемлемы. Этот факт был изучен на примере макромолекул в растворе [4]. Макромолекула, находясь в растворителе при постоянной его температуре, может не находиться в состоянии термодинамического равновесия и обладать самодвижением. Однако она находится в стационарном состоянии и описывается каноническим распределением энергии, то есть она находится в статистическом равновесии. Кроме движения по пространству (распределения Больцмана) и изменению скоростей (распределения Максвелла), для нее еще имеет место распределение по изменению структуры динамических элементов [1].

Если в статистической механике распределение по координатам и импульсам являются независимыми, и энтропия термодинамической системы рассматривается как функция двух независимых классов переменных, то для макромолекул ее энтропия является функцией трех классов зависимых переменных. При этом приращения энтропии для каждого класса переменных описывается правилом «золотой пропорции» и само каноническое распределение также оказалось упрощенной записью «золотой пропорции» [1].

Все это позволяет высказать предположение, что истинное равновесие описывается «золотой пропорцией» при рассмотрении рекуррентных связей в системе. Тогда живая природа возникла в результате стремления к истинному равновесию потоков энергии в определенных условиях. Подтверждением этому предположению служит сам человек, его здоровому (равновесному) состоянию соответствует метаболизм клеток, постоянное изменение структуры его элементов. А он описывается, начиная с генома и кончая формой тела, правилом «золотой пропорции».

§ 2. Связь между собой этих двух принципов равновесия

Бином Ньютона для двух неравных частей, связанных геометрической прогрессией по «золотой пропорции», описывает равновесное разбиение целого на части по формуле:

$$1 = (\Phi + \Phi^2)^m = \sum_{n=0}^{m} C_m^n \Phi^{n+\text{т}}, \qquad (1)$$

где $0 \leqslant n \leqslant \text{m} \leqslant \infty$; C_m^n — число сочетаний из m элементов по n.

Формула означает, что разбиение целого на части в природе происходит равновесным и гармоничным образом только с шагом, связанным с «золотой пропорцией» Φ, равной $0,618\ldots$. При этом Φ является положительным корнем решения этого уравнения (1).

Постоянная Φ математически связана с выделением трех сущностей при описании объектов природы.

Пусть величина $\mathrm{A}(n)$ является суммой двух предыдущих:

$$\mathrm{A}(n) = \mathrm{A}(n-1) + A(n-2), \tag{2}$$

Тогда при $n \geqslant 10$ отношение величин стремится к «золотой пропорции»:

$$\mathrm{A}(n-1)/A(n) \approx \Phi. \tag{3}$$

Справедливость формулы (1) подтверждается тем, что постоянная Φ обнаружена во всех структурах организации живой и неживой природы и общества.

Обратим внимание на существование сходящихся рядов, с помощью которых можно по-новому анализировать устойчивость связности частей в целое:

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi^{n+1}, \tag{4}$$

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi^{2n-1}, \tag{5}$$

где

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi^{2n}. \tag{6}$$

Среднее арифметическое значение от этих «золотых» рядов равно известной убывающей геометрической прогрессии:

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n}. \tag{7}$$

Усредняя формулы (4) и (5), получили формулу (7), в которой потеряна информация о вариантах равновесия. Это позволило установить, что при усреднении свойств систем мы теряем их законы гармонии.

Формула (1) содержит известные равновесные (биномиальное, Гаусса, нормальное, экспоненциальное) распределения как свой частный случай [7].

Для больших m выражение (1) совпадает с экспоненциальным распределением и распределением Гаусса.

Для малых m будем использовать метод Фибоначчи, а для больших m нормальное распределение.

Поэтому каноническое распределение можно представить как функцию от «золотой пропорции» Φ [5, 6].

Микроканонического распределения можно представить как результат усреднения «золотой пропорции» Φ:

$$1 =< (\Phi + \Phi^2)^m >= \sum C_m^n < \Phi^{m+n} >= \sum C_m^n 2^{-m}. \tag{8}$$

И. Шевелев [10] нашел неизвестную ранее алгебраическую связь математических свойств «золотой пропорцией» с теоремой Пифагора.

Этот факт наводит на мысль, что и аксиоматику геометрии Евклида можно заново исследовать, начиная со свойств «золотой пропорции».

Выводы

Усредняя свойства системы, мы теряем информацию о триединстве природы и истинных законах равновесии объектов по «золотой пропорции» и получаем законы статистической механики и термодинамики.

Для достаточно больших систем мы теряем связность частей между собой, подменяя их пространством независимых событий.

Рассмотренная связь статистического равновесия и равновесием по «золотой пропорции» служит обоснование равновесия, основанного на равенстве мер хаоса и порядка, определенных в трех классах переменных [1].

Литература

1. *Харитонов А. С.* Симметрия хаоса и порядка в круговороте энергии (Холистическая парадигма природы, человека и общества). — М.: Издательско-аналитический центр «Энергия», 2004. С. 172.
2. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Статистическая физика. — М.: Наука, том 5, 1976, С. 26.
3. *Блюменфельд Л. А.* Проблемы биологической физики. — М.: Наука, 1977.
4. *Лифшиц И. М.* Некоторые вопросы статистической теории биополимеров. ЖЭТФ, 1968, т. 55,С.2408.
5. *Харитонов А. С., Шелепин Л. А.* Равновесные распределения в теории немарковских процессов. Краткие сообщения о физике. 1996 N 7–8, С. 79–83.
6. *Харитонов А. С., Шелепин Л. А.* Принцип золотой пропорции как характеристика процессов с памятью. Сб. «Стратегия жизни в условиях планетарного экологического кризиса» 2002, том. 2, С. 378–385.
7. *Харитонов А. С.* Симметрия мер хаоса и порядка в системах с постоянно изменяющейся структурой динамических элементов. Физика, Известия вузов, № 1, 2004, С. 46–51.
8. *Покровский С. И.* «Энтропия и чувство времени», ЖРФХО, физ. отд., 1914, т. 1, № 5.
9. *Молчанов А. М.* Возможная роль колебательных процессов в эволюции. Ж., Русская мысль. М.: 1993., № 1–2, С. 118–126.
10. *Шевелев И. Ш.* О целостности, зеркальной симметрии и числе единица. Кострома, 2002. с. 56.

К концепции золотой пропорции в естествознании

В. В. Очинский

Ставрополь, СГАУ

Золотая пропорция (отношение золотой пропорции), как проблема в естествознании существует, по-видимому, ровно столько, сколько существует и само естествознание. К такому выводу можно прийти, рассматривая ретроспективу этой проблемы, уходящей своими корнями в первые цивилизации, существовавшие на Земле. В чем состоит проблема золотой пропорции в свете сегодняшнего восприятия окружающего мира? Ответим так: не существует согласия по части определения отношения золотой пропорции, или того, что связывают с этим понятием, к природным системам. Среди бытующих на сей счет мнений, превалирует привязка золотой пропорции к категории гармонии, что можно подтвердить хотя бы названиями (из множества известных) нескольких сочинений на эту тему [1], [2] и [3] сама же золотая пропорция определяется как некоторая числовая характеристика. Автор определяет собственно золотую пропорцию как иррациональный предел, связывая приближения к ней с процессом развития в рамках оптимизационных построений [4]. Золотую пропорцию впредь будем обозначать символом

$$d = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,61803398\ldots. \tag{1}$$

Это иррациональное число, к которому можно придти несколькими путями. Условно определим такие направления как геометрическое; алгебраическое, связанное с решением квадратных уравнений; и численное, с использованием числовых последовательностей.

Из геометрической процедуры деления отрезка единичной длины в среднем и крайнем отношении с помощью карандаша, циркуля и линейки извлекаются три равенства [4]:

$$d^{-2} + d^{-1} = 1; d^{-1} + 1 = d; 1 + d = d^2. \tag{2}$$

Алгебраическая версия — решение квадратного уравнения $\mathrm{X}^2 + X - 1 = 0$ приводит к двум корням d^{-1} и $-d$ и к двум процедурам их вычисления. По рациональным числам

$$d = 1 + 1/(1 + 1/(1 + 1/(1 + 1/(1 + \ldots \tag{3}$$

и по иррациональным числам, кроме первого приближения, равного единице:

$$d = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}} \qquad (4)$$

И, наконец, числовые последовательности, связанные с *рекуррентной* схемой построения, когда последующее значение следует из двух предыдущих. Исторически первой из таких последовательностей были числа Фибоначчи $\{\Phi(n)\}$ [5]:

$$\Phi(n) + \Phi(n+1) = \Phi(n+2), \Phi(0) = 0, \Phi(1) = 1, n = 0, 1, 2, \ldots, \qquad (5)$$

n-е приближение по числам Фибоначчи к золотой пропорции d выглядит так:

$$d(n) = \Phi(n+1)/\Phi(n), \qquad (6)$$

причем здесь справедлив предельный переход:

$$\lim d(n) \xrightarrow[n\to\infty]{} d. \qquad (7)$$

Представим теперь ряд $\{F_n\}$, из вещественных положительных чисел, при произвольных начальных значениях $F_1 = a > 0$ и $F_2 = b > 0$ формирующийся по схеме (5):

$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1}; F_1 = \mathrm{a}, F_2 = b; n = 1, 2, 3, 4, \ldots \qquad (8)$$

Ряд $\{F_n\}$ является линейной комбинацией двух рядов Фибоначчи [4]:

$$F_n = \Phi(n-2) \cdot F_1 + \Phi(n-1) \cdot F_2, ; F_1 = \mathrm{a}, F_2 = b; n = 1, 2, 3, 4, \ldots, \qquad (9)$$

здесь $\Phi(-1) = 1$ [4], при этом выполняется предельное выражение:

$$\lim D_n \xrightarrow[n\to\infty]{} d, \qquad (10)$$

где

$$D_n = F_{n+1}/F_n \qquad (11)$$

суть приближение к золотой пропорции по элементам последовательности $\{F_n\}$.

Для элементов $\{F_n\}$ при $D_n = F_{n+1}/F_n$, справедливо неравенство:

$$|d - D_n| > |d - D_{n+1}|, n = 0, 1, 2, \ldots,$$

что эквивалентно равномерной сходимости $\{D_n\}$ к золотой пропорции d [6].

Для числовой последовательности $\{F_n\}$ при $\mathrm{D(n)} = F(n+1)/F(n) > d$, выполняется неравенство: $D(n+1) = F(n+2)/F(n+1) < d$ и наоборот.

Наконец, справедливо *экстремальное свойство чисел Фибоначчи* [6]. Именно: из всех отношений D(n) элементов множества числовых последовательностей $\{F(n)\}$ наивысшей скоростью сходимости к золотой пропорции обладает последовательность $d(n)$, построенная по числам

Фибоначчи $\{\Phi(n)\}$, то есть при одинаковых номерах элементов $n \geqslant 1$ из обеих последовательностей выполняется соотношение

$$|D(n) - d| > |d(n) - d|. \tag{12}$$

Неравенство (12), эквивалентно выполнению следующих неравенств:

$$D(2n) > d(2n) > d, n = 1, 2, 3, \ldots; D(2n-1) < d(2n-1) < d, n = 1, 2, 3, \ldots \tag{13}$$

Представленные в (9) и (12) результаты, объясняют приоритетную роль чисел Фибоначчи в природных системах.

Справедлива система линейных уравнений относительно $\Phi(n-1)$ и $\Phi(n)$ [4]:

$$\left.\begin{array}{l} d^0\Phi(n-1) + d^1\Phi(n) = d^n, \\ -d^0\Phi(n-1) + d^{-1}\Phi(n) = -(-1^n)d^{-n} \end{array}\right\}, (n = 0, 1, 2, \ldots). \tag{14}$$

Решение этой системы составляют формулы Бине:

$$\Phi(n) = [d^n - (-1)^n d^n]/(d + d^{-1}), \;\; \Phi(n-1) = [d^{n-1} - (-1)^{n-1} d^{n+1}]/(d + d^{-1}),$$
$$n = 0, 1, 2, \ldots,$$

два типа чисел Фибоначчи с четными и нечетными номерами

$$\begin{array}{l} S\Phi(n) = (d^n - d^{-n})/(d + d^{-1}), n = 0, 2, 4, 6, \ldots; \\ C\Phi(n) = (d^n + d^{-n})/(d + d^{-1}), n = 1, 3, 5, 7, \ldots. \end{array} \tag{15}$$

Прозрачная аналогия (15) с гиперболическими функциями позволяет построить функции непрерывного аргумента x: гиперболические синус- и косинус-Фибоначчи:

$$sf(x) = (d^x - d^{-x})/(d + d^{-1}); \qquad cf(x) = (d^x + d^{-x})/(d + d^{-1}), \tag{16}$$

сохраняющие особенности рекуррентных фибоначчиевых построений.

Заменив аргумент x в формулах (16) на полярный — $2\phi/\pi$, приходим к логарифмической спирали Фибоначчи—Бине:

$$\rho(\phi) = (d + d^{-1})^{-1} \cdot d^{2\phi/\pi}. \tag{17}$$

Две ветви этой спирали — закручивающая, при $\phi < 0$ и раскручивающая — при $\phi > 0$ дискретно формируют числа Фибоначчи [4].

Используя операции векторного сложения полярных радиусов — векторов закручивающейся и раскручивающейся ветвей спирали (17) построена спираль Фибоначчи, близкая к логарифмической, с непрерывным формированием этих чисел:

$$R(\beta) = (d^{4\varphi/\pi} - 2\cos 2\varphi + d^{-4\varphi/\pi})^{0,5}/(d + d^{-1}), \;\; \operatorname{tg}\beta = \frac{d^{2\varphi/\pi} + d^{-2\varphi/\pi}}{d^{2\varphi/\pi} - d^{-2\varphi/\pi}} \cdot \operatorname{tg}\varphi. \tag{18}$$

Представим *положения* концепции золотой пропорции в природных системах[4], [7].

Многовековая практика показывает, что в природных системах золотая пропорция в ее иррациональном смысле не обнаружена, что дает определенные основания выдвинуть гипотезу о ее отсутствии в природных системах. Это ставит на первое место приближения к d, сама же золотая пропорция определяется, как предел развития сущего. Приближения к золотой пропорции отождествляются с процессом развития.

Проблема золотой пропорции связывается не с представлениями о гармонии, а с понятиями оптимума (лучшего), к чему есть достаточно оснований. В представлениях гармонии, как философской категории, присутствует известный дуализм, уводящий гармонию в область эстетики с одной стороны, а с другой, — наделяющий гармонию численным содержанием, что трудно связать с эстетическим восприятием мира. Кроме того в понятия гармонии и золотой пропорции не укладываются такие отношения чисел Фибоначчи как $d(1) = 1$, $d(2) = 2$, $d(3) = 1,5$; то же можно сказать и о начальных отношениях всех остальных числовых последовательностей, строящихся по рекуррентному закону (8).

Коротко остановимся на операциях, связанных, с реализацией проблемы золотой пропорции. Определяются два типа таких операций: идеализированные, не существующие в природных системах, и соответствующие им реальные — приближенные. Идеализированные операции формируются на отношениях золотой пропорции d, приближенные — на приближениях к золотой пропорции. Предполагается, что эти операции отображают происходящие в природе процессы. Представим операции деления, умножения и приращения — идеализированные и, соответствующие, — приближенные по числам Фибоначчи [4].

Операция деления. Идеализированная операция деления единичного объекта осуществляется выражением деления единичного отрезка в отношении золотой пропорции:

$$d^{-2} + d^{-1} = 1; \qquad (19')$$

аналогичное деление в n-м приближении по числам Фибоначчи выглядит так:

$$d(n+1)^{-1}d(n)^{-1} + d(n+1)^{-1} = 1, n = 0, 1, 2, \dots . \qquad (19)$$

Операция умножения. В идеализированном случае представляется формулой:

$$1 + d = d^2. \qquad (20')$$

В приближениях по числам Фибоначчи выражение n-го умножения выглядит так:

$$1 + d(n) = d(n)d(n+1), n = 1, 2, 3, \dots \qquad (20)$$

Операция приращения. В идеализированном случае выглядит таким образом:

$$d^{-1} + 1 = d, \qquad (21')$$

в приближенных, по числам Фибоначчи:

$$d(n)^{-1} + 1 = d(n+1), n = 0, 1, 2, \ldots. \qquad (21)$$

Для всех представленных операций, возможны различные варианты реализации, связанные со сменой направлений умножения и номерами приближений. Определяются точки бифуркации, для ветвящихся процессов и точки сгущения [4].

Поверхность Земли: Океан и Суша. Известно, что поверхность Земли состоит из образований двух видов — Суши (тверди) и омывающего ее Мирового Океана. Попытаемся ответить на возникающий в этой связи вопрос о соотнесении площади поверхности Мирового Океана и Суши и о соединениях Суши. Существует ли здесь закономерность, связана с концепцией золотой пропорции? Термин Суша и то, что под этим подразумевается, достаточно условен, ибо к какой части отнести внутренние водоемы и приливно-отливные зоны? И — как исчислять площадь поверхности: с учетом координаты z, или в проекции на поверхность относимости? Эти тонкости исключаем и будем пользоваться общепринятыми данными, из справочных и специальных изданий, например, из книги [8].

Площадь поверхности Земли составляет величину — $510{,}20 \cdot 10^6$ км^2, и состоит из площади поверхности Суши — $149{,}58 \cdot 10^6$ км^2 и площади поверхности Мирового Океана — $360{,}62 \cdot 10^6$ км^2. Далее считаем площадь всей поверхности Земли равную единице, а площади Суши и Океана тогда составят: 0,29318 — Суша и 0,70682 — Океан.

Соотношение Океан – Суша. Известно, что жизнь на Земле определяется Океаном. Это не только ее зарождение и развитие, но и факторы условий существования жизни вообще. Что было бы, когда соотношение между Океаном и Сушей существенно отличалось от нынешнего? Наверное, — вселенская катастрофа! Случайно ли то, что сегодня определяет облик Земли в этом смысле, или здесь тоже действует закон оптимума — наилучшего? Установившееся на протяжении миллионов лет соотношение Океана и Суши, определило главное — возникновение, существование и сохранение жизни на Земле и ее развитие в высшей, известной нам форме — человеке!

Итак, для поверхности Земли (в относительных величинах) справедливо равенство:

$$0{,}29318 + 0{,}70682 = 1, \qquad (22)$$

которое, как убедимся, уже имеет прямое отношение к проблеме золотой пропорции.

Обратимся к организации приближений к золотой пропорции по системе иррациональных чисел (4) и представим первые три из них:

$$d_1 = \sqrt{1} = 1; d_2 = \sqrt{1+\sqrt{1}} = \sqrt{2} = 1,4142\ldots;$$

$$d_3 = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}} = \sqrt{1+\sqrt{2}} = 1,553774.$$

Первое приближение имеет смысл тождественного отображения и переводит единицу в единицу. Второе приближение, однако, уже несет в себе важнейшую информацию. Нетрудно заметить, что это второе приближение практически точная величина отношения целого — единицы к большей из частей, его (целое) составляющих, к величине 0,70682.:

$$1/0,70682 = 1,41479\ldots \approx \sqrt{2},$$

а отношение частей целого составляет квадрат величины третьего приближения:

$$0,70682/0,29318 = 2,41087 \approx d_3^2 = 1+\sqrt{2} = 2,4142\ldots.$$

Таким образом, представленные соотношения подчиняются численным закономерностям золотой пропорции. Именно, — второму и третьему приближениям к золотой пропорции по иррациональным числам, характеризующих сочетание в едином двух противоположных субстанций — тверди земной и вод земных. Что это? Случайность и простое совпадение, или объективное численное отображение скрытой в строении поверхности Земли закономерности? Однозначного ответа на эти вопросы пока нет. И все же, больше оснований говорить о втором, предвосхищая результаты следующей части, где количество совпадений такого рода говорит, скорее, о существовании закономерности.

Соотношения Суши. Обратимся к анализу формирования Суши, существующей в виде неких объединений, называемых континентами и материками. Построим числовую последовательность, на основании рекуррентной формулы (8), считая начальными значения Суши — 0,29318 и Океана — 0,70682 — в масштабе $510,20 \cdot 10^6$ км^2. Последовательность 1, организуем в порядке Суша — Океан, порядок Океан — Суша формирует числовую последовательность 2. Приведем следующий из выражений (8), (11) оператор деления в приближениях по системе $\{F\}$,

$$D(i)^{-1}D(i+1)^{-1} + D(i+1)^{-1} = 1, \quad i = 1,2,\ldots. \tag{23}$$

Номер операции, определяем по наименьшему из приближений в операторе деления

Вариант 1. Последовательность начальных элементов: Суша — Океан: $F(1)_1 = 0,29318$; $F(2)_1 = 0,70682$; $F(3)_1 = 1$; $F(2)_1 = 1,7068$; $F(5)_1 = 2,7068$; $F(6)_1 = 4,4136$; $F(3)_1 = 7,1205$; $\ldots$, приближения к золотой пропорции получают значения: $D(1)_1 = 2,4109$; $D(2)_1 = 1,4148$;

$D(3)_1 = 1,7068$; $D(2)_1 = 1,5859$; $D(5)_1 = 1,6306$; $D(6)_1 = 1,6133$; .... В соответствии с выражением (23), представим операции деления в приближениях к золотой пропорции.

- Первое приближение: $D(1)_1^{-1} D(2)_1^{-1} + D(2)_1^{-1} = 1$ или $0,29318 + 0,70682 = 1$.
- Второе приближение: $D(2)_1^{-1} D(3)_1^{-1} + D(3)_1^{-1} = 1$ или $0,41412 + 0,58588 = 1$.
- Третье приближение: $D(3)_1^{-1} D(2)_1^{-1} + D(2)_1^{-1} = 1$ или $0,36944 + 0,63056 = 1$.
- Четвертое приближение: $D(2)_1^{-1} D(5)_1^{-1} + D(5)_1^{-1} = 1$ или $0,38671 + 0,61329 = 1$

и процесс деления суши очевидной схемой:

$$0{,}29318+0{,}70682=1$$
$$\downarrow$$
$$(0{,}41412+0{,}58588=1)\cdot 0{,}29318$$
$$0{,}12141+0{,}17177=0{,}29318$$
$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$0{,}12141\cdot(0{,}63056+0{,}36944=1) \qquad (1=0{,}63056+0{,}36944)\cdot 0{,}17177$$
$$0{,}076556+0{,}044854=0{,}12141 \qquad 0{,}17177=0{,}10831+0{,}063458$$
$$\downarrow$$
$$(1=0{,}38671+0{,}61329)\cdot 0{,}044854$$
$$0{,}044854=0{,}017345+0{,}027509$$
$$\downarrow$$
$$(1=0{,}58588+0{,}41412)\cdot 0{,}076556$$
$$0{,}076556=0{,}04485+0{,}0317.$$

В результате трех делений спиралеобразного характера получены элементы: 0,017345; 0,027059; 0,04485; 0,0317 по одному направлению деления и 0,063458; 0,10831 — по другому. Умножим полученные пять цифр на площадь поверхности Земли $510,2 \cdot 10^6$ км^2, и представим результаты в том же порядке: $S_{11} = 8,85 \cdot 10^6$ км^2; $S_{21} = 13,81 \cdot 10^6$ км^2; $S_{31} = 22,88 \cdot 10^6$ км^2; $S_{41} = 16,17 \cdot 10^6$ км^2; $S_{51} = 32,39 \cdot 10^6$ км^2; $S_{61} = 55,26 \cdot 10^6$ км^2.

Вариант 2. Последовательность начальных элементов: Океан—Суша: $F(1)_2 = 0,70682$; $F(2)_2 = 0,29318$; $F(3)_2 = 1$; $F(2)_2 = 1,2932$; $F(5)_2 = 2,2932$; $F(6)_2 = 3,5864$; $F(3)_2 = 5,87954$; ....и соответствующие приближения к золотой пропорции $D(1)_2 = 0,41479$; $D(2)_2 = 3,4109$; $D(3)_2 = 1,2932$; $D(2)_2 = 1,7733$; $D(5)_2 = 1,5639$; $D(6)_2 = 1,6394$. Представим операторы деления.

- Первое приближение: $D(1)_2^{-1} D(2)_2^{-1} + D(2)_2^{-1} = 1$ или $0,70682 + 0,29318 = 1$.
- Второе приближение: $D(2)_2^{-1} D(3)_2^{-1} + D(3)_2^{-1} = 1$ или $0,22671 + 0,77329 = 1$.

- Третье приближение: $D(3)_2^{-1} D(2)_2^{-1} + D(2)_2^{-1} = 1$ или $0,43608 + 0,56392 = 1$.
- Четвертое приближение: $D(2)_2^{-1} D(5)_2^{-1} + D(5)_2^{-1} = 1$, или $0,36058 + 0,63942 = 1$.

Пятое приближение: $D(5)_2^{-1} D(6)_2^{-1} + D(6)_2^{-1} = 1$, или $0{,}39002 + 0{,}60998 = 1$.

Для сравнения результатов, исключаем первое деление [4] и начинаем с операции второго приближения, отнесенного к суше, сохраняя полное подобие с предыдущим:

$$(0{,}43608 + 0{,}56392 = 1) \cdot 0{,}29318$$
$$0{,}12785 + 0{,}16533 = 0{,}29318$$
$$\downarrow \qquad \downarrow$$
$$0{,}12785 \cdot (0{,}63942 + 0{,}36058 = 1) \qquad (1 = 0{,}36058 + 0{,}63942) \cdot 0{,}16533$$
$$0{,}08175 + 0{,}04610 = 0{,}12785 \qquad 0{,}16533 = 0{,}059615 + 0{,}10571$$
$$\downarrow$$
$$(1 = 0{,}39002 + 0{,}60998) \cdot 0{,}04610$$
$$0{,}04610 = 0{,}01798 + 0{,}02812$$
$$(1 = 0{,}56392 + 0{,}43608) \cdot 0{,}08175$$
$$0{,}08175 = 0{,}046 + 0{,}03565$$

Приведем полученные значения площадей: $S_{12} = 9,17 \cdot 10^6$ км^2; $S_{22} = 14,35 \cdot 10^6$ км^2; $S_{32} = 23,47 \cdot 10^6$ км^2; $S_{42} = 18,19 \cdot 10^6$ км^2; $S_{52} = 30,42 \cdot 10^6$ км^2; $S_{62} = 53,93 \cdot 10^6$ км^2.

Таблица 1

Наименование	Факт [8] (10^6км^2)	S_{i1} (10^6км^2)	S_{i2} (10^6км^2)
Австралия и Океания	8,963	8,85	9.17
Антарктида	14,00	13,81	14,35
Северная Америка	24,228	22,88	23,47
Северная Америка без Гренландии	22,052		
Южная Америка	17,757	16,17	18,19
Африка	30,3	32,39	30,42
Евразия	53,079	55,26	53,93
Евразия и Гренландия	55,255		

Численные величины, в табл. 1 полагаем убедительными, хотя начиная этот процесс, невозможно было предугадать логику его развития и действия, скорее, отталкивались от ответа, нежели шли к нему. Теперь нетрудно усмотреть систему, оптимизирующую не только количественные отношения между двумя субстанциями Океаном и Сушей, но и самой Суши, подтверждающуюся к тому же и геологическими пред-

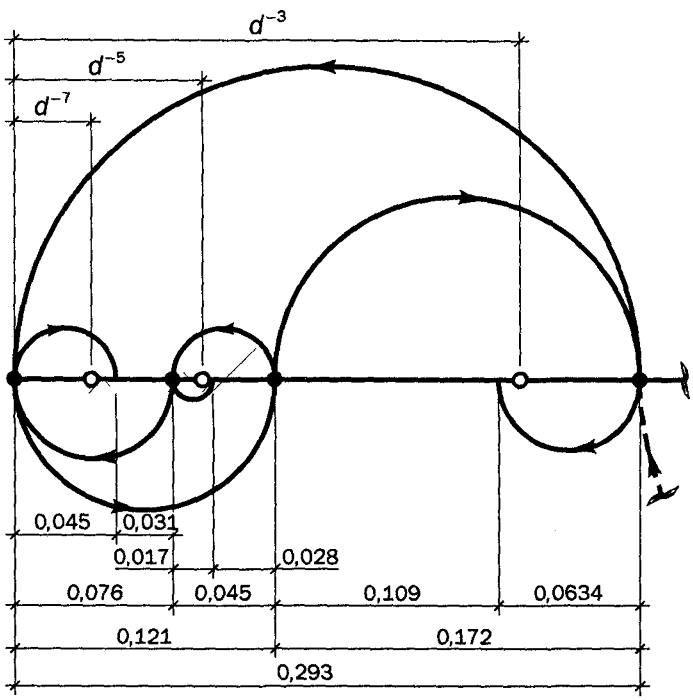

Рис. 1

ставлениями [9], [10]. Несомненно и то, что эта организация вписывается в идеологию проблемы золотой пропорции. Именно, приближения и соответствующий процесс делений! Не случайной выглядит и система предельных значений d^{-3}, d^{-5} и d^{-7}, вокруг которых происходит формирование объединений суши (рис. 1).

Планетные расстояния. Распространим концепцию золотой пропорции на Солнечную систему, имея в виду определение закономерности планетных расстояний.

Следуя [11], представим предварительную информацию. Вокруг Солнца обращаются девять планет. По мере удаления от Солнца это — планеты земной группы: Меркурий, Венера, Земля, Марс и далее — гиганты: Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Плутон. Между Марсом и Юпитером размещается пояс астероидов, по поводу которого существует гипотеза, что между планетами типа Земли и типа Юпитера физические условия не позволили сформироваться промежуточной планете в процессе эволюции Солнечной системы. Далее Плутона не обнаружено планет, поэтому орбитой Плутона определяют размеры Солнечной системы. Все перечисленные планеты и пояс астероидов перемещаются — обращаются вокруг Солнца по различным эллиптическим орбитам — эллипсам с общим фокусом F_1, в котором находится Солнце.

Расстояние планеты от Солнца в перигелии (минимальное расстояние): $r_{min} = q = a(1-e)$; расстояние планеты от Солнца в афелии (максимальное расстояние): $r_{max} = Q = a(1+e)$, где e — эксцентриситет эллипса: $e = c/a$ и $c = (a^2 - b^2)^{0,5}$, а a и b — соответственно, большая и малая полуоси орбиты. Длину большой полуоси эллипса, составляющего орбиту Земли, принимают за единицу измерений расстояний в пределах Солнечной системы и называют *астрономической единицей* (а. е.), так что 1 а. е. $= 149,6 \cdot 10^6$ км. В качестве характеристики, определяющей расстояние планеты от Солнца обычно принимают среднее арифметическое из максимального и минимального расстояний. В ряде чисел, выражающих средние расстояния планет от Солнца имеется некоторая эмпирическая закономерность, подмеченная еще в XVIII веке и названная именами астрономов, имевших к ней прямое отношение, правилом Тициуса—Боде. Это правило аппроксимирует средние расстояния с некоторой погрешностью. Для Плутона, например, эта погрешность максимальна и составляет 200%. Между тем, *среднеарифметические* величины отстояний планеты от Солнца далеко не единственный способ установления некоего характерного значения, хотя, может быть, и самый простой. Можно, например, для получения альтернативной характеристики использовать процедуры золотой пропорции.

Таблица 2

Планеты	Большая полуось орбиты (а. е.)	Эксцентриситет орбиты	r_{max} (а. е.)	r_{min} (а. е.)
Меркурий (Ме)	0,387099	0,206625	0,307115	0,467083
Венера (В)	0,723332	0,006793	0,718418	0,728245
Земля (З)	1,000000	0,016729	0,983271	1,016729
Марс (Ма)	1,52367	0,093357	1,381475	1,665937
Пояс астероидов (п. а.)	–	–	2,2	3,6
Юпитер (Ю)	5,2028	0,048417	4,59090	5,454704
Сатурн (С)	9,540	0,05572	9,00843	10,07157
Уран (У)	19,18	0,0471	18,2766	20,0834
Нептун (Н)	30,07	0,0087	29,8084	30,3316
Плутон (П)	39,4	0,249	29,589	49,211

Представим (табл. 2), следуя [11], некоторые элементы планетных орбит в а. е. Обращают на себя внимание сходные геометрические характеристики следующих планет. Первая и последняя от Солнца планеты — Меркурий и Плутон имеют наибольшие эксцентриситеты, — их орбиты менее всего приближены к круговым. И наоборот, наиболее близкими к круговым являются орбиты второй от Солнца и предпоследней в череде планет, соответственно Венеры и Нептуна, данные которых можно считать критериальными при построении любой системы в организации планетных расстояний.

Замечаем факты, побудившие к последующим построениям с позиций концепции золотой пропорции. Именно, некоторые характеристики планетных расстояний, находящиеся между максимальными и минимальными значениями, могут быть определены по принципу деления (умножения) отрезка в отношении приближений к золотой пропорции по числам Фибоначчи. Действительно, промежуточные (между r_{max} и r_{min}) расстояния от Солнца до Плутона, Урана, Сатурна, Юпитера и пояса астероидов подчиняются (возможно) последовательной процедуре линейного деления (умножения) без изменения направления в первом приближении по числам Фибоначчи: $d(1)^{-1}d(2)^{-1} + d(2)^{-1} = 1$. Для каждой пары из следующих друг за другом перечисленных планет и пояса астероидов это видно и без выполнения численных операций. Столь же очевидно, что размещение Нептуна между Ураном и Плутоном тоже подчиняется этому же закону с развитием в противоположном предыдущему направлении. Для планет земной группы можно говорить о делениях (умножениях) в последующих приближениях: во втором $d(2)^{-1}d(3)^{-1} + d(3)^{-1} = 1$ и в третьем $d(3)^{-1}d(2)^{-1} + d(2)^{-1} = 1$, причем для Венеры (как и для Нептуна) этот процесс предполагается тоже в обратном направлении.

Некое расстояние от Солнца до пояса астероидов примем как переменную x, которую предстоит определить. По схеме умножения в первом приближении имеем:

$$(1 + 1 = 2)x, \text{ расстояние до Юпитера} - 2x,$$
$$\downarrow$$
$$(1 + 1 = 2)2x, \text{ расстояние до Сатурна} - 4x,$$
$$\downarrow$$
$$(1+1 = 2)4x, \text{ расстояние до Урана} - 8x,$$
$$\downarrow$$
$$(1+1 = 2)8x, \text{ расстояние до Плутона} - 16x;$$

расстояние до Нептуна определится как деление в первом приближении интервала Уран—Плутон и учет (прибавление) расстояния до Урана. Представим эти операции: деление — $(1/2 + 1/2 = 1)8x$ и сложение — $8x + 4x = 12x$. То есть, искомое расстояние от Солнца до Нептуна равно $12x$. Это построение от пояса астероидов представлено на рис. 2.

Обратимся теперь к планетам земной группы с интервалом от пояса астероидов до Солнца. Как оказалось, Земля в этом интервале является разделительной планетой с определенной логикой в организации приближений — до и после Земли. Здесь будут действовать процедуры деления интервала х в приближениях к золотой пропорции. Пойдем

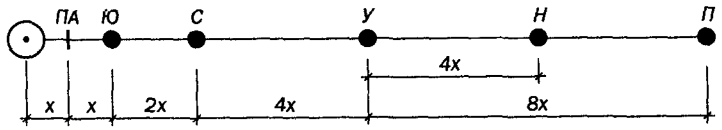

Рис. 2

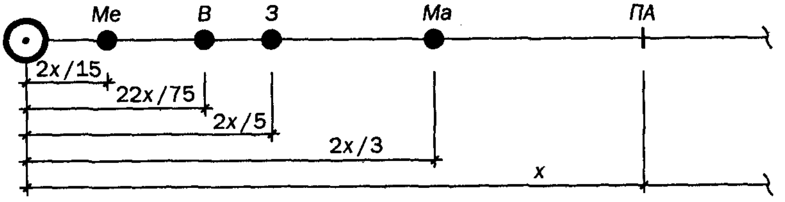

Рис. 3

от пояса астероидов к Солнцу. Последовательное деление во втором и третьем приближениях расстояния x: $(2/3 + 1/3 = 1)x$, — расстояние от Солнца до Марса $2x/3$; $(3/5 + 2/5 = 1)(2x/3)$, — расстояние от Солнца до Земли $2x/5$. Деление во втором приближении расстояния $2x/5 : (1/3 + 2/3 = 1)(2x/5)$, — расстояние от Солнца до Меркурия — $2x/15$. Как и в случае Нептуна для определения расстояния до Венеры делим $(4x/15)$ — интервал Земля — Меркурий в третьем приближении: $(3/5+2/5 = 1)$ $(4x/15)$ и результат $12x/75$ складываем с расстоянием до Меркурия, — $12x/75+2x/15 = 22x/75$. Таким образом, величина $22x/75$ представляет собой расстояние от Солнца до Венеры. Эта часть задачи изображена на рис. 3.

Минимальным эксцентриситетом обладает Венера, характеристики которой положим в основу определения неизвестной величины — x. Таким образом, получим предельные (максимальное и минимальное) значения x:

$$x_{min}= 0,7282\cdot 75/22 = 2,44915 \text{ а. е.}; \quad x_{max} = 0,7284\cdot 75/22 = 2,4827 \text{ а. е.}$$

Обе полученные величины находятся в интервале характерных значений орбиты для пояса астероидов (2,2–3,6) а. е. В этих расстояниях Нептун определяется величиной $12x$ и с учетом найденных x, получим интервал: 29,39 — 29,79 а. е., верхняя граница которого отличается от истинного расстояния в перигелии на 0,06%, — практическое совпадение факта и предположения. *Ориентируясь на x_{max}, представим вычисленные* планетные расстояния вместе с их истинными значениями в крайних точках большой полуоси орбиты (табл. 3).

Схема построения планетных расстояний, где за единицу принято вычисленное характерное расстояние до Плутона — 39,7232 а. е. будет

Таблица 3

Планеты	r_{min}, а. е.	Вычисленные, а. е.	r_{max}, а. е.
Меркурий	0,30711	0,33102	0,46708
Венера	0,71842	0,72826	0,72824
Земля	0,98327	0,99308	1,01673
Марс	1,38147	1,65513	1,66594
Астероиды	2,2	2,48270	3,6
Юпитер	4,95090	4,9654	5,45470
Сатурн	9,00843	9,9308	10,0716
Уран	18,2766	19,8616	20,0833
Нептун	29,8084	29,7924	30,3316
Плутон	29,5894	39,7232	49,2106

выглядеть таким образом:

$$d(1)^{-1}d(2)^{-1}+d(2)^{-1}=1$$
$$1/2 \quad + \quad 1/2=1$$
$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$(1/2)[1=1/2+1/2][1=1/2+1/2](1/2)$$
$$\downarrow$$
$$[1/2+1/2=1](1/4)$$
$$\downarrow$$
$$[1/2+1/2=1](1/8)$$
$$\downarrow$$
$$[d(3)^{-1}+d(2)^{-1}d(3)^{-1}=1](1/16)$$
$$1/24+1/48=1/16$$
$$\downarrow$$
$$[d(4)^{-1}+d(3)^{-1}d(2)^{-1}=1](1/24)$$
$$1/40+1/60=1/24$$
$$\downarrow$$
$$[d(2)^{-1}d(3)^{-1}+d(3)^{-1}=1](1/40)$$
$$1/120+1/60=1/40$$
$$\downarrow$$
$$(1/60)[1=d(3)^{-1}+d(2)^{-1}d(3)^{-1}]$$
$$1/60=1/100+1/150).$$

Это позволило представить единообразный процесс деления и показать параметры золотой пропорции, размещенные между планетами на рис. 4 и 5.

Здесь едва ли можно совместить представления о гармонии в размещении планет и найденных планетных расстояниях. Наоборот, целесо-

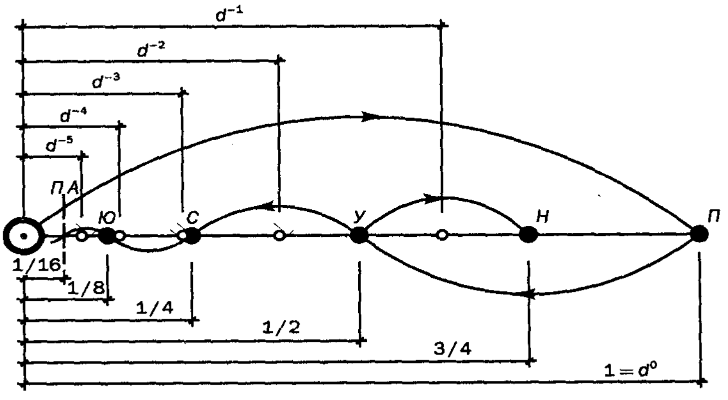

Рис. 4

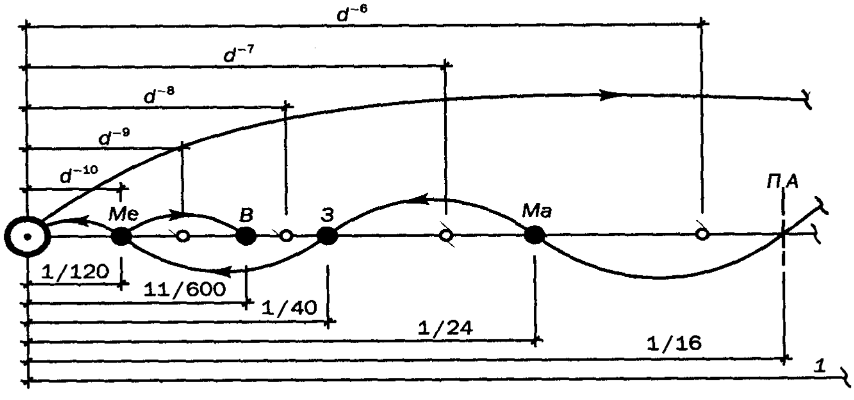

Рис. 5

образность, эффективность, устойчивость, динамическое равновесие наконец, — вот то, что определяет оптимум при формировании и функционировании Солнечной системы. Именно одной из численных характеристик и будут представленные планетные расстояния, определенные по некоторому алгоритму, порожденному приближениями к золотой пропорции в числах Фибоначчи.

Золотая пропорция в структуре системы музыкальных звуков. Система музыкальных звуков имеет численное представление, чему, начиная со времен Пифагора, уделялось немало внимания. Упомянем работы на эту тему трех авторов: композитора В. М. Марутаева [12], математика Г. Е. Шилова [13] и, по-видимому, физика А. В. Волошинова [14], с разделами по этой теме. Эти работы оригинальны и достойны внимания, как представители музыкального, математического и физического взгляда на этот знаменитый объект. Однако в упомянутых, равно как и подобных им книгах, нет исследования истоков, не поставлен вопрос: почему именно так случилось формирование этой уникальной в своем роде системы? Здесь предложен ответ на этот вопрос — открыты и показаны роль и место фундаментальной составляющей этой системы — золотой пропорции.

Основой музыки, ее структурной единицей является музыкальный звук [15]. С точки зрения теории механических колебаний чистый музыкальный звук без обертонов — тон, характеризуется частотой свободных колебаний динамической системы с одной степенью свободы. Это гармоническими колебания, их математическая запись осуществляется одноименными функциями. Сам по себе музыкальный звук, оторванный от системы, мало что значит. С помощью одного, двух и даже трех музыкальных звуков практически нельзя, кроме упражнений, создать какие-либо музыкальные произведения. В музыке, важна и играет первостепенную роль именно система музыкальных звуков. Сколько звуков должно быть в системе? Как они организованы? Какие частотные характеристики их определяют и почему именно они? Какой принцип положен в основу формирования системы музыкальных звуков? Все это, отнюдь, не праздные вопросы, ибо и самое создание и развитие системы музыкальных звуков — это и природа человека и его развитие тоже.

Совершенствование системы музыкальных звуков шло от созвучий, интервалов. Исторически, как полагают музыковеды, первым открытым человеком музыкальным интервалом была октава [16], где два звука как бы сливаются в один. Частотная характеристика октавного интервала составляет отношение 2 : 1, то есть октава (восьмая) — это интервал, при котором частота колебаний, определяющая следующий звук, удваивается относительно предыдущего. Восьмая ступень диатонического звукоряда, о котором будет сказано позже. Первая ступень с отношением частот 1 : 1 называется примой. Остальные ступеней диатонического звукоряда: секунда — вторая, терция — третья, кварта — четвертая, квинта — пятая, секста — шестая и септима — седьмая ступень. Открытие октавы позволило осуществить деление всего диапазона музыкальных звуков на восемь (или примерно на восемь) октав. Октавный интервал стал базовым в делении всего воспринимаемого диапазона, начиная с частоты 16,35 Гц и заканчивая частотой 3951,6 Гц [16].

Развитие аккордного мышления привело к возникновению диатонического звукоряда. Условно (в относительных частотных характеристиках, при $do = 1$) диатонический звукоряд, [15], в пределах октавы иллюстрируется, последовательностью звуков, нот:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
\text{до}(do) & - & \text{ре}(re) & - & \text{ми}(mi) & - & \text{фа}(fa) & - & \text{соль}(sol) & - & \text{ля}(la) & - & \text{си}(si) & - & \text{до}(do) \\
1 & - & 9/8 & - & 5/4 & - & 4/3 & - & 3/2 & - & 5/3 & - & 15/8 & - & 2.
\end{array}$$

Здесь уже есть и консонирующие и диссонирующие интервалы. Смысл этих терминов разъясняется Музыкальной Энциклопедией [16]. Консонанс определяется как «слияние в восприятии одновременно звучащих тонов и так же созвучие, воспринимаемое как слияние тонов». Диссонанс же — звучание тонов «несливающихся» друг с другом. Диссонанс и консонанс противоположны друг другу по музыкальному смыслу и по музыкально-физиологическому и — психологическому воздействию на человека.

Задачи, связанные с анализом формирования системы музыкальных звуков, позволяют изучать многое, *не выходя за пределы одной октавы*. В этих условиях удобно оперировать с относительными частотами. Целесообразно также совместить понятия музыкального интервала и музыкального звука (ноты). Возьмем какой-либо музыкальный звук (ноту) и назовем его *do*. Определим частотную характеристику этого звука, как равную единице, и условимся отсчитывать все остальные частотные характеристики интервалов от этой единицы. В этом случае частотные характеристики интервалов и частотные характеристики музыкальных звуков (нот) в пределах одной октавы совпадут. Например, нота fa определяется частотой $4/3$ и интервал чистая кварта имеет точно такое же отношение частот — $(4/3) : 1 = 4 : 3$, и так далее. Такой подход является единственной возможностью совместить все интервалы октавы со звуками (нотами) октавы и выразить их через точные частотные значения в относительных величинах.

Строительство системы музыкальных звуков продолжалось в рамках октавы, все интервалы которой могли транспонироваться с возрастанием или убыванием тонов. Система, с одной стороны, пополнилась новыми интервалами, обогатившими палитру музыкальных звуков, с другой же — обострилась проблема и самой системы. Суть этой проблемы состояла в том, что при одновременном извлечении звуков (аккорде) или при интервальных переходах возникали новые звуки в октавах, что для музыкальных инструментов с фиксированной высотой звука, таких, например, как орган, было совершенно неприемлемым. Это обстоятельство связано с тем, что формирование новых музыкальных звуков с помощью интервалов от звука «до» несколько отличалось по результатам от подобных действий с иными начальными звуками. Относительная частота нового звука при интервальном переходе определяется как результат умножения частоты исходного звука и отношения соответствующего интервала. Например, чистая квинта от re порождает звук с относительной частотной характеристикой $(9/8) \cdot (3/2) = 27/16 = 1,6875$, тогда, как, в представленной выше диатонической гамме, ближайшая по частоте нота la характеризуется значением $(5/3) = 1,6(6)$. Поэтому в построении системы музыкальных звуков, пригодной для практики, возникла необходимость компромисса. Приобретением здесь стало создание математически четко организованной системы музыкальных звуков, лишенных отмеченной выше проблемы. Потерей обернулась деформация частотных характеристик интервалов (звуков) по отношению к исходным, — естественным, определенным самым тонким звуковым анализатором и инструментом оценки музыкальных звуков — человеческим ухом. Была осуществлена, так называемая темперация — выравнивание интервальных отношений между ступенями звуковысотной системы в музыкальном строе. Октава оказалась поделенной на двенадцать равных полутонов и все одноименные интервалы стали одинаковыми по величине. В этой системе, называемой хроматической (*греч.* — окрашенной), оказалось возможным использовать все аккорды, не нарушая существенно сложившихся ощущений в восприятии музыкальных интервалов, особенно при непродолжительном их звучании. В настоящее время используется такой музыкальный строй с установленным (международным соглашением) стандартом частоты $c^1 = 264$ Гц.

В табл. 4 представлены в относительных величинах все названия звуков (нот), названия и характеристики интервалов и их частотные значения. Эти частотные характеристики имеют естественное происхождение и не деформированы темперацией.

Человеческое ухо в далеком прошлом установило и на протяжении многих столетий подтверждало в созвучиях численные значения консонансных интервалов. Консонансные частотные характеристики выражаются отношением простых чисел и не могут подвергаться сомнениям. Другое дело — диссонансы. Здесь нет ясности — здесь царит неоднозначность и даже отсутствие информации. Трудно поверить, но разыскивая недеформированные числовые значения диссонансных интервалов в таком исчерпывающем издании, как шеститомная Музыкальная Энциклопедия, обнаружено по два значения для большой секунды и малой септимы, одно значение для большой септимы, но вовсе не смогли определиться с частотами для малой секунды и увеличенной кварты. Характеристики упомянутых интервалов в Музыкальной Энциклопедии попросту отсутствуют! Это удивляет, по меньшей мере. Быть может, наш звуковой анализатор был не в состоянии определить точные отношения частот для диссонансных интервалов? По-видимому, так оно и есть. В качестве причины обычно ссылаются на такие отношения чисел в характеристиках диссонансов, которые якобы не позволяют однозначно определить эти частотные интервалы. Числа, стоящие в отношениях частот полагаются настолько большими, что ухо попросту не в состоянии их точно определить. Согласие с этой версией формирования диссонирующих интервалов исключает в принципе возможность их определения. И с таким подходом можно было согласиться, когда не существовало бы других вариантов объяснений. Например, допустимо полагать, что, противоположный относительно консонанса, смысл диссонанса может

Таблица 4

№№ п/п	Звуки (ноты)			Интервалы		
	Наименование	Обозначение	Частотная характеристика	Наименование	Качественная характеристика	Частотная характеристика
1	*do*	*c*	1.0	Чистая прима	Весьма совершенный консонанс	1 : 1; 1,0
2	*do* #	*c*#	-	Малая секунда	Диссонанс	-
3	*re*	*d*	1,125; 1,111	Большая секунда	Диссонанс	9 : 8; 1,125; 10 : 9; 1,111
4	*re* #	*d*#	1,20	Малая терция	Несовершенный консонанс	6 : 5; 1,20
5	*mi*	e	1,250	Большая терция	Несовершенный консонанс	5 : 4; 1,25
6	*fa*	*f*	1,3(3)	Чистая кварта	Совершенный консонанс	4 : 3; 1,3(3)
7	*fa*#	*f*#	-	Увеличенная кварта	Диссонанс	-
8	*sol*	*g*	1,5	Чистая квинта	Совершенный консонанс	3 : 2; 1,5
9	*sol*#	*g*#	1,6	Малая секста	Несовершенный консонанс	8 : 5; 1,6
10	*la*	a	1,6(6)	Большая секста	Несовершенный консонанс	5 : 3; 1,6(6)
11	*la*#	*a*#	1,8; 1,778	Малая септима	Диссонанс	9 : 5; 1,8 16 : 9; 1,778
12	*si*	*b*	1,875	Большая септима	Диссонанс	15 : 8; 1,875
13	*do*	c^1	2,0	Чистая октава	Весьма совершенный консонанс	2 : 1; 2,0

состоять не только в музыкальном и музыкально-психологическом аспекте. Он вполне может иметь не только качественное, но и принципиальное количественное отличие. То есть нельзя исключить возможность противопоставления рациональным числовым отношениям консонансов иррациональные числовые значения диссонансов, которые наше ухо не в состоянии определить в десятичном исчислении.

Организация системы музыкальных звуков. Представим приближения к золотой пропорции по числам Фибоначчи отношениями:

$$d(1) = 1/1;\ d(2) = 2/1;\ d(3) = 3/2;\ d(2) = 5/3;\ d(5) = 8/5;\ \ldots \qquad (24)$$

и сопоставим их с данными табл. 4. Видно, что $d(1)$ — чистая прима, $d(2)$ — чистая октава, $d(3)$ — чистая квинта, $d(2)$ — большая секста и $d(5)$ — малая секста. Из восьми консонансных интервалов пять обнаружены сразу в системе приближений к золотой пропорции! Что это, случайное совпадение, или закономерность? Именно этот вопрос и подвигнул к исследованиям приближений к золотой пропорции в сфере организации системы музыкальных звуков [17]. Начать, однако, было посчитано целесообразным с макроорганизацией всей системы музыкальных звуков, — с ее октавным делением. Основанное на принципе последовательного удвоения, оно уже — вклад в понимании всего комплекса проблем.

Октавное деление. Весь музыкальный звукоряд делится на семь полных и две неполных октавы. Это значит, что крайние частотные характеристики музыкального звукоряда отличаются друг от друга примерно в 130 раз. Октавное деление всего диапазона музыкальных звуков привносит жесткую систему в их организацию, ибо октавные интервалы в определенном смысле повторяют уже известное. Интервал октавы вдвое изменяет частоту исходного звука и создает эффект повторения на более высоком, или — низком тональном уровне. И первый, в этой связи, вопрос: почему октавы и почему последовательное удвоение (деление пополам)? Вопрос объясняется с позиций реализации последовательного линейного умножения (деления) исходной величины в рамках первого приближения, имея в виду последовательное умножение первой, из принятых частот — 16,35 Гц.

Для первого умножения очевидно: 16,35 Гц $(1 + 1 = 2)$, или $16,35 + 16,35 = 32,7$ Гц. Здесь первое слагаемое 16,35 Гц отвечает исходной частоте колебаний ноты *do*, это начальное целое. Второе слагаемое 16, 35 Гц — частотное приращение (частотный интервал). Сумма 32,7 Гц — новое целое, частота новой ноты *do*, но уже через октаву. Для второго умножения используем тот же оператор, но уже с другим масштабным множителем, составляющим 32,7 Гц , определяя следующее приращение и следующее целое и так далее:

$$
\begin{array}{l}
0+1=1 \\
\qquad\quad\downarrow \\
\qquad\quad 1(1+1=2) \\
\qquad\qquad\qquad\quad\downarrow \\
\qquad\qquad\qquad\quad 2(1+1=2) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad\downarrow \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 4(1+1=2) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad\downarrow \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad\vdots
\end{array}
$$

Таким образом, в масштабе частоты 16,32 Гц, получены значения частотных характеристик и одновременно длины частотных октавных интервалов (без 2^8):

$$
\begin{array}{ccccccccc}
2^0; & 2^1; & 2^2; & 2^3; & 2^4; & 2^5; & 2^6; & 2^7; & 2^8 \\
1; & 2; & 4; & 8; & 16; & 32; & 64; & 128; & 256.
\end{array} \tag{25}
$$

Удобно выбрать для последующих действий октаву с интервалом, равным единице, координатой (частотой) начала этого интервала, тоже *равной единице*, и координатой (частотой) конца этого интервала, равной двум. Этот интервал октавы будет исследоваться, как отрезок единичной длины с координатами начала и конца соответственно 1 и 2.

Консонансные интервалы. Осуществляя последовательное деление в приближениях к золотой пропорции, будем учитывать эту характеристику интервала. А так как понимание структуры консонансов и формирующих ими звуков в используемой системе — важно и интересно, представим подробно этот последовательный процесс, организованный в приближениях к золотой пропорции по основной системе приближений — числам Фибоначчи. На это ориентируют и приведенные ранее частотные значения интервалов (24).

Что уже имеется из консонансных интервалов, после организации октавного деления и выбора октавы для последующих операций? Относительная частота первой ноты (*do*) равна единице: c $= 1$, и первый консонансный интервал — чистая прима с отношением частот $1:1$. Относительная частота последней ноты (*do*) равна двум: $c' = 2$, и последний консонансный интервал — чистая октава с отношением частот $2:1$.

Деление в первом приближении. Разделим октавный интервал — отрезок равный единице, в первом приближении: $[d(1)^{-1} \cdot d(2)^{-1} + d(2)^{-1} = 1] \cdot 1$, или, $(1/2) + (1/2) = 1$. Отсюда приходим к координате (частотной характеристике), равной: $1 + (1/2) = 3/2 = 1,5$. Получено значение относительной частоты ноты *sol* ($f = 1,5$) и интервал чистой квинты — $3:2$.

После октавного деления всего звукоряда это первый результат, в рамках октавы и важнейший с точки зрения организации системы музыкальных звуков. Именно интервал чистой квинты называют (по значимости [16]) второй опорой лада! Осуществлено первое, простейшее деление на две равные части исходного частотного интервала, единичного отрезка. Это деление симметрии. Таким образом, на интервале октавы, отрезке единичной длины, обозначилась точка бифуркации с координатой 1,5. Справа от нее размещена предельная точка с параметром d^{-1} (координатой $1+d^{-1}=d$), слева — все остальные. Учитывая симметрию деления, полагаем, что слева будет тоже только одна предельная точка с параметром d^{-3}.

Деление во втором приближении. Здесь делятся на две неравные части каждый из двух предыдущих частотных интервалов. Эту процедуру, с использованием оператора деления во втором приближении, представим обычным образом: $[d(2)^{-1}\cdot d(3)^{-1}+d(3)^{-1}=1]\cdot(1/2)$, или без учета порядка размещения интервалов после подстановок значений и последующих умножений: $1/6+1/3=1/2$. Препарируемый единичный отрезок оказался составленным, тоже симметрично, следующим образом: $(1/3)+(1/6)+(1/6)+(1/3)=1$. В результате образовано две новых ноты и два новых консонансных интервала. Слева от точки бифуркации: нота *fa* с величиной относительной частоты: $1+1/3=4/3=1,3(3)$ и консонансный интервал — чистая кварта с отношением частот $4:3$. Справа от точки бифуркации: нота *la* с величиной относительной частоты: $1+[(1/3)+(1/6)+(1/6)]=2-(1/3)=5/3=1,6(6)$ и консонансный интервал большая секста с отношением частот $5:3$.

Деление в третьем приближении. Согласно с представлением о спиралеобразном приближении к предельным точкам на единичном отрезке, будем делить внутренние интервалы от предыдущего деления, включающие, предельные характеристики — d^{-1} и d^{-3}.

Для интервала левой спирали получим части: $[d(2)^{-1}+d(3)^{-1}\cdot d(2)^{-1}=1]\cdot(1/3)$ или $(1/5)+(2/15)=1/3$. То есть приходим к значению частотной характеристики ноты re#: $1+1/5=6/5=1,2$ и консонансного интервала — малой терции с отношением частот $6:5$.

Для интервала правой спирали: $[d(2)^{-1}+d(3)^{-1}\cdot d(2)^{-1}=1]\cdot(1/6)$ или $(1/10)+(1/15)=1/6$. Здесь получаем частотную характеристику еще одной ноты sol#: $1,5+(1/10)=8/5=1,6$ и отношения частот соответствующего консонансного интервала, — малой сексты — $8:5$.

Иллюстрируем происходящий спиралеобразный процесс движения к двум соответствующим пределам неравенствами [4]:

$$(1+1/10)<(1+d^{-3})<(1+1/3),$$
$$(1+1/2+1/10)<(1+d^{-1})<(1+1/2+1/6).$$

Деление в четвертом приближении. Подойдем к определению последнего значения консонансного интервала — делением интервала левой спирали (2/15), используя для этого оператор четвертого приближения: $[d(2)^{-1} \cdot d(5)^{-1} + d(5)^{-1} = 1] \cdot (2/15)$, или: $1/20 + 1/12 = 2/15$. Следуя принципу скорейшего достижения предела, получим координату точки частоту последней ноты *mi*: $1 + (1/5) + (1/20) = (5/4) = 1,250$ и последний консонирующий интервал — большую терцию с отношением частот — 5 : 4.

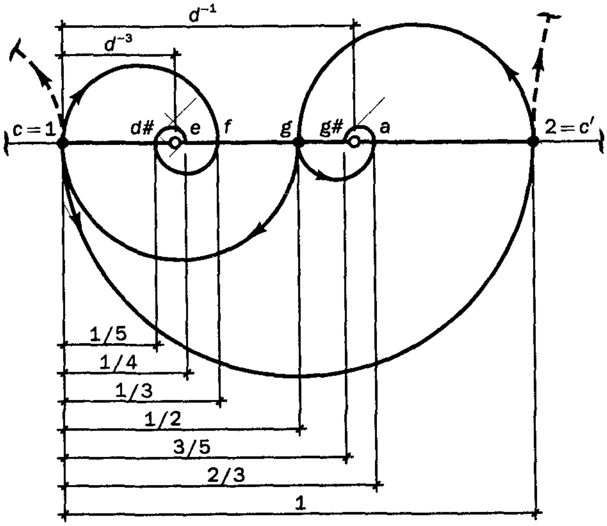

Рис. 6

Вся консонансная часть системы музыкальных звуков построена в пределах октавы по принципу спиралеобразного движения величин, именуемых приближениями к золотой пропорции по числам Фибоначчи, к двум предельным значениям d^{-3} и d^{-1} (рис. 6).

Приведем схему деления интервала для образования частотных характеристик.

$$0 + 1 = 1$$
$$\downarrow$$
$$(1/2) + (1/2) = 1$$
$$\downarrow \qquad \downarrow$$
$$(1/3) + (1/6) = 1/2 \qquad 1/2 = (1/6) + (1/3)$$
$$\downarrow \qquad \downarrow$$
$$1/3 = (1/5) + (2/15) \qquad 1/6 = (1/10) + (1/15)$$
$$\downarrow$$
$$(1/20) + (1/12) = 2/15.$$

У историков музыки, как уже говорилось, первым консонансным интервалом, открытым человеком, была октава. С этим можно было бы согласиться, если игнорировать тождественный интервал — приму, что наверное не стоит делать. Теперь можно сказать, что третьим из интервалов, определивших развитие музыкальной шкалы, и это следует из представленной схемы, была чистая квинта, совсем не случайно называемая второй опорой лада. Интервал чистой квинты, оказался аналогом симметрии и точкой бифуркации — точкой раздвоения процесса строительства системы консонансов в рамках октавы. А последним, из найденных консонансных интервалов, по-видимому, стала большая терция, ибо путь до ее открытия в этом сложном процессе формирования оказался самым длинным. Завершим построение этой части музыкальных звуков двумя значениями предельных точек в октавном интервале: $\rho_1 = 1 + d^{-1} = d$ и $\rho_2 = 1 + d^{-3} = 2d^{-1} = 1,2360\ldots$ с аналогичными выводами. Имея точки размещения полюсов, несложно построить и уравнения двух закручивающихся спиралей, отвечающих построенной системе частотных интервалов. Обратим внимание на закономерность, имеющую место для всех консонансных характеристик, включая и их предельные значения. Именно, существуют пары звуков (нот), консонансных интервалов, произведение частотных характеристик которых равно двум — интервалу октавы: $1 \cdot 2 = 2$, *do–do* (чистая прима — чистая октава); $1,2 \cdot 1,66(6) = 2$, *re#–la* (малая терция — большая секста); $1,25 \cdot 1,6 = 2$, *mi–sol#* (большая терция — малая секста); $1,33(3) \cdot 1,5 = 2$, *fa–sol* (чистая кварта — чистая квинта), сохраняющихся и для предельных частот: $\rho_1.\rho_2 = d \cdot 2d^{-1} = 2$. Это говорит о наличии некоей формы симметрии в организации, по крайней мере, части октавной системы, ибо частотные интервалы, приводящие к постоянной величине, определяют некую регулярную структуру, а принятый подход в построении системы консонансов логичен и не содержит какого-либо изъяна.

Логарифмическая спираль, — геометрическая основа организации системы музыкальных звуков. Последовательный перебор клавиш фортепиано дает ощущение движения. Здесь не приходится говорить о простом поступательном движении, — оно представляется более сложным, когда через определенный (октавный) интервал начинается как бы повторение, но на более высоком (низком) тональном уровне. Это ощущение, имеющее скорее субъективный, нежели объективный характер, для последующего анализа структуры системы музыкальных звуков определяет выбор математической модели в виде плоской спирали. Непрерывный процесс построения октавных интервалов реализуется с помощью логарифмической спирали с основанием $d(2)$:

$$\rho(\phi) = d(2)^{\phi/2\pi} = 2^{\phi/2\pi} = exp(\phi ln2/2\pi). \qquad (26)$$

Здесь ρ — полярный радиус, численно равный относительной частотной характеристике; ϕ — полярный угол.

При значениях полярного угла $\phi = 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ 6\pi, \ldots$ приходим к относительным частотам октавных характеристик $1, 2, 4, 8, \ldots$ и к соответствующим октавным интервалам. Для первого ее витка имеем $\rho(0) = 1$ и $\rho(2\pi) = 2$ — именно те значения и тот единичный интервал, который подвергался делениям. Ясно, что все полученные ранее ноты расположатся на этом первом витке, ибо их относительные частотные значения находятся в пределах изменения значений полярного радиуса первого витка. Частотные характеристики не только размещаются на этой спирали, но и образуют при этом определенную систему, которая позволяет сделать вывод о единственности геометрического представления системы музыкальных звуков на основе логарифмической спирали (26), как в пределах одного витка — для одной октавы, так и для всей музыкальной шкалы.

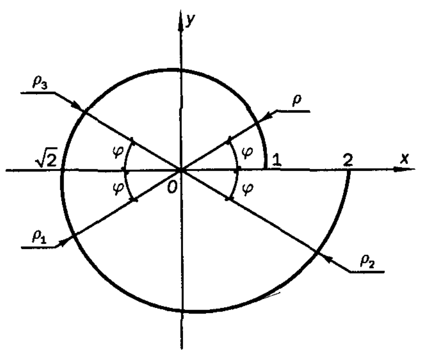

Рис. 7

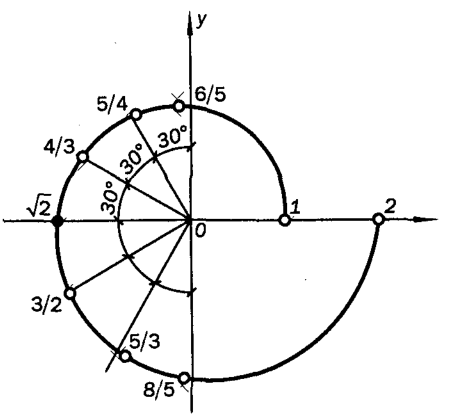

Рис. 8

Приведем некоторые соотношения для полярных радиусов спирали (26). Отношение двух радиусов спирали $\rho(\phi)$, $\theta\rho_1(\phi + \pi)$, размещенных на одной прямой, не зависит от полярного угла ϕ и равно $(2)^{0,5}$: $\rho/\rho_1 = (2)^{0,5}$. Произведение двух радиусов спирали $\rho(\phi)$, $\theta\rho_2(2\pi - \phi)$, размещенных симметрично оси Ox, не зависит от полярного угла ϕ и равно двум: $\rho \cdot \rho_2 = 2$. Произведение двух радиусов спирали $\rho(\phi)$, $\theta\rho_3(\pi - \phi)$, размещенных симметрично относительно оси Oy, не зависит от полярного угла ϕ и равно $(2)^{0,5}$: $\rho \cdot \rho_3 = (2)^{0,5}$. В этом случае симметрия определяется углами ϕ и $\pi - \phi$ соответственно для ρ и ρ_3. Справедливы обратные и утверждения. В частности, если отношение длин двух радиусов спирали (большего к меньшему) равно корню квадратному из двух, то эти радиусы лежат на одной прямой и разность их полярных углов составляет π. И так далее (рис. 7).

Первое соприкосновение консонансных интервалов с логарифмической спиралью позволило установить факт парной угловой симметрии консонансных частотных интервалов относительно оси OX. Эта мысль уже высказывалась, когда представлялись относительные произведения частот, равные двум. Следуя формуле (26) и значениям соответствующих частотных характеристик, ноты (звуки) размещаются на витке логарифмической спирали по определенному закону. Этот — закон симметрии один из важнейших в организации природных систем вообще. На рис. 8 светлыми кружками показано размещение нот (звуков) на витке спирали, то есть уравнение логарифмической спирали именно та функция, которая принадлежит системе музыкальных звуков, иначе симметричное отображение консонансных пар на этой спирали не имело бы места.

Диссонансные интервалы. Вторую часть организованной системы музыкальных звуков, в рассматриваемом октавном промежутке, составляют диссонансы, диссонансные интервалы, звуки (ноты). Они противопоставляются консонансам и, как полагаем, не только с позиций восприятия их как звуков. Диссонансы отличаются от консонансов уже тем, что отношения их частотных характеристики не определяются однозначно, — они представляются вместе с объяснениями только приближенно, то есть частотных характеристик звуков (нот) диссонансными интервалов нет!

Выскажем в адрес диссонансных интервалов несколько предложений. Прежде провозгласим естественное равноправие диссонансных и консонансных интервалов, в образующейся системе музыкальных звуков. Отсюда следует остальное. Ноты, отвечающие диссонансным интервалам, размещены на той же спирали, что не вызывает сомнений, ибо их частотные характеристики ограничены значениями 1 и 2. Полагаем, что парная угловая симметрия интервалов относительно оси OX должна сохраниться и для частотных характеристик звуков, отвечающих диссонансам. Полагаем, что количество диссонансов (нот) и их размещение на спирали определяется, как количеством, так и размещением на спирали консонансов (нот). Диссонансные частотные интервалы, как противопоставленные консонансным, по-видимому, будут находиться в первой и четвертой четвертях и на отрицательной полуоси OX. Чтобы согласиться с такой возможностью достаточно взглянуть на рис. 8 и обратить внимание на незаполненные участки спирали. Эти противопоставляемые друг другу характеристики частотных интервалов взаимозависимы и без одной из них не может существовать другая.

Проанализируем теперь частотные характеристики двух диссонансных интервалов — большой секунды и малой септимы (*re*–*la*#), приведенных в таблице 4, почерпнутые из анналов музыкальной теории [16]. Большая секунда с частотой 10/9 или 9/8 и малая септима с частотой $16/9$ или $9/5$ составляют или почти составляют пару, обладающую угловой симметрией относительно оси Ox. При перемножении частот получаем либо точное значение — 2, либо величину, близкую к двум: $(9/8) \cdot (16/9) = (10/9) \cdot (9/5) = 2$, или $(9/8) \cdot (9/5) = 2,025$ и $(10/9) \cdot (16/9) = 1,975$. Результаты подтверждают высказанное предположение, что эти ноты размещаются на логарифмической спирали подобно предыдущим парам. Стало быть, и получение частотных характеристик диссонансов таким же образом, как это было проделано с консонансами, имеет под собой определенные основания.

Диссонанс — антитеза в системе музыкальных звуков, — он противоположен консонансу. Имея это в виду, нельзя исключить и теоретической возможности получения диссонансных частотных характеристик звуков одновременно с консонансными при их построении на логарифмической спирали. То есть частотные характеристики, строящиеся от консонансов и диссонансов, могут определяться одним диаметром спирали, его противоположными концами, когда угловые характеристики консонанса и соответствующего ему диссонанса отличаются друг от друга на 180°. В этом случае соответствующая частотная характеристика консонанса умножается или делится, в зависимости от соотношения частот (больше—меньше), на величину $(2)^{0,5}$. Отсюда следует, что все диссонансные интервалы (в построении) суть иррациональные числа и их количество в точности равно количеству интервалов консонансных, а значения равны с точностью до иррационального числа $(2)^{0,5}$ значениям консонансных интервалов! Например, частотный интервал увеличенной кварты может быть получен от чистой примы: $1 \cdot (2)^{0,5} = 1,4142\ldots$, $(\phi = 0^0 + 180^0 = 180^0)$ или — обратным порядком, от чистой октавы: $2/(2)^{0,5} = 1,4142\ldots$, $(\phi = 360^0 - 180^0 = 180^0)$. Величина относительной частотной характеристики $(2)^{0,5} = 1,4142\ldots$ отвечает ноте f#. То есть, все диссонансные интервалы (ноты) строятся по схеме консонансных, делениями в приближениях к золотой пропорции по числам Фибоначчи с иррациональным множителем.

Соединим теперь на одном витке спирали все построенные интервалы (звуки), и представим результат на рис. 8. Здесь светлым фоном обозначены звуки, образованные консонансными, а темным — диссонансными интервалами.

На рис. 9 можно увидеть и строгую угловую симметрию относительно оси Ox в размещении на спирали как *консонансов, так и диссонансов* и — столь же строгую угловую асимметрию диссонансов и консонансов относительно оси Ox.

Система музыкальных звуков — природное образование, исходящее от человека и в этом источник ее объективности. Она создана человеком и применяется им для удовлетворения собственных духовных и эстетических потребностей. В выстроенной форме количество консони-

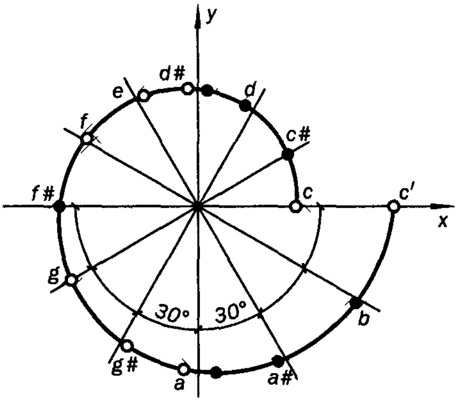

Рис. 9

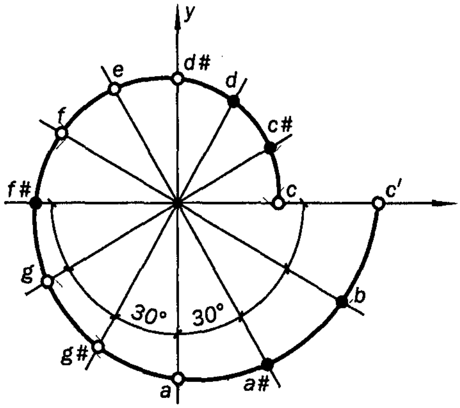

Рис. 10

рующих и диссонирующих интервалов одинаково, и противоположно — противопоставлено по размещению.

Два диссонансных интервала — антитезы малой терции и большой сексты, появившиеся в результате построений, имеют, по-видимому, лишь теоретический смысл и не были в свое время, даже замечены. Ведь частотные характеристики диссонансного интервала без имени $1-(5/3)/2^{0,5} = 1,1785$ и консонансного малой терции — $6/5 = 1,2$ незначительно отличаются друг от друга. То же самое можно сказать и о диссонансном интервале без имени 2 и консонансном — большой сексте тоже с достаточно близкими частотными характеристиками, соответственно $(6/5) \cdot 2^{0,5} = 1,697\ldots$ и $5/3 = 1,6(6)$.

Построенный звукоряд, полагаем, имеет полное право быть названным естественным. В практических целях, о чем уже говорилось, употребляется равномерно темперированный строй, когда октава делится на двенадцать частей и двенадцатая часть октавы представляется отношением $2^{1/12} : 1$. В этом случае произведение частот любых интервалов в пределах и за пределами октавы и в любом количестве приводит к частотной характеристике вида $2^{n/12}$, принадлежащей этому строю, так как n всегда будет целым числом. Октава хроматического звукоряда представлена на рис. 10. Сопоставление этого рисунка с предыдущим, позволяет оценить степень деформации естественного звукоряда при преобразовании его в хроматическую систему.

Рассмотрены примеры организации трех систем, подчиняющихся законам золотой пропорции и построенных единообразно. Последний из них, посвященный музыкальным звукам, является контрольным. Поскольку восемь точных значений частотных характеристик получены таким же путем, что и предыдущие приближенные результаты, то идеология всех использованных процедур считается верной. Основополагающим считаем обращение к оптимуму и отнесение этой категории ко всему, что связано с детерминированными законами мироздания, и что проявляется в численных отношениях природных систем. Результаты частных примеров, являются индикаторами существования более общих принципов, или, возможно, единственного определенного, детерминированного принципа, действующего в мироздании и определяющего оптимальное устройство сущего. Как еще можно объяснить подобие таких, трудно соединимых между собой явлений, как, например, формирование консонансов и диссонансов в структуре музыкальной шкалы и формирование отношений Суши и Океана в структуре поверхности Земли? Что еще, кроме идеи оптимума, может лежать в основе организации октавного деления в системе музыкальных звуков и подобного же деления в планетных расстояниях солнечной системы. Ведь здесь достаточно сложные системы, с точками бифуркации и ветвящимися процессами, когда получение точных значений может утверждать только наличие общего в осуществляемых подходах, исключая даже намек о возможной подмене действительного на желаемое! И единственным объяснением того, что оптимизированные этажи в устройстве мироздания, начиная от планетарного, имеют численные характеристики приближений к золотой пропорции может быть только то, что «проблема» золотой пропорции решает именно проблему оптимизации мироздания. В самом общем виде: *это — проблема развития сущего.* Приближения к золотой пропорции предоставляют для этого бесконечное множество вариантов.

Литература

1. *Сороко Э. М.* Структурная гармония систем.— Минск: Наука и техника, 1984. — 365 с.
2. *Шевелёв И. Ш., Шмелёв И. П., Марутаев М. А.* Золотое сечение: три взгляда на природу гармонии. — М.: Стройиздат, 1990. — 343 с.
3. *Коробко В. И.* Золотая пропорция и проблемы гармонии систем. — М.: Изд-во АСВ, 1998.— 372 с.
4. *Очинский В. В.* Золотая пропорция: суждения и опыт. Ставрополь, изд-во ЮРКИТ, 2003.— 246 с.
5. *Воробьёв Н. Н.* Числа Фибоначчи. — М.: Наука, 1978. — 140 с.
6. *Очинский В. В.* Об одном экстремальном свойстве чисел Фибоначчи // Материалы Шестой Междунар. конф. «Циклы» (Ставрополь, 2004). — Ставрополь: Изд-во Сев.-Кав. гос. техн. ун-та, 2004. — Том второй. С.20–24.
7. *Очинский В. В.* Гармония и оптимум в проблеме золотой пропорции // Материалы Шестой Междунар. конф. «Циклы» (Ставрополь, 2004). — Ставрополь: Изд-во Сев.-Кав. гос. техн. ун-та, 2004. — Том первый.С. 25–34.
8. Физическая география материков и океанов. Под общей редакцией А. М. Рябчикова. — М.: Высшая школа, 1988. — 591 с.

9. *Горбачёв А. М.* Общая геология. — М.: Высшая школа, 1981. — 349 с.
10. Структурная геология и тектоника плит (под ред. К. Сейферта). — М.: Мир, 1990. — т. 1 — 315 с.
11. *Бакулин П. И., Кононович Э. В., Мороз В. И.* Курс общей астрономии. — М.: Наука, 1983. — 560 с.
12. *Марутаев В. М.* Приблизительная симметрия в музыке // Проблемы музыкальной науки. — М.: 1978. — Вып. 4. — С. 306–343.
13. *Шилов Г. Е.* Простая гамма (устройство музыкальной шкалы). — М.: Наука, 1980. — 23 с.
14. *Волошинов А. В.* Математика и искусство. — М.: Просвещение.1992. — 335 с.
15. *Стретт Дж. В.* (*Лорд Рэлей*) Теория звука. — М.: Техтеориздат,1955. Т. 1. — 503 с.
16. Музыкальная энциклопедия. — М.: Советская энциклопедия, 1974–1982. — ТТ. 1–6
17. *Очинский В. В.* Система музыкальных звуков как функция отношений золотой пропорции // Материалы Второй Междунар. конф. «Циклические процессы в природе и обществе» (Ставрополь,1994). — Ставрополь: Изд-во Ставроп. ун-та, 1994. Вып. 3. — С. 161–167.

Содержание

Научное издание

Метафизика. Век XXI
Сборник трудов

Корректор *Н. Ектова*

Оригинал-макет подготовлен *О. Г. Лапко*
в пакете $\LaTeX 2_\varepsilon$ с использованием
кириллических шрифтов семейства LH

Подписано в печать 21.01.06. Формат 70 × 100/16
Гарнитура Computer Modern. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 23,22. Тираж 1000 экз. Заказ 2104.

Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»
Адрес для переписки: Москва, 119071, а/я 32
Телефон (495)157-1902, e-mail: Lbz@aha.ru, http://www.Lbz.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов
в полиграфической фирме «Полиграфист»
160001, г. Вологда, ул. Челюскинцев, 3

ISBN 5-94774-327-2
9785947743272